

**Mémoire présenté le :**

**pour l'obtention du Diplôme Universitaire d'actuariat de l'ISFA  
et l'admission à l'Institut des Actuaires**

Par : MOULIN Baptiste

Titre Un générateur de scénarios économiques pour évaluer l'impact de la  
conjoncture inflationniste sur le capital des assureurs non-vie

Confidentialité :  NON  OUI (Durée :  1 an  2 ans)

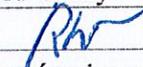
*Les signataires s'engagent à respecter la confidentialité indiquée ci-dessus*

*Membres présents du jury de l'Institut  
des Actuaires*

signature

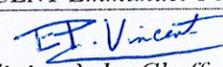
*Entreprise : ACPR - Banque de France*

Nom : LECAT Rémy

Signature : 

Directeur de mémoire en entreprise :

Nom : VINCENT Emmanuel-Paul

Signature : 

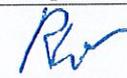
Invité : Adjoint à la Cheffe du Service  
Analyse des Risques Assurance

Nom : GORRAND Raphaël

Signature : 

*Autorisation de publication et de mise  
en ligne sur un site de diffusion de  
documents actuariels (après expiration  
de l'éventuel délai de confidentialité)*

Signature du responsable entreprise



Signature du candidat



*Membres présents du jury de l'ISFA*

*Ce mémoire a été réalisé au sein de l'Autorité de contrôle prudentiel et de résolution (ACPR) indépendamment de toute mission de contrôle de l'Autorité. Il n'engage que l'auteur, en aucun cas l'Autorité, et ne constitue pas une communication de l'ACPR. Les méthodes retenues ont été choisies par l'auteur et ne sont pas à considérer comme une recommandation technique de l'ACPR.*

# Résumé

L'envolée de l'inflation fin 2021 et la remontée des taux amorcée en 2022 modifient considérablement l'évolution des grandeurs économiques et financières qui sous-tendent l'évaluation économique du bilan des assureurs dans le référentiel défini par la réglementation Solvabilité II. Comprendre l'impact de l'inflation sur la richesse des compagnies d'assurance est complexe du fait de sa corrélation aux variables économiques utilisées pour le calcul de la valeur de marché des actifs et des passifs (taux d'intérêt, prix des actions, dividendes, prix immobilier, loyers, etc.).

Le mémoire met en lumière ces interactions complexes et propose, pour évaluer les conséquences de la nouvelle conjoncture inflationniste, un générateur de scénarios économiques monde réel avec une structure cascade qui accorde une place centrale à l'inflation, reconnaissant ainsi son influence sur le rendement attendu des actifs. Les scénarios économiques simulés sont utilisés pour quantifier l'impact croisé de différentes trajectoires d'évolution de l'inflation entre 2022 et 2027 sur l'Actif et le Passif des assureurs non-vie dont les bilans ont été agrégés au niveau du marché. Les valeurs de marché des investissements et la Meilleure Estimation des provisions techniques non-vie sont calculées pour chaque scénario économique, puis l'évolution de l'excédent d'Actif sur Passif est projetée.

En complément, le mémoire développe un modèle de simulation de trajectoires inflationnistes à changement de régime, reproduisant les principales caractéristiques intrinsèques de l'inflation et permettant l'ajout de chocs déterministes ou aléatoires. Ce modèle est utilisé pour réaliser un calcul stochastique de la Meilleure Estimation des provisions techniques non-vie.

Mots-clés : Inflation, Taux d'intérêt, Générateur de Scénarios Économiques, Modèle de Wilkie, Banque Centrale Européenne, Politique monétaire Assurance non-vie, Solvabilité II, Actif, Passif, Valeur de marché, Meilleure Estimation, Provisions techniques, Relation de Fisher, Règle de Taylor, Fonctionnelle de Nelson et Siegel

# Abstract

The surge in inflation at the end of 2021 and the increase in interest rates that subsequently began in 2022 are significantly impacting the economic and the financial components which underlie the economic assessment of the insurers' balance sheets under the Solvency II framework. Understanding the impact of inflation on the wealth of insurance companies is complex because of its correlation with the economic variables used to calculate the market value of assets and liabilities (interest rates, share prices, dividends, property prices, rents, etc.).

The paper highlights these complex interactions and proposes a real-world economic scenario generator with a waterfall structure that puts inflation at the center of the model, materializing its influence on expected asset returns, to assess the consequences of the new inflation environment. The simulated economic scenarios are used to quantify the cross-impact on the market valuation of non-life insurers' assets and liabilities of different inflation paths between 2022 and 2027. Market values of investments and the Best Estimate of non-life technical provisions are calculated for each economic scenario, then the excess of Assets over Liabilities is projected.

