

Compétition et Assurance

Jean-Louis RULLIERE

Université Claude Bernard Lyon 1

ISFA - SAF

Conference « Actuariat et Théorie des Jeux »

Scor – Institut des Actuaire

Paris, 12 décembre 2019

Compétition entre 3 personnes sans aucun lien (relation anonyme)

Résultat : un gagnant et deux perdants

La victoire a une valeur de V_i qui est propre à chacun ($i, i=1,2,3$) (V_i qui est la valeur privée de i) et qui n'est connue que de i : chaque compétiteur, i , n'a aucune idée des valeurs privées chacun des deux autres compétiteurs.

Participer au concours consiste à fixer le montant d'un investissement s_i qui suppose un coût $c(s_i)$

Le gagnant, i^* , est celui qui a le plus grand score : $i^* = \text{Arg Max}(s_1, s_2, s_3)$

« Concours standard »

Décision :

le compétiteur i choisit s_i en fonction de V_i et $c(s_i)$

Gain net du gagnant est donc :

$$V_{i^*} - c(s_{i^*})$$

Gain net de chacun des deux perdants, i , est donc :

$$0 - c(s_i)$$

« Concours avec Assurance »

Décision 1:

Souscription (optionnelle) d'une assurance qui rembourse uniquement les coûts du score en cas d'échec de chaque perdant. Prime d'assurance fixe B .

Décision 2:

le compétiteur i choisit s_i en fonction de V_i et $c(s_i)$

Gain net du gagnant est donc :

$$V_{i^*} - c(s_{i^*}) \quad \text{ou} \quad V_{i^*} - c(s_{i^*}) - B$$

Gain net de chacun des deux perdants, i , est donc :

$$0 - c(s_i) \quad \text{ou} \quad 0 - B$$

Merci de vous être connecté.
Vous allez donc participer à une
très courte expérience,
où votre rémunération sera en
ECU (Experimental Currency
Unit)

Appuyez ci-dessous

Rejoindre un groupe

0 Membre(s)

Merci de vous être connecté.
Vous allez donc participer à une
très courte expérience,
où votre rémunération sera en
ECU (Experimental Currency
Unit)

**En recherche de 2 joueurs.
Attendez 5 secondes avant
de Recommencer**

Recommencer

1 Membre(s)

Période 1 : Accueil

- Appuyer sur Rejoindre quand vous
êtes prêt

Période 2 : Recherche des 2 autres joueurs

- Si les joueurs ne sont disponibles et
que rien ne se passe au bout de 5
secondes, appuyer sur recommencer.

Round 1
Votre valeur privée: 25 ECU

Le coût de votre investissement :
22.1ECU

Choisissez le montant de votre investissement:

Valider

Période 3 :

- faire bouger le curseur puis valider
- Attendre les autres joueurs pour déterminer le gagnant

Une assurance?

Souhaitez vous souscrire à une assurance dont la prime est de 6,7 ECU ?

Oui Non

Période 4 :

- choisir ou non une assurance

Round 2
Votre valeur privée: 25 ECU

Avec assurance

Le coût de votre investissement :
15.0ECU

Choisissez le montant de votre investissement:

Valider

Période 5 :

- faire bouger le curseur puis valider
- Attendre les autres joueurs

Période 6 : Résultats et infos

- les résultats apparaissent sous le bouton valider (selon les téléphones il faut scroller vers le bas)
- appuyer sur suivant pour les infos

Connectez vous sur :

emetric.xyz

Compétition et Assurance:

Jean-Louis RULLIERE

Université Claude Bernard Lyon 1

ISFA - SAF

Conference « Actuariat et Théorie des Jeux »

Scor – Institut des Actuaire

Paris 12 décembre 2019

Motivation

- **Compétition et théorie des jeux :**
 - Compétition parfaite.
 - Anticipation et équilibre
- **Design des incitations et risque :**
 - Rémunération fixe ou contrat de franchise : quelles conséquences sur les incitations ?
 - Performance absolue ou relative
 - Niederle et Vesterlund, (2007) Do Women Shy Away From Competition ?
 - Ifcher et Zarghamee, (2016). Pricing competition: a new laboratory measure of gender differences in the willingness to compete.

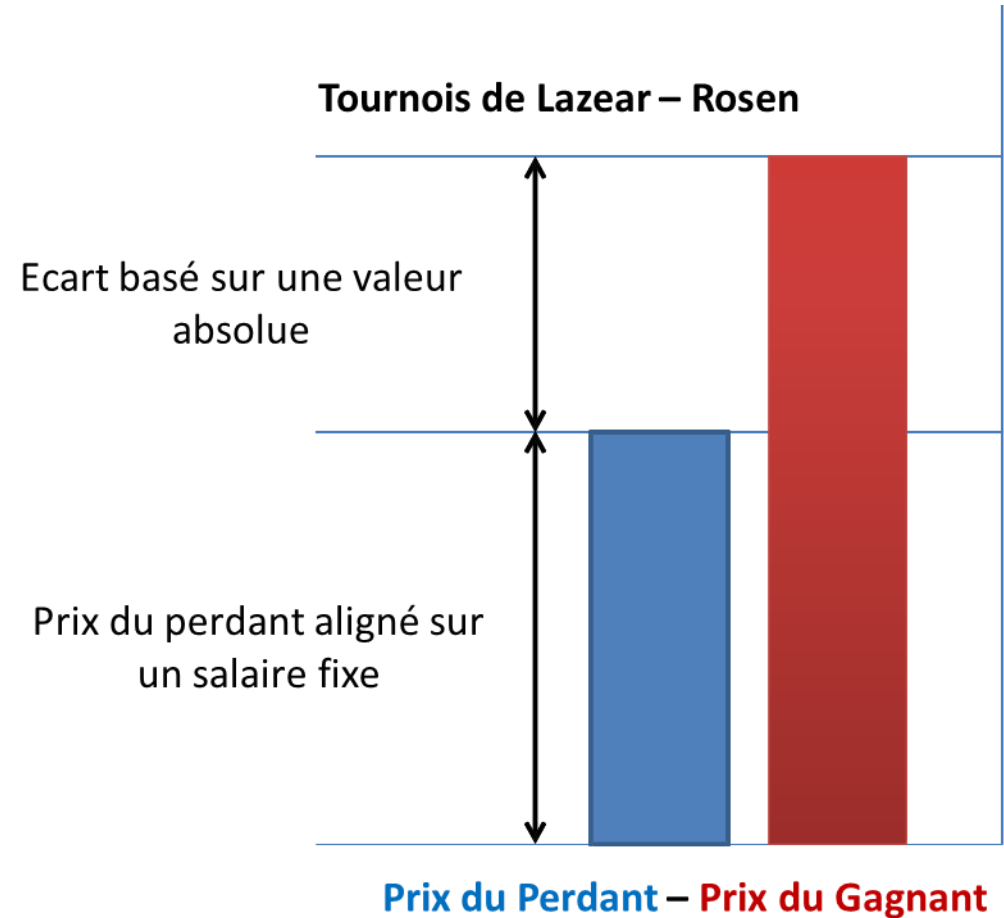
Motivation

- **Compétition dans les ressources humaines :**
 - Holmström, 1990; Eriksson, 1999; Bognanno, 2001; Boyle, 2001
 - Les deux propriétés de la compétition : **Incitation** et **Sélection**
Lazear, 2000 : Performance Pay and Productivity
“In Safelite, productivity effects amount to a 44% increase in output per worker”.
- **Principles:**
 - Les employés accomplissent des tâches similaires pour comparer leurs performances individuelles
 - L'employé le plus performant obtient le prix le plus élevé, le deuxième meilleur obtient le deuxième prix le plus élevé, etc

Le Modèle de Lazear et Rosen (1981)

- **Hypothèses:**

- L'employeur (le principal) **fixe** les prix avant la compétition.
- La performance individuelle est bruitée (aléa moral)
- Pour les agents, le seul objectif est de faire mieux que les autres.



Les effets pervers du modèle de Lazear et Rosen (1981)

- **Sabotage**

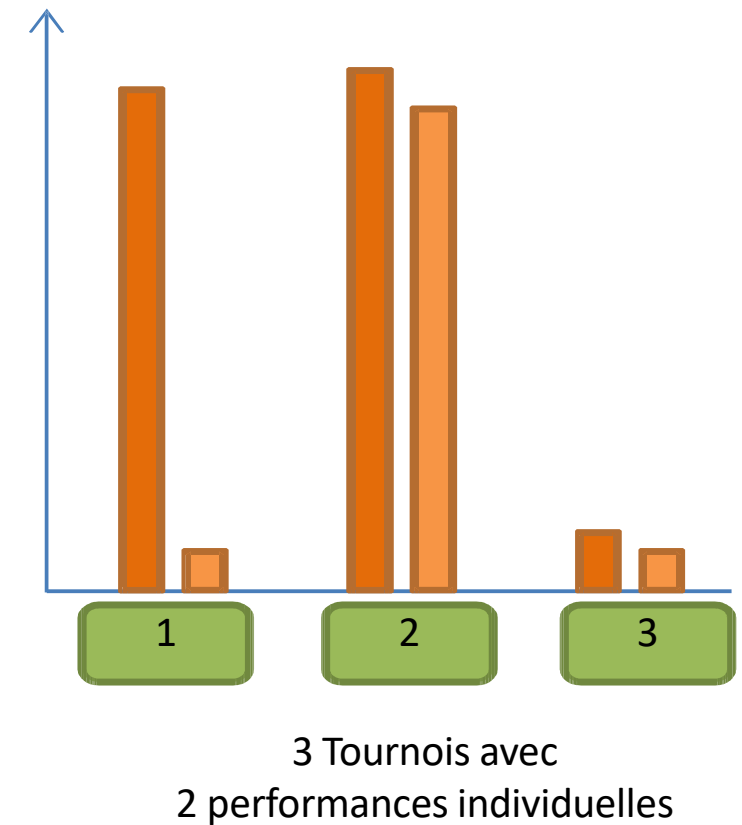
Lazear, 1989; Chen, 2003; Münster, 2007; Harbring and Irlenbusch, 2008

- **Comportements collusifs**

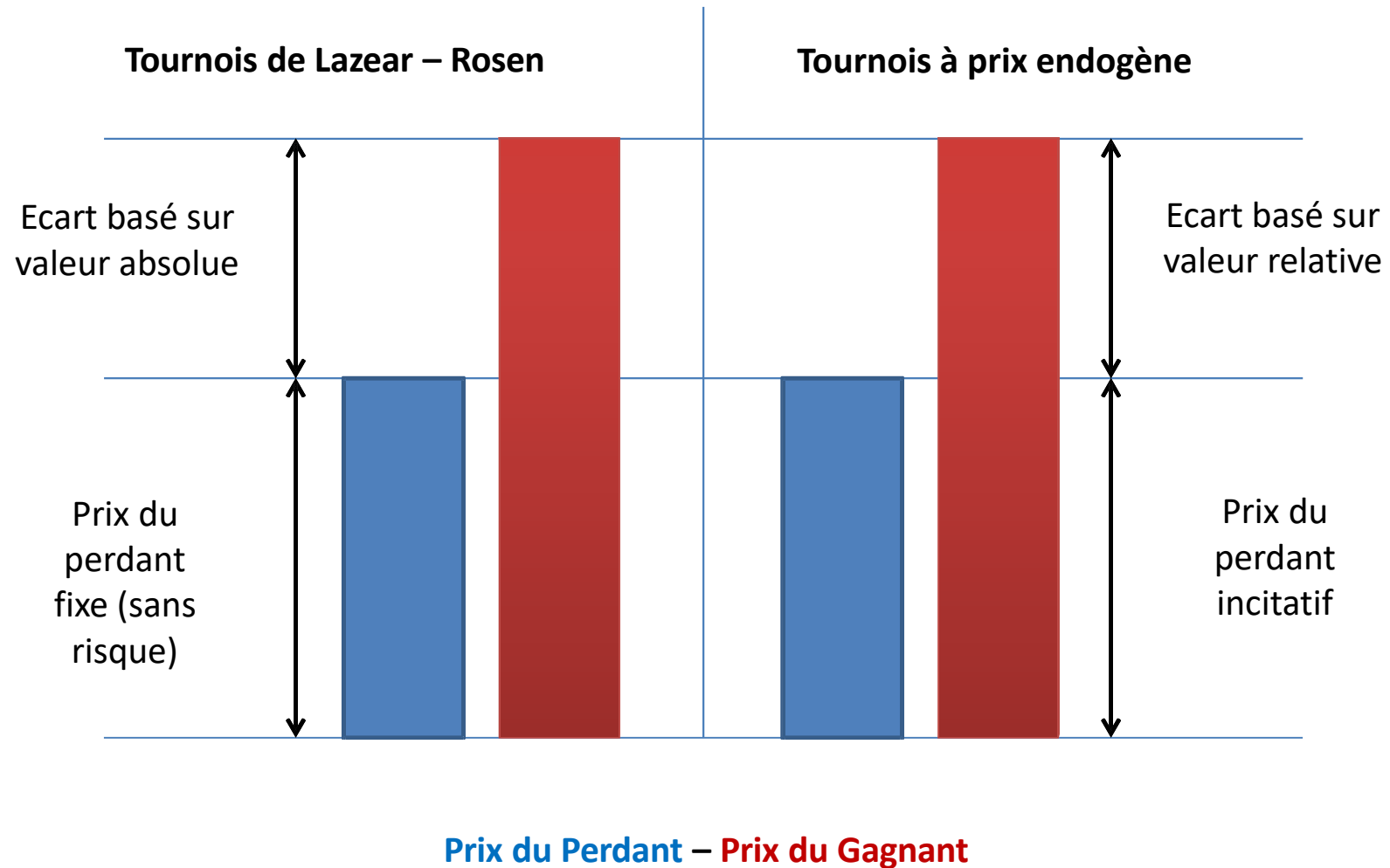
Mookherjee, 1984; Tirole, 1986

- **Inefficience de l'aide**

Drago and Turnbull, 1991; Garvey and Swan, 1992



Tournois exogène ou endogène



Littérature comportementale

Bull, Schotter and Weigelt (1987):

- Comparaison des tournois LR et d'un salaire à la pièce (incitation absolue)
- Chaque joueur ne connaît pas l'identité de son adversaire
- 12 période pour chaque paire de concurrents.

Principaux résultats:

- Convergence plus rapide des investissements moyens vers l'équilibre en incitation absolue qu'en relative (tournois).
- Variance de l'investissement plus élevée en tournoi qu'en régime incitatif absolu

Tournois à Prix Endogène

Hypotheses standards

- 1 risk-neutral principal
- 2 risk-neutral agents, $i = \{1, 2\}$
- production function $y_i = e_i + \epsilon_i$
- individual production shock $\epsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$
- convex cost function $C'(\cdot) > 0$ and $C''(\cdot) > 0$

Hypotheses Spécifiques :

- total output $Y = y_1 + y_2 = \sum_i e_i + \sum_i \epsilon_i$
- prize structure $W_H = \omega Y$ and $W_L = (1 - \omega)Y$

$$EU_i = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[P(W_G - C(e_i)) + (1 - P)(W_L - C(e_i)) \right] f(\epsilon_i) f(\epsilon_j) d\epsilon_i d\epsilon_j$$

Tournois à Prix Endogène

Agents' problem:

$$FOC : (2\omega - 1) \left(\frac{\partial P}{\partial e_i} \tilde{Y} + \frac{\partial \tilde{Y}}{\partial e_i} P \right) + (1 - \omega) \frac{\partial \tilde{Y}}{\partial e_i} = \frac{\partial C(e_i)}{\partial e_i}$$

Assuming a symmetric solution, in which $e_i = e_j$:

- probability to win the tournament is $P = \frac{1}{2}$
- marginal probability to win the tournament is $\partial P / \partial e_i = g(0)$