In addition, the paper develops a switching-regime model to simulate inflationary trajectories by mimicking the main intrinsic characteristics of inflation and allowing the addition of deterministic or random shocks. This model is used to perform a stochastic calculation of the Best Estimate of non-life technical provisions.

Keywords: Inflation, Interest rates, Economic Scenario Generator, Wilkie Model, European Central Bank, Monetary Policy Non-Life Insurance, Solvency II, Assets, Liabilities, Market Value, Best Estimate, Technical Provisions, Fisher Relationship, Taylor Rule, Nelson & Siegel Functional

# Synthèse

## Contexte et problématique

L'envolée de l'inflation fin 2021 et la remontée des taux amorcée en 2022 modifient considérablement l'évolution des grandeurs économiques et financières qui sous-tendent l'évaluation économique du bilan des assureurs en norme Solvabilité II. Quantifier l'impact de l'inflation sur la richesse des compagnies d'assurance est complexe du fait de sa corrélation aux variables économiques utilisées pour le calcul de la valeur de marché des actifs et des passifs (taux d'intérêt, prix des actions, dividendes, prix immobilier, loyers, etc.).

Le mémoire cherche à proposer des méthodologies pour évaluer l'impact croisé de différentes trajectoires d'évolution de l'inflation entre fin 2022 et fin 2027 sur l'Actif et le Passif des assureurs non-vie dont les bilans ont été agrégés au niveau du marché. Le but est de calculer les valeurs de marché des investissements et la Meilleure Estimation des provisions techniques non-vie sous différents scénarios économiques, puis de projeter l'évolution de l'excédent d'Actif sur Passif.

## Nécessité d'un générateur de scénarios économiques

On sait que l'inflation conduit à réévaluer à la hausse les provisions techniques et fait baisser le rendement réel des actifs, tandis que la remontée des taux d'intérêt diminue la valeur actualisée des provisions techniques et la valeur de marché des actifs et augmente le rendement des obligations nouvellement émises. L'inflation augmente les coûts de fonctionnement et la hausse des taux renchérit les coûts de financement.

Il n'est toutefois pas possible d'affirmer de manière directe quel sera l'impact de l'environnement inflationniste sur le montant des fonds propres d'un assureur du fait de la corrélation entre l'inflation et les grandeurs économiques utilisées dans le calcul des différents postes du bilan, en particulier les taux d'intérêt. Par ailleurs, une incertitude entoure les niveaux qu'atteindront ces variables économiques en fonction du niveau de l'inflation. Pour déterminer de manière cohérente l'impact global d'une trajectoire d'inflation sur la situation capitalistique d'un assureur, il est donc nécessaire de recourir à un générateur de scénarios économiques capable de simuler les variables économiques en réaction à la trajectoire d'inflation en entrée, en rendant compte fidèlement des corrélations à l'inflation et de l'incertitude de ces dernières.

## Travaux existants

En réaction à la recrudescence de l'inflation les autorités de contrôle et de supervision ont initié des travaux pour mettre en exergue l'impact inflationniste sur l'assurance et révéler les facteurs de sensibilité à l'inflation (longueur des branches, composition de l'Actif, écart de durée entre Actif et Passif etc.). On peut citer parmi les principales publications des autorités européennes : « Insights from PRA thematic review of general insurance reserving and capital modelling » de la Prudential Regulation Authority, « Rising inflation: for the time being, it's here to stay » de la BaFin et « Inflation and Insurance » de l'IVASS. Ces publications traitent des risques généraux que l'inflation fait peser sur le secteur mais ne présente pas de réelle analyse quantitative.

Le rapport EIOPA « Report on the Impact of Inflation on the Insurance Sector », fruit du travail d'un groupe d'experts issus de différentes autorités nationales, analyse avec plus de précision les risques que pourraient engendrer le nouvel environnement économique sur la solvabilité, la

rentabilité et la liquidité des assureurs et des fonds de pension européens. Des chocs instantanés sur les taux et l'inflation sont appliqués aux bilans des organismes pour quantifier l'impact sur leur capital. Les positions sur dérivés et les appels de marge déclenchés par des chocs de taux sont également étudiés. Cette étude a donc le mérite de présenter une évaluation quantitative du risque, cependant les chocs d'inflation et de taux ont été établis à dire d'experts, la corrélation entre les taux et l'inflation n'a pas été modélisée. De plus, les chocs sont déterministes et ne s'appliquent qu'aux produits de taux. La projection de l'excédent d'Actif sur Passif présentée dans le rapport sous-estime vraisemblablement la valorisation de l'Actif car de nombreux actifs, en particulier les actions, sont laissés hors champ.

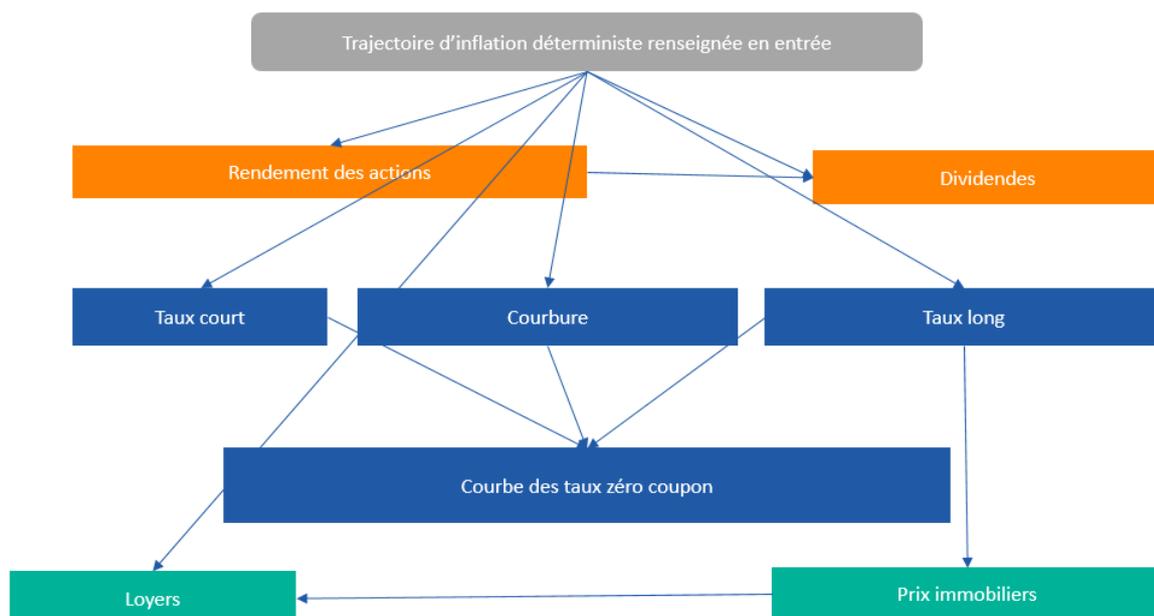
Peu d'études récentes consacrées à l'analyse de l'impact de l'inflation sur les assureurs ont été présentées dans les revues actuarielles. Cette lacune s'explique certainement par l'environnement inflationniste relativement bénin des dernières décennies. Les principaux modèles permettant de quantifier l'impact de l'inflation sur les assureurs furent développés par des actuaires et économistes des années 80 et 90 tels que Stephen D'Arcy, David Wilkie ou Robert Clarkson. Ils conclurent que l'inflation a un impact négatif sur les résultats et le niveau des fonds propres.

Deux grandes approches peuvent être distinguées lorsqu'il s'agit d'implémenter une dynamique entre l'inflation et les taux d'intérêt dans le futur : exprimer le taux d'inflation par différence entre les taux nominaux et les taux réels ou postuler que l'inflation est la source de l'incertitude et calculer les taux d'intérêt à partir de l'inflation. Dans le premier cas, l'approche la plus communément employée est celle de KAUFMANN et al. [2001] et dans le second, il s'agit de celle de WILKIE [1995]. Les deux techniques peuvent aboutir à des résultats sensiblement différents.

### **Construction du générateur de scénarios économiques**

Le mémoire propose un générateur de scénarios économiques monde réel dont la structure s'inspire du modèle de David Wilkie. Les variables sont simulées en cascade à partir de l'inflation qui est fournie en entrée du générateur. Le choix de se placer dans un univers monde réel plutôt que risque neutre permet de retranscrire le fait que le rendement attendu des actifs financiers n'est pas le même selon le niveau et les prévisions d'inflation. L'intérêt de la structure retenue est de ne prendre en entrée qu'une trajectoire d'inflation et d'être capable de modifier le modèle de génération des variables financières en cohérence avec cette trajectoire inflationniste. L'inflation est ainsi envisagée non pas comme une simple source d'incertitude mais comme un risque macroéconomique qui vient modifier l'univers d'investissement. Il devient alors possible de discuter de l'impact de son évolution sur les prix et les rendements des actifs financiers.