Replacing those values in the FOC together with $\partial \tilde{Y} / \partial e_i = 1$ yields:

$$C'(e^*) = \frac{1}{2} + g(0)S \quad \text{with } S = (2\omega - 1)\tilde{Y}$$

Firm problem:

Imposing zero-profit condition ($e^* = \tilde{Y}/2$), ω maximizes the worker's expected utility at the optimum investment strategy, $e^* - C(e^*)$

$$FOC : [1 - C'(e^*)](\partial e^* / \partial \omega) = 0 \quad \Leftrightarrow \quad S = \frac{1}{2g(0)}$$

Tournois à Prix Endogène versus Tournois LR

	Fixed-Prize Tournament (Lazear and Rosen (1981))	Endogenous-Prize Tournament
FOC:	$C'(e_{LR}^*) = g(0)S_{LR}$	$C'(e^*) = \frac{1}{2} + g(0)S$
Spread:	$S_{LR} = \frac{1}{g(0)}$	$S = \frac{1}{2g(0)}$
W_H	$W_H^{LR} = e_{LR}^* + S_{LR}/2$	$W_H = e^* + S/2$
W_L	$W_L^{LR} = e_{LR}^* - S_{LR}/2$	$W_L = e^* - S/2$

- Comparaison avec même investissement d'équilibre
- Gain marginal de l'augmentation de l'investissement pour le perdant
- Les prix endogènes donnent un investissement strictement positif lorsque l'écart est de 0
- La répartition optimale des prix endogènes est la moitié de celle des prix fixes (à la LR)
- Structure des droits d'entrée (frais réduits dans un tournoi à prix endogène)

Design Experimental

- 2 Treatments : Exogène (ENT) – Endogène (END)
- Design Between-subject

	Treatment Sessions	Participants
Fixed-Prize (ENT)	3	58
Endogenous-Prize (END)	3	60
Total	6	118

- Protocole d'appariement « Stranger »
- Nombre de répétitions: 20 périodes
- Elicitation comportementale
 - Attitude face au risque (Holt and Laury, 2002)
 - Aversion à l'inéquité (Fehr and Schmidt, 1999)
- Paiement moyen par sujet = 17 euros
- Durée moyenne d'une session: 75 '
- Softwares Z-Tree and Orsee

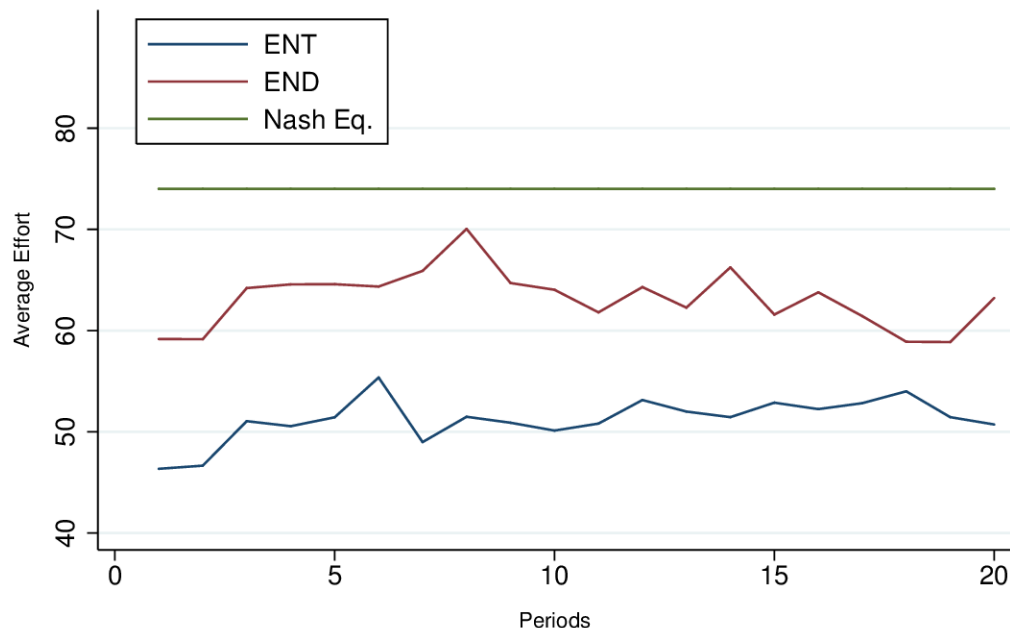
Design Expérimental : Paramétrisation

	Fixed-Prize Tournament		Endogenous-Prize Tournament
	Bull et al. (1987)	Our Design	Our Design
Effort	[0, 100]	[0, 100]	[0, 100]
Cost of Effort	$e^2/10000$	$e^2/148$	$e^2/148$
Random Number	[-40, +40]	[-30, +30]	[-30, +30]
Equilibrium Values			
Effort	37	74	74
Cost of Effort	0.1369	37	37
Loser Prize	1.45	44	0.3943 (\equiv 40%)
Winner Prize	0.86	104	0.6056 (\equiv 60%)
Spread	0.59	60	20% (\equiv 30)

Résultats : le comportement d'investissement (effort)

Periods	Average Effort				Variance of Effort			
	All	1	1-10	11-20	All	1	1-10	11-20
ENT	51.22	46.34	50.29	52.15	687.80	832.79	693.53	681.52
END	63.16	59.17	64.07	62.24	602.61	624.99	559.79	644.76

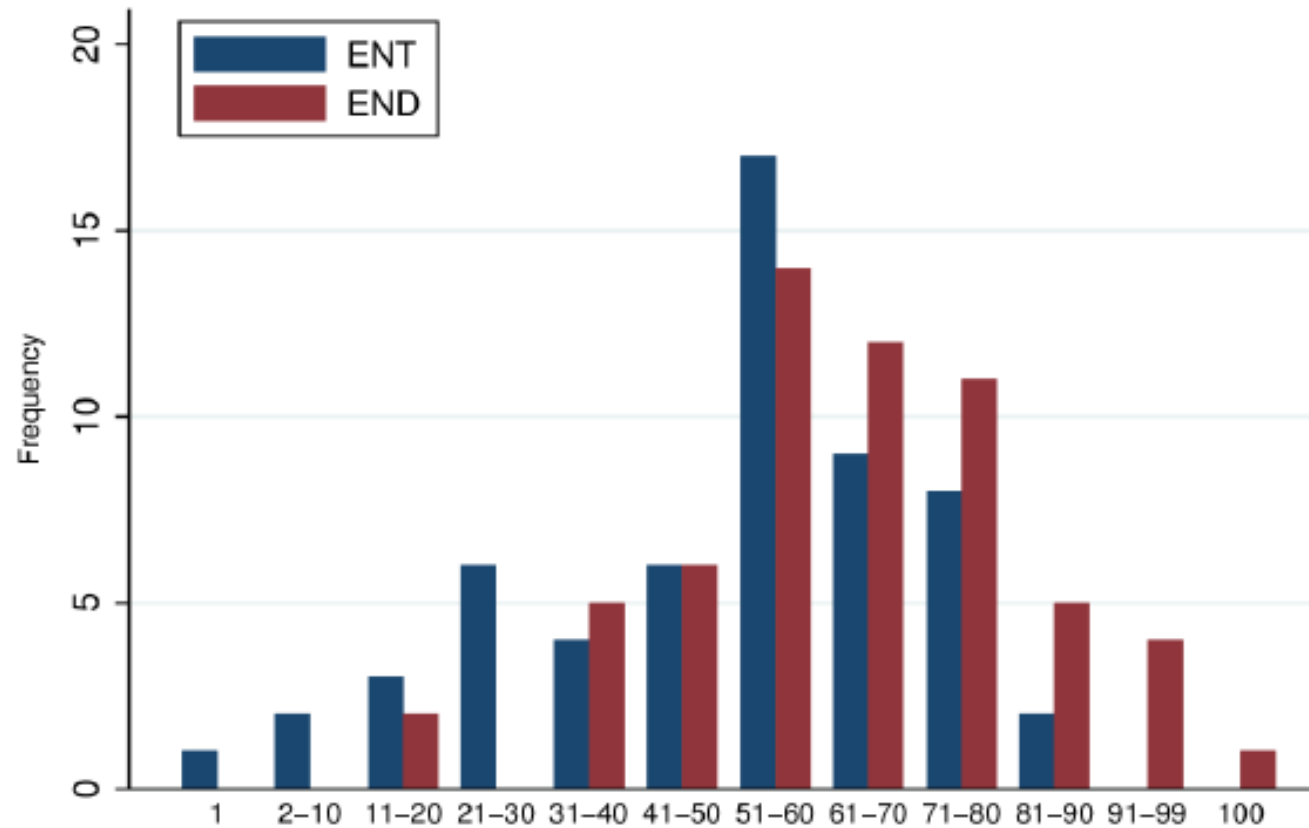
Average Effort over Time by Treatment



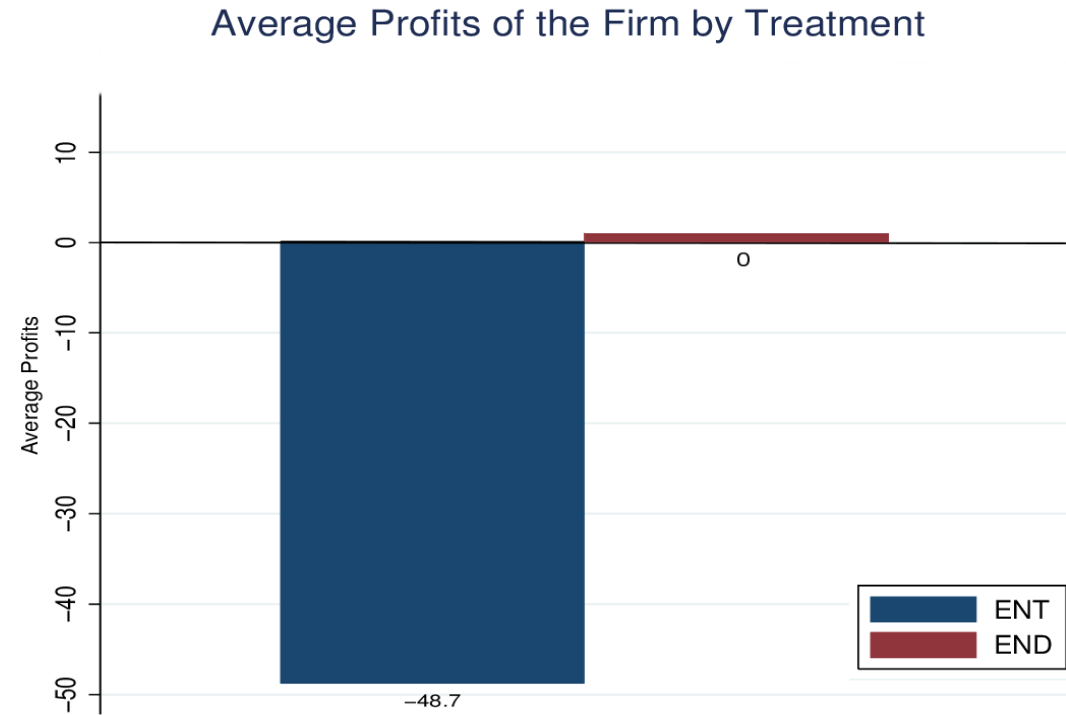
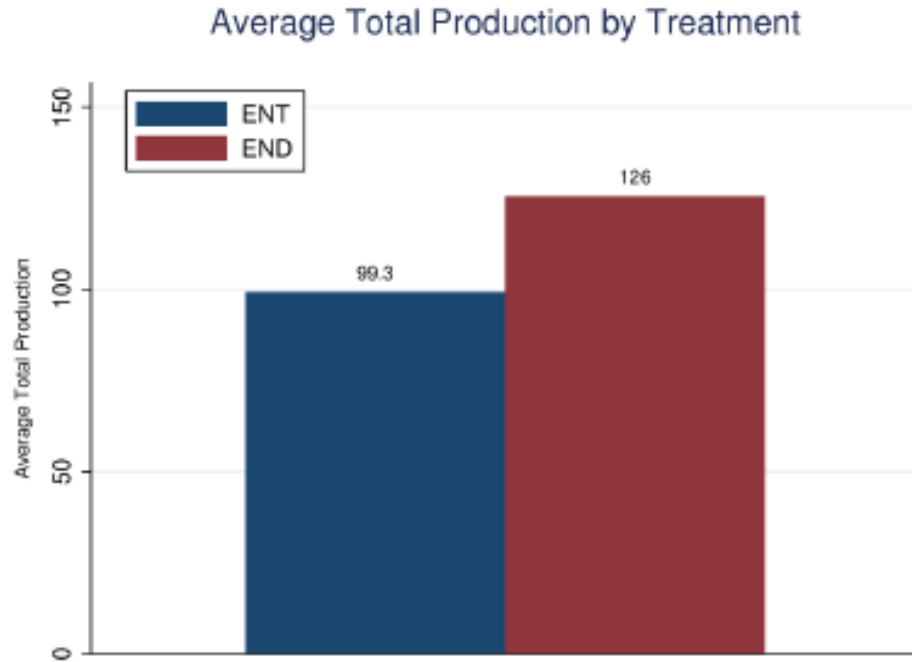
- **Effort moyen en dessous de l'équilibre** (t-test p-value= 0.000)
- **Variabilité de l'effort inférieure sous END** (two-sample F-test p-value=0.012; Levene's robust test p-value= 0.016)
- **L'effort est plus élevé sous END que ENT** (rank-sum on session averages p-value= 0.495)

Résultats : le comportement d'investissement (effort)

Distribution of Average Effort by Treatment



Résultats : Production et Revenu du Principal



Modèle économétrique

Feasible Generalized Least Squares (FGLS):

$$y_{ip} = \mathbf{x}_{ip}\boldsymbol{\beta} + \theta T_s + \mathbf{z}_{i(p-1)}\boldsymbol{\delta} + c_s + c_i + \epsilon_{ip}$$

Where

$$y_{ip} \equiv \text{Effort}_{ip}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{ip}\boldsymbol{\beta} &\equiv \beta_0 + \beta_1 \text{Risk}_{ip} + \beta_2 \text{Alpha}_{ip} + \beta_3 \text{Beta}_{ip} + \beta_4 (\text{Risk*Alpha})_{ip} \\ &+ \beta_5 (\text{Risk*Beta})_{ip} + \beta_6 (\text{Alpha*Beta})_{ip} \end{aligned}$$

$$\theta T_s \equiv \theta \text{Treatment}_s$$

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_{i(p-1)}\boldsymbol{\delta} &\equiv \delta_1 (\text{Partner Value})_{i(p-1)} + \delta_2 (\text{Random Number})_{i(p-1)} \\ &+ \delta_3 (\text{Winning})_{i(p-1)} + \delta_4 (\text{Unfair Winning})_{i(p-1)} \end{aligned}$$

$$c_s \equiv \text{session fixed effects}$$

$$c_i \equiv \text{individual random effects}$$

Effet de traitement

VARIABLES	(1)		(2)		(3)		(4)	
	RE GLS	se	RE GLS	se	RE GLS	se	RE GLS	se
Treatment	15.454***	[0.000]	12.945***	[0.368]	9.062***	[0.815]	6.070***	[1.865]
(Partner Value) _{t-1}			0.159***	[0.020]	0.170***	[0.023]	0.177***	[0.024]
(Random Number) _{t-1}			-1.774	[1.499]	-1.258	[1.378]	-1.153	[1.400]
(Winning) _{t-1}			12.074***	[0.979]	12.542***	[1.904]	13.376***	[2.058]
(Unfair Winning) _{t-1}			-8.655***	[0.836]	-8.564***	[1.485]	-9.115***	[1.466]
Risk					0.466	[0.714]	-9.022	[7.021]
Alpha					-0.010	[0.219]	-1.038	[2.919]
Beta					-0.527	[0.449]	2.807**	[1.319]
Risk*Alpha							0.598	[0.417]
Risk*Beta							-0.105	[0.208]
Alpha*Beta							-0.147*	[0.082]
Periods	0.919***	[0.324]	0.584***	[0.181]	0.858*	[0.447]	0.855*	[0.440]
Periods ²	-0.042**	[0.017]	-0.027***	[0.010]	-0.041**	[0.021]	-0.041**	[0.020]
Constant	44.823***	[1.213]	34.737***	[1.835]	40.915***	[10.439]	51.733	[48.391]
Observations	2,360		2,242		1,634		1,634	
Number of id	118		118		86		86	