Le schéma ci-dessous montre la structure du générateur de scénarios économiques.



La dynamique du rendement des actions est composée d'un terme autorégressif et d'un terme inflationniste. La diminution du rendement est généralement liée à une augmentation du prix de l'action qui peut être la conséquence d'une anticipation par les analystes d'une augmentation du prochain dividende. Pour retranscrire cet effet, la croissance du dividende est modélisée par une contribution positive de l'inflation et une contribution négative du résidu du rendement des dividendes.

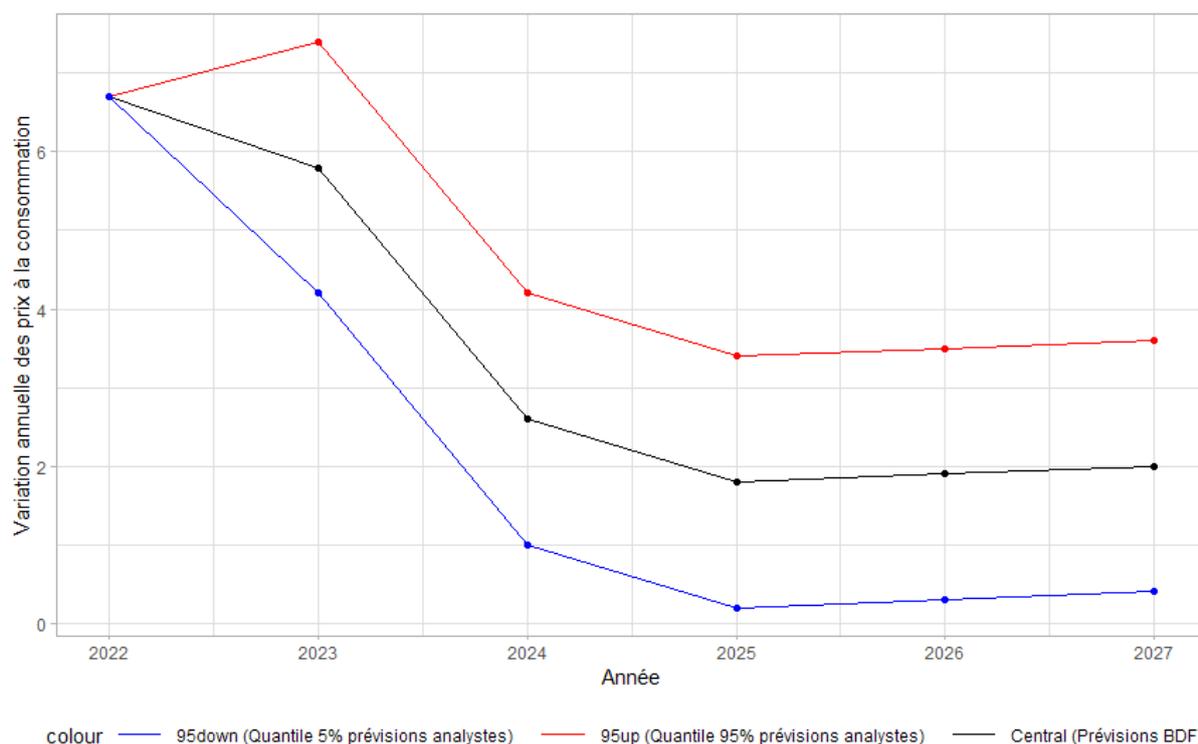
De manière classique, la courbe des taux est générée par une fonctionnelle de Nelson et Siegel à trois paramètres de forme (valeur asymptotique, pente et courbure) et un paramètre d'échelle. Les trois paramètres de forme suivent une dynamique corrélée à l'inflation alors que le paramètre d'échelle est constant. La relation entre le taux court et l'inflation est régie par la règle de Taylor alors que le taux long est lié à l'inflation via la relation de Fisher. La courbure est simplement reliée à l'inflation via un modèle linéaire.

L'indice des prix immobiliers est le produit d'un lissage exponentiel à retard du taux long et d'un terme autorégressif, calibrés à partir d'une série des prix de l'immobilier commercial. L'indice des loyers est généré par lissage exponentiel de l'indice des prix immobiliers auquel s'ajoute un terme inflationniste.

Les résidus sont tous modélisés par un bruit gaussien.