Robust standard errors in brackets
 *** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

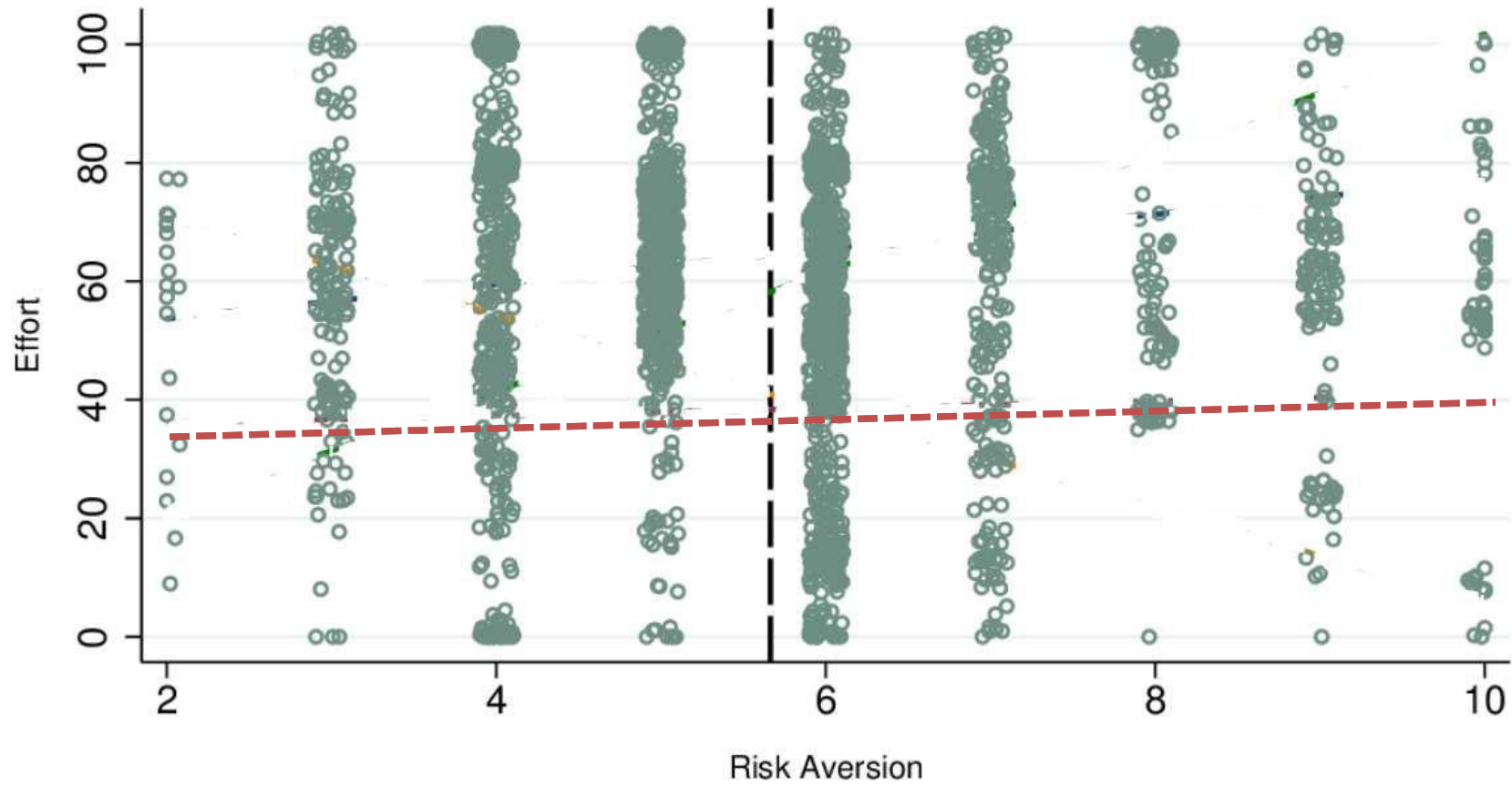
Aversion au risque, Envie et Empathie

VARIABLES	(1) POOLED	se	(2) ENT	se	(3) END	se
Treatment	-245.023***	[66.916]				
(Partner Value) _{t-1}	0.163***	[0.047]	0.147***	[0.053]	0.216***	[0.010]
(Random Number) _{t-1}	-3.326***	[1.230]	-3.378***	[1.216]	1.405	[1.656]
(Winning) _{t-1}	13.894***	[2.649]	12.041***	[2.786]	15.945***	[3.613]
(Unfair Winning) _{t-1}	-10.792***	[2.093]	-9.775***	[2.174]	-8.960***	[1.316]
(Partner Value*Treatment) _{t-1}	0.025	[0.047]				
(Random Number*Treatment) _{t-1}	4.341**	[1.945]				
(Winning*Treatment) _{t-1}	-1.119	[3.820]				
(Unfair Winning*Treatment) _{t-1}	3.497	[2.373]				
Risk	-18.845***	[2.980]	-19.389***	[3.429]	17.743	[14.796]
Alpha	-3.760	[2.480]	-3.908	[2.815]	7.353***	[1.380]
Beta	1.217	[2.607]	1.161	[2.953]	3.710*	[2.135]
Risk*Alpha	0.973**	[0.468]	0.998*	[0.533]	-0.746	[0.535]
Risk*Beta	0.062	[0.324]	0.068	[0.368]	-0.179	[0.344]
Alpha*Beta	-0.131***	[0.023]	-0.131***	[0.025]	-0.149	[0.117]
Risk*Treatment	37.589***	[14.086]				
Alpha*Treatment	11.274***	[2.771]				
Beta*Treatment	2.407	[3.295]				
Risk*Alpha*Treatment	-1.763***	[0.683]				
Risk*Beta*Treatment	-0.248	[0.460]				
Alpha*Beta*Treatment	-0.012	[0.113]				
Periods	0.847*	[0.450]	0.597	[0.617]	1.029	[0.728]
Periods ²	-0.041*	[0.021]	-0.023	[0.021]	-0.055	[0.037]
Constant	126.099***	[15.228]	131.393***	[15.511]	-118.434*	[69.416]
Observations	1,634		798		836	
Number of id	86		42		44	