### Démarche de l'étude d'impact de l'inflation sur le capital des assureurs français non-vie

Trois scénarios d'évolution de l'inflation sont étudiés dans le mémoire. Le premier scénario, dit central, correspond aux prévisions d'inflation de la Banque de France publiées en décembre 2023 ; soit 5,8 % en 2023 ; 2,6 % en 2024 ; 1,8 % en 2025 ; 1,9 % en 2026 et 2% en 2027. Les deux autres trajectoires de retour vers 2% (plus lentement que prévu, plus rapidement que prévu) ont été construites à partir de l'enquête trimestrielle de la BCE auprès des professionnels *ECB Survey of Professional Forecasters inflation expectations*.



Les sorties du générateur de scénarios économiques ont permis de projeter, de fin 2022 à fin 2027, dans ces trois scénarios: (i) les valeurs de marché des principales classes d'actifs composant l'Actif agrégé au niveau marché des assureurs non-vie, et (ii) la Meilleure Estimation des provisions techniques non-vie. Le bilan prudentiel a été recalculé après une mise à l'échelle pour tenir compte des postes qui ne sont pas projetés (notamment la réassurance) et des écarts qui existent entre l'état réglementaire S.02.01 présentant les éléments du bilan et les états S.06.02 et S.18.01 utilisés respectivement pour le calcul de la valeur de marché des actifs et des provisions techniques non-vie.

## Résultats obtenus

**Actif :** L'impact négatif d'un environnement inflationniste sur la valorisation des actifs obligataires et immobiliers et positif sur le rendement des actions, se traduit au global par un impact négatif sur la valorisation totale des placements. La croissance de la valeur des investissements au bout des cinq ans de projection est, malgré tout, très proche dans les trois scénarios envisagés, du fait, d'une part, des revenus récurrents (dividendes, coupons et loyers) en augmentation dans le scénario d'inflation élevée, et d'autre part, de l'importante proportion des placements que les assureurs français non-vie allouent aux actions (près de 40 %).

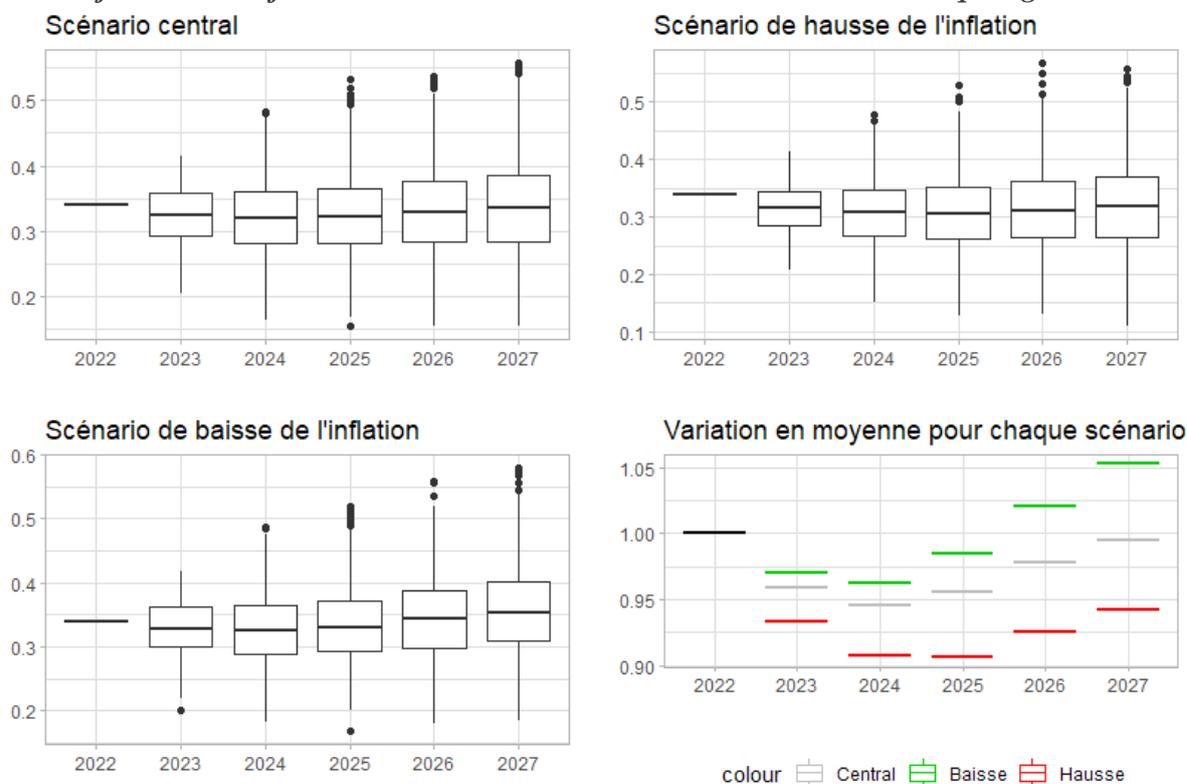
**Passif :** Concernant les provisions techniques, l'impact inflationniste sur les flux de trésorerie futurs sortants est en partie compensé par la hausse des taux. Toutefois, le bénéfice d'actualisation s'estompe dès lors que les taux baissent, alors que l'inflation des charges se cumule d'un exercice à l'autre. Par voie de conséquence, plus le scénario présente une inflation élevée plus les provisions techniques sont élevées en fin de projection.

**Excédent d'Actif sur Passif :** Dans le scénario où l'inflation future serait plus haute que la prévision, l'excédent d'Actif sur Passif serait en moyenne chaque année plus bas de -7,9 % à -4,4 % par rapport au scénario dans lequel l'inflation suivrait sa prévision. C'est en 2025 que l'impact inflationniste serait le plus marqué. Dans le scénario où l'inflation future serait plus basse que la prévision, l'excédent d'Actif sur Passif serait en moyenne chaque année plus haut de 3 à 7,1 %.

L'analyse qui a été menée corrobore ainsi la conclusion à laquelle les actuaires et économistes des années 80 et 90 avait aboutie : l'inflation a un impact négatif sur le niveau des fonds propres.

La régulation de l'inflation entamée par les autorités monétaires devrait à terme, lorsque les taux baisseront, conduire à l'élargissement du bilan des assureurs par rapport à la valorisation à fin 2022. Dans la modélisation proposée, la valeur de l'Actif augmenterait moins (en relatif) que celle du Passif en 2023 et 2024 et l'excédent d'Actif sur Passif en proportion de l'Actif se réduirait en deux ans en moyenne de -4 à -9 % en fonction du scénario. À partir de 2025, le ratio se redresserait pour atteindre en moyenne en 2027 un niveau proche de celui de 2022 dans le scénario fidèle aux prévisions, un niveau plus faible de -6 % dans le scénario où l'inflation future serait plus haute que la prévision et un niveau 5 % plus élevé dans le cas où elle serait plus faible.

*Évolution du ratio de l'excédent d'Actif sur Passif sur la valeur totale de l'Actif selon les trois trajectoires d'inflation – Distribution sur 10 000 scénarios économiques générés*



En 2023, l'inflation a diminué plus rapidement qu'attendu, le glissement annuel de l'IPCH atteignant en France 4,1 % en fin d'année. Le fort recul de fin d'année nous placerait finalement sur la plus optimiste des trois trajectoires analysées dans le mémoire. Si la tendance se poursuit, les résultats obtenus dans le mémoire suggèrent que l'évolution de l'inflation va avoir un impact favorable sur la situation en capital des assureurs français non-vie au cours des quatre prochaines années.

# Remerciements

Mes premiers remerciements vont à Emmanuel-Paul VINCENT et Raphaël GORRAND pour le temps et les efforts qu'ils ont déployés à m'encadrer, ainsi qu'à mes tuteurs académiques Frédéric PLANCHET et Stéphane LOISEL pour leur expertise et les références très bien ciblées qu'ils ont pu me fournir.

Je tiens également à remercier pour ses précieux conseils sur l'élaboration d'un générateur de scénarios économiques Karim MZOUGHJI, auteur d'un mémoire référence sur le sujet. Je remercie encore chaleureusement pour son aide sur la construction des courbes des taux Fulvio PEGORARO, chercheur à la Banque de France et spécialiste des modèles de taux.

J'adresse ma reconnaissance à mes directeurs Laurent CLERC et Rémy LECAT et ma cheffe de service Aurore CAMBOU pour la confiance qu'ils m'ont témoignée en me permettant de rejoindre la Direction d'Étude et Analyse des Risques de l'Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution et de réaliser ce mémoire. Je remercie mes collègues pour leur aide et leur soutien et en particulier Leïla EL KAÏSSOUMI et Guillaume PASTORELLI qui se sont proposés de porter une relecture attentive à mon mémoire.

Enfin je souhaite remercier mes parents pour leur soutien indéfectible tout au long de mes études.