Robust standard errors in brackets

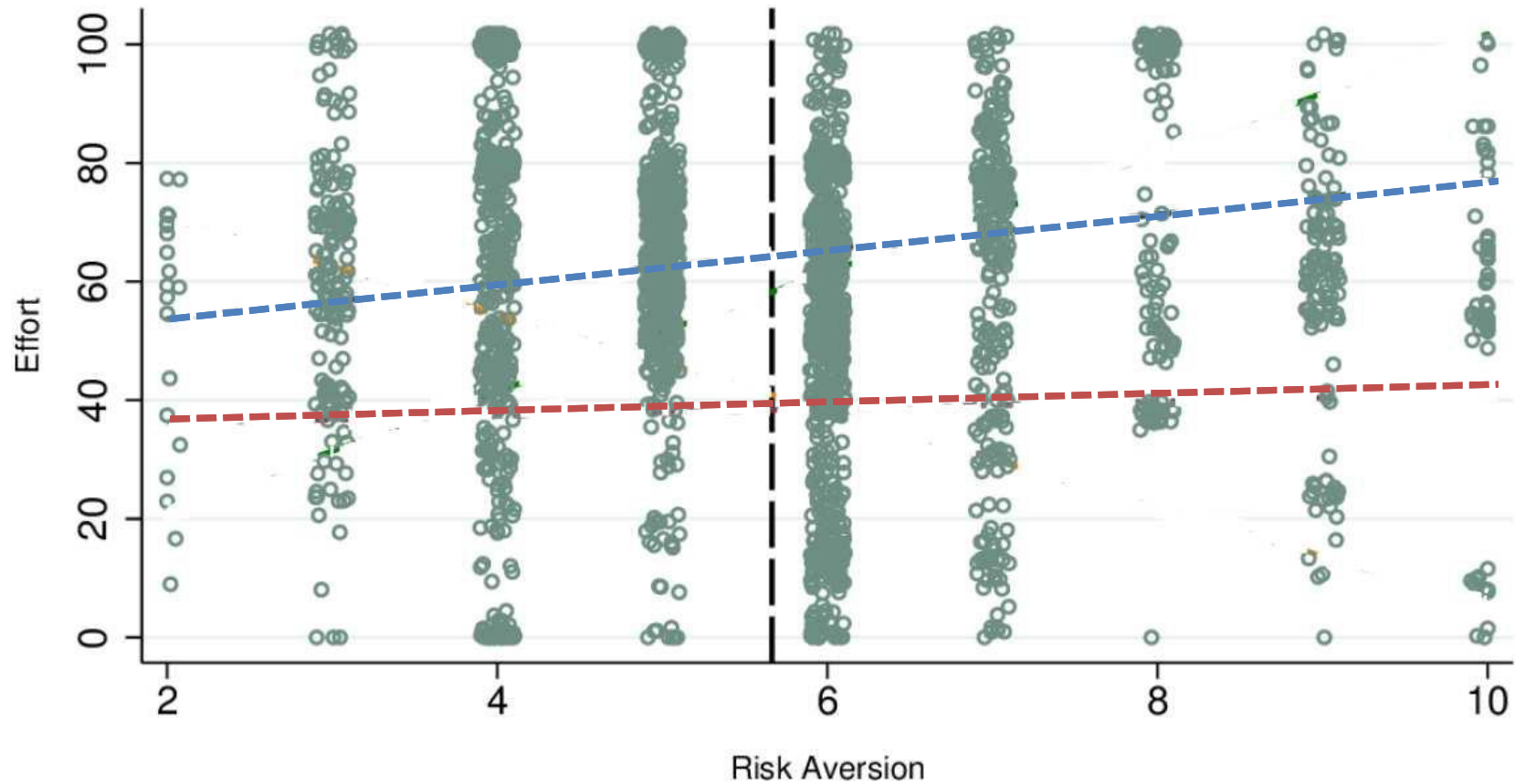
*** p<0.01, ** p<0.05, * p<0.1

Risk Aversion Marginal Effect



----- Low Envy in Exogenous Tournament

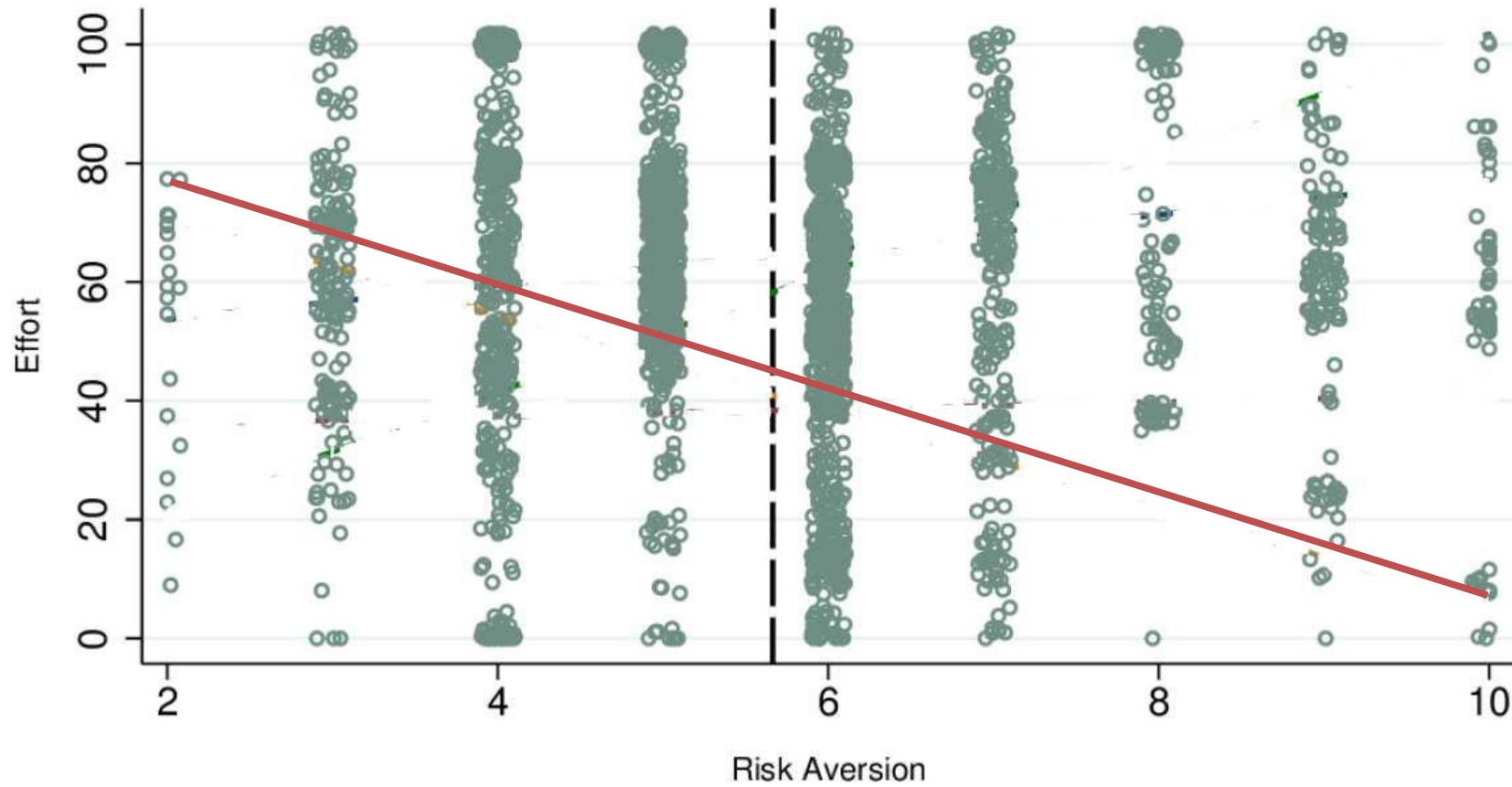
Risk Aversion Marginal Effect



----- Low Envy in Exogenous Tournament

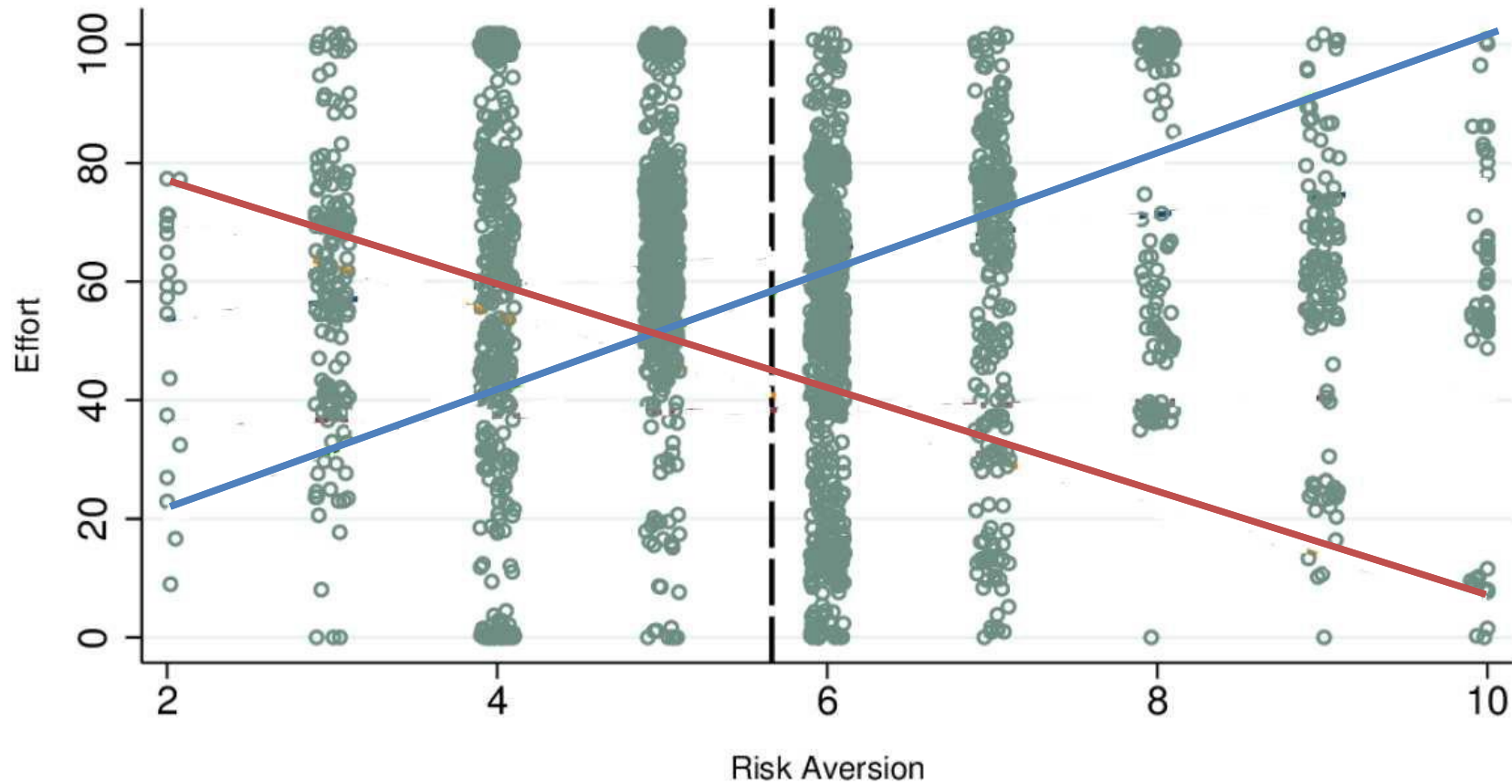
----- Low Envy in Endogenous Tournament

Risk Aversion Marginal Effect



— High Envy in Exogenous Tournament

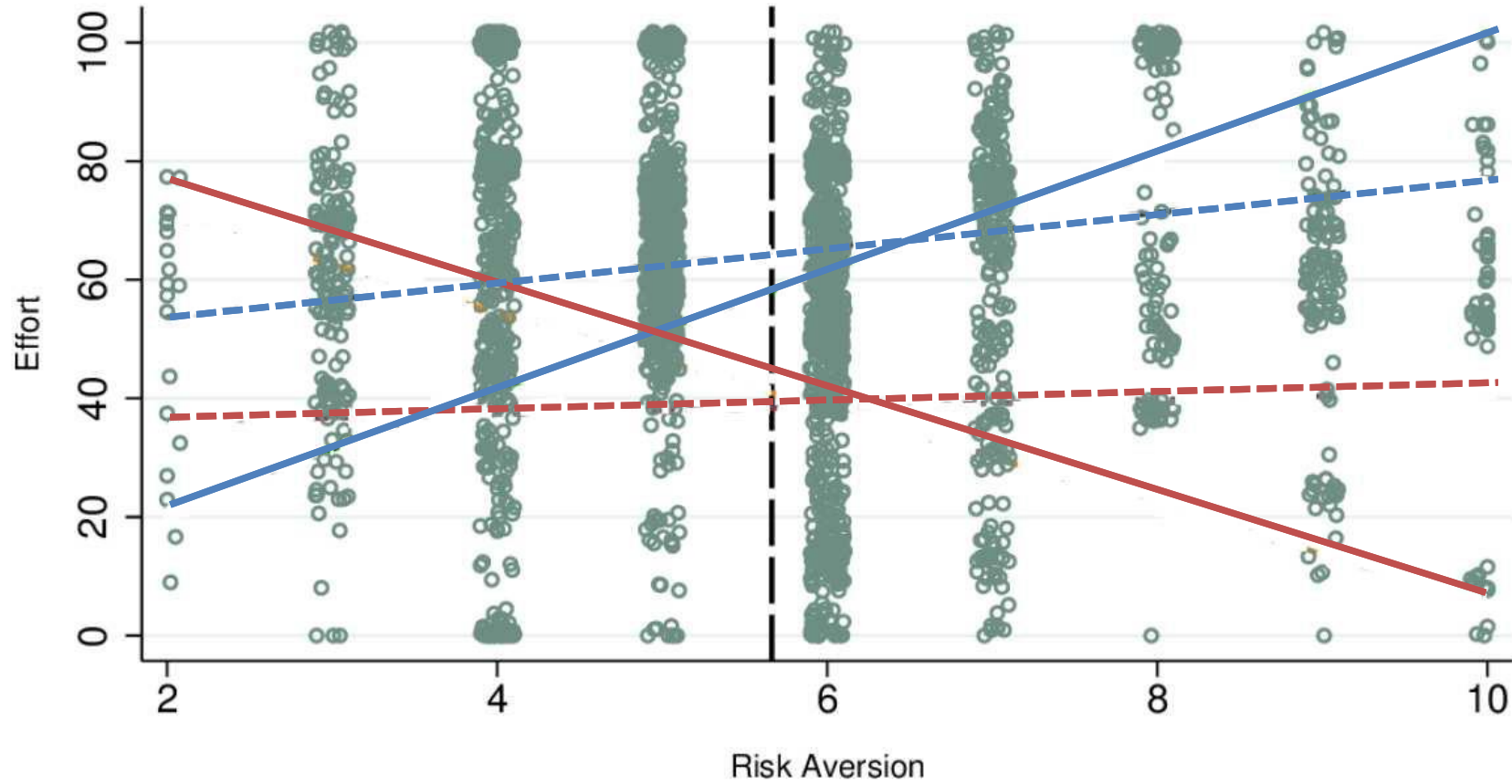
Risk Aversion Marginal Effect



— High Envy in Exogenous Tournament

— High Envy in Endogenous Tournament

Risk Aversion Marginal Effect



----- Low

----- High Envy

in Exogenous Tournament

----- Low

----- High Envy

in Endogenous Tournament

La compétition comme un concours.

- **Hypothèses:**

- Concours (« all pay auctions »).
- Baye et al. (1993) a montré qu'en excluant le joueur le plus fort (le joueur avec la plus haute valeur de victoire), l'investissement total des joueurs peut augmenter.
- Cohen et al. (2008) ont étudié la diminution du nombre de participants afin de maximiser leur effort total.
- Gneezy et Smorodinsky (2006) montrent expérimentalement qu'avec répétition, l'effet taille tend à diminuer.

Le Modèle de Minchuk et Sela (2017) Contests with Insurance

- **Hypothèses:**

- Valeurs privées (Information incomplète).
- Fonctions de coût de l'investissement identiques.
- Assurance optionnelle pour les perdants.
- Revenu du principal sur la somme des investissements individuels.

Compétition entre 3 personnes sans aucun lien (relation anonyme)

Résultat : un gagnant et deux perdants

La victoire a une valeur de V_i qui est propre à chacun ($i, i=1,2,3$) (V_i qui est la valeur privée de i) et qui n'est connue que de i : chaque compétiteur, i , n'a aucune idée des valeurs privées chacun des deux autres compétiteurs.

Participer au concours consiste à fixer le montant d'un investissement s_i qui suppose un coût $c(s_i)$

Le gagnant, i^* , est celui qui a le plus grand score : $i^* = \text{Arg Max}(s_1, s_2, s_3)$

« Concours standard »

Décision :

le compétiteur i choisit s_i en fonction de V_i et $c(s_i)$

Gain net du gagnant est donc :

$$V_{i^*} - c(s_{i^*})$$

Gain net de chacun des deux perdants, i , est donc :

$$0 - c(s_i)$$

« Concours avec Assurance »

Décision 1:

Souscription (optionnelle) d'une assurance qui rembourse uniquement les coûts du score en cas d'échec de chaque perdant. Prime d'assurance fixe B .