# Table des matières

<b>Introduction .....</b>	<b>1</b>
Un nouvel environnement économique.....	1
Pourquoi l'inflation et la remontée des taux sont-elles des préoccupations majeures pour les assureurs ?.....	2
Enjeux et objectifs poursuivis .....	4
Contributions récentes.....	6
Éléments différenciant du travail réalisé dans ce mémoire.....	8
<b>1 Incidence sur le secteur de l'assurance dommages des derniers épisodes inflationnistes.....</b>	<b>9</b>
1.1 L'inflation a accru le coût des sinistres et modifié le rendement des actifs .....	9
1.2 L'inflation des sinistres assurés dépasse l'inflation économique.....	11
<b>2 Un générateur de scénarios économiques qui propage les effets de l'inflation .....</b>	<b>13</b>
2.1 Le modèle de Wilkie de 1986.....	14
2.1.1 Grandeurs d'intérêt .....	15
2.1.2 Inflation.....	16
2.1.3 Processus du rendement des dividendes .....	17
2.1.4 Processus du montant des dividendes .....	18
2.1.5 Taux longs.....	19
2.2 Le modèle de Wilkie de 1995.....	21
2.2.1 Modélisation révisée de l'inflation .....	22
2.2.2 Processus du rendement des actifs immobiliers.....	22
2.2.3 Processus du montant des loyers.....	22
2.2.4 Taux courts.....	23
2.3 Les critiques du modèle .....	24
2.4 Les autres générateurs de scénarios économiques envisageables.....	25
<b>3 Analyse des séries économiques, choix de modélisation et estimation des paramètres du GSE.....</b>	<b>26</b>
3.1 Dividendes versés, rendement et prix des actions .....	27
3.1.1 Démarche des choix et de la validation du modèle.....	27
3.1.2 Rendement des dividendes.....	30
3.1.3 Montant des dividendes .....	38
3.2 Courbe des taux zéro coupon.....	42
3.2.1 Théorie économique et contraintes réglementaires.....	42
3.2.2 Construction des données utilisées .....	45
3.2.3 Taux courts.....	47
3.2.4 Taux longs.....	55
3.2.5 Courbure .....	59
3.3 Prix de l'immobilier et montant des loyers .....	62
3.3.1 Prix de l'immobilier commercial .....	62
3.3.2 Loyers commerciaux.....	64
3.4 Synthèse du modèle retenu .....	66
<b>4 Propositions pour une modélisation stochastique de l'inflation .....</b>	<b>67</b>

4.1	Les modélisations possibles pour l'inflation .....	67
4.1.1	Modèles stochastiques linéaires et stationnaires .....	68
4.1.2	Modèles stochastiques linéaires non-stationnaires .....	69
4.1.3	Modèles stochastiques non linéaires .....	69
4.2	Élaboration du modèle retenu .....	74
4.2.1	Choix de l'indice pour le calibrage .....	74
4.2.2	Description de la méthode d'estimation par maximum de vraisemblance ..	75
<b>5</b>	<b>Quantifier l'impact de la nouvelle conjoncture inflationniste sur l'Actif des assureurs non-vie.....</b>	<b>76</b>
5.1	Objectifs et méthodologie de l'étude d'impact.....	76
5.1.1	Aspects généraux relatifs aux trois chapitres .....	76
5.1.2	Présentation des données d'actif .....	76
5.1.3	Modélisation des prix des obligations.....	77
5.1.4	Modélisation de la trésorerie, des actions et des actifs immobiliers.....	78
5.1.5	Mécanique générale du modèle de projection.....	78
5.2	Scénarios d'inflation et distribution des variables en sortie du GSE .....	80
5.2.1	Construction des trajectoires d'inflation étudiées .....	80
5.2.2	Distribution des variables économiques simulées par le GSE.....	81
5.3	Étude d'impact sur l'Actif .....	85
5.3.1	Structure et caractéristiques des placements après mise en transparence ....	85
5.3.2	Évolution de la valeur de marché des placements dans les trois scénarios d'inflation .....	86
<b>6</b>	<b>Quantifier l'impact de la nouvelle conjoncture inflationniste sur le Passif des assureurs non-vie .....</b>	<b>91</b>
6.1	Méthodologie de projection des provisions techniques non-vie .....	91
6.1.1	Présentation des données sur les engagements .....	91
6.1.2	Méthode de projection de la Meilleure Estimation .....	91
6.2	Étude d'impact sur le Passif .....	93
6.2.1	Échéancier des flux de trésorerie .....	93
6.2.2	Évolution de la Meilleure Estimation des provisions techniques non-vie dans les trois scénarios d'inflation .....	93
6.3	Impact d'une modélisation stochastique de l'inflation future pour le calcul de la Meilleure Estimation .....	97
6.3.1	Sans choc inflationniste exogène .....	97
6.3.2	Avec un choc exogène .....	97
<b>7</b>	<b>Résultats de l'impact croisé de la nouvelle conjoncture inflationniste sur l'Actif et le Passif des assureurs non-vie .....</b>	<b>99</b>
7.1	Méthodologie de projection de l'excédent d'Actif sur Passif .....	99
7.2	Étude d'impact sur l'excédent d'Actif sur Passif .....	101
	<b>Conclusion.....</b>	<b>105</b>
	Résultats obtenus.....	105
	Limites.....	106
	Ouverture.....	107
	<b>Bibliographie.....</b>	<b>108</b>