Décision 2:

le compétiteur i choisit s_i en fonction de V_i et $c(s_i)$

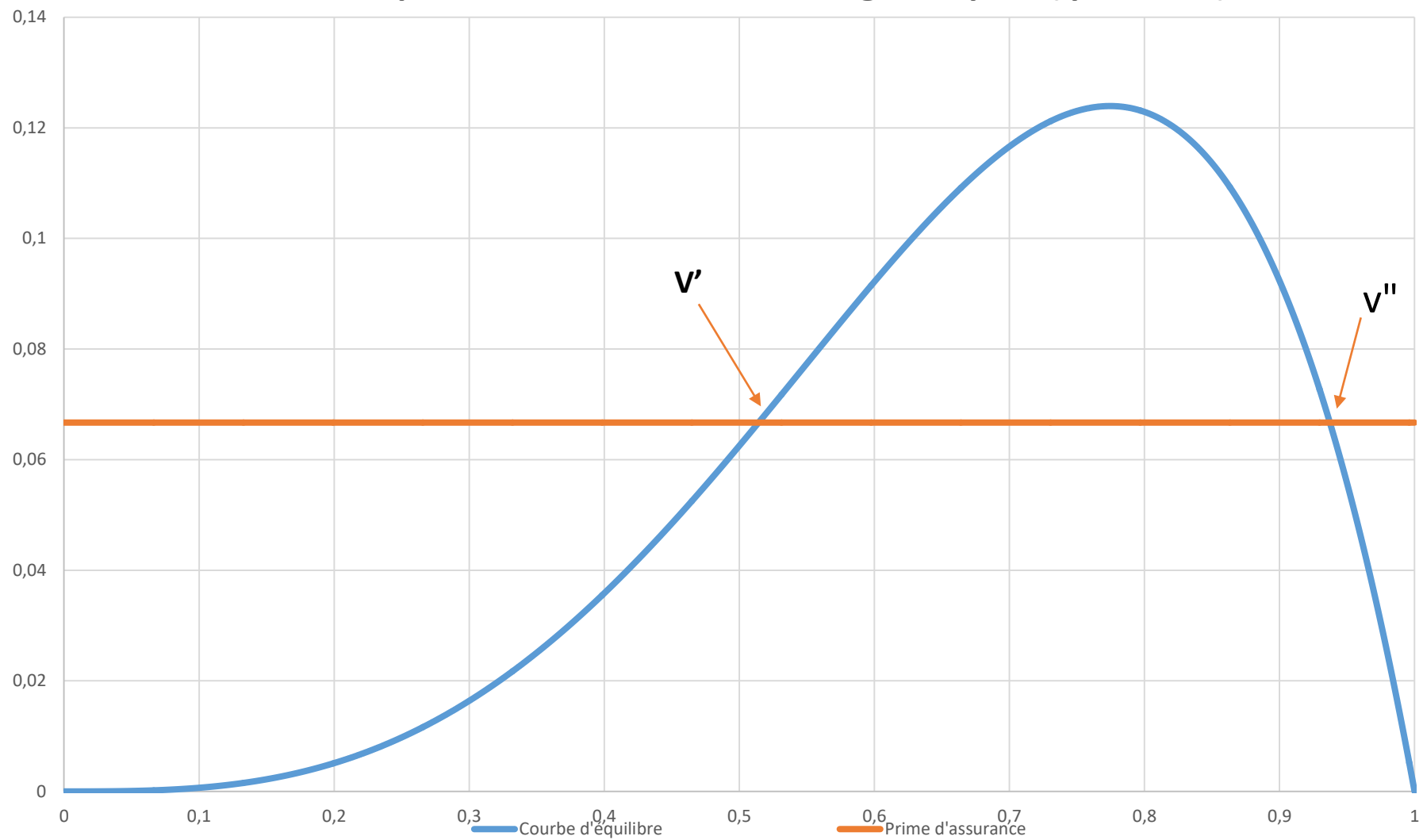
Gain net du gagnant est donc :

$$V_{i^*} - c(s_{i^*}) \quad \text{ou} \quad V_{i^*} - c(s_{i^*}) - B$$

Gain net de chacun des deux perdants, i , est donc :

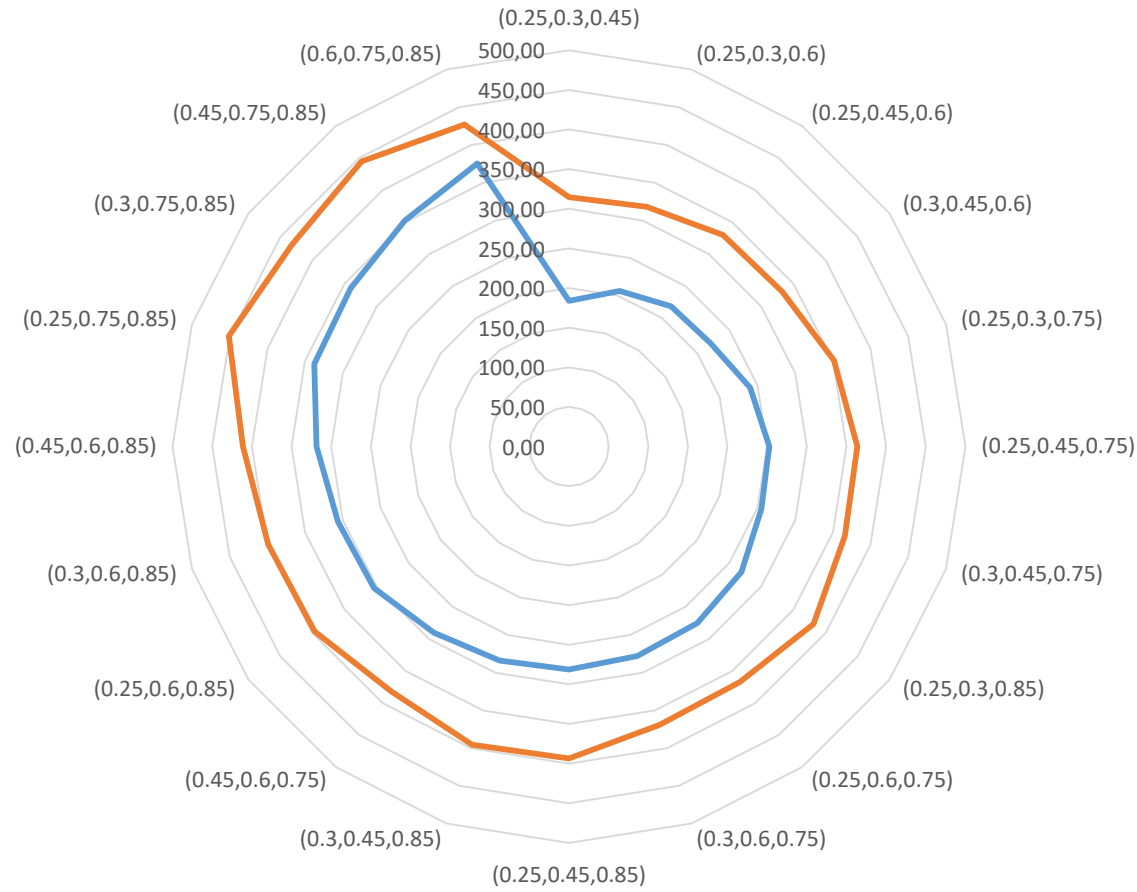
$$0 - c(s_i) \quad \text{ou} \quad 0 - B$$

Courbe d'équilibre des valeurs brutes de gain espéré ($\beta=0,0667$)



Revenu du concours

Sans Ass Avec Assu



Conclusion.

- Concilier Compétition (et les incitations) avec assurance.
- Question de Design :
 - Compétition avec les « *autres* »
 - Assurance et le comportement du perdant
- Design de l'assurance chômage.