# Introduction

## Un nouvel environnement économique

L'économie mondiale connaît depuis 2020 des bouleversements significatifs, déclenchés par deux événements inattendus et perturbateurs : la pandémie de Covid-19 qui atteint l'Europe début 2020 et l'invasion russe en Ukraine en 2022. L'année 2022 marque un changement de paradigme pour les acteurs économiques en général et les assureurs en particulier : le retour de l'inflation, la fin d'une période prolongée de taux bas et la manifestation d'une croissance tendancielle des sinistres climatiques déjà bien identifiée.

Peu d'études consacrées à l'analyse de l'impact de l'inflation sur les assureurs ont été présentées dans les revues actuarielles depuis le milieu des années 90. Cette lacune s'explique par l'environnement inflationniste relativement bénin des dernières décennies. En effet, depuis 1995 l'inflation en Europe n'a été supérieure à 2 % que ponctuellement et de manière très modérée. Les facteurs communément admis de cette faible inflation dans les années passées sont la mondialisation et la délocalisation, la robotisation et les gains de productivité, les faibles taux d'intérêts, la forte croissance mondiale et les faibles prix de l'énergie. Les économistes appellent cette période de faible variabilité de l'inflation et de la croissance du PIB dans les pays occidentaux la "Grande modération". Entre décembre 2021 et décembre 2022, la dynamique change radicalement puisque l'indice des prix à la consommation harmonisée (IPCH) de l'Union européenne à 27 pays a augmenté de 10,4 % et celui de la France de 6,7 %, avec une accumulation régulière de hausses sur l'ensemble de l'année. Cette résurgence de l'inflation découlerait, d'une part, de la hausse des prix de l'énergie, provoquée par le conflit en Ukraine et le coût de la transition énergétique, et d'autre part, d'un déséquilibre de l'offre et de la demande dans un contexte post-pandémique. Les politiques de stimulation monétaire et budgétaire ont par ailleurs contribué à ce déséquilibre, tout comme les transformations profondes dans les modes de vie et de travail. Dans son discours au Symposium de Jackson Hole le 27 août 2022, Isabel Schnabel – économiste et membre du directoire de la Banque Centrale Européenne (BCE) –, a soutenu l'idée que 2022 marque la fin de la "Grande modération" et que nous entrons désormais dans une période de "grande volatilité", combinant des chocs d'offre négatifs et des chocs de demande positifs, de manière parfois asynchrone.

L'inflation a pour effet immédiat une diminution du pouvoir d'achat et une incertitude économique accrue, entraînant une distorsion des décisions d'investissement qui peut nuire à la croissance économique. C'est la raison pour laquelle lutter contre l'inflation est une préoccupation majeure pour les autorités économiques et monétaires, tout particulièrement les gouvernements et les banques centrales. La réponse des autorités monétaires et notamment de la Réserve fédérale (Fed) aux États-Unis et de la BCE en Europe a été immédiate et s'est matérialisée par un resserrement de la politique monétaire et une hausse significative des taux d'intérêt. Le taux de la facilité de dépôt de la BCE, c'est-à-dire le taux d'intérêt auquel sont rémunérés les dépôts que placent les banques et autres établissements financiers auprès de la banque centrale, est ainsi passé de -0,5 % à 2,5 % entre février 2021 et février 2022.

Les niveaux des prix et des taux d'intérêt jouent tous les deux un rôle clé dans le cycle de l'assurance, comme nous l'explicitons un peu plus loin. Le nouvel environnement économique caractérisé par une inflation élevée et des taux en hausse graduelle induit donc une

réflexion nouvelle des assureurs sur la conduite de leur activité, à laquelle ils se sont peu préparés. Quelques articles parus dans la science actuarielle dans les années 2010 prévenaient pourtant d'un possible retour de l'inflation à la suite de la crise financière de 2008 et de ses conséquences pour le secteur de l'assurance. Citons par exemple AHLGRIM et D'ARCY [2012] qui, sur commande de la Society of Actuaries, du Casualty Actuarial Society et du Canadian Institute of Actuaries, ont examiné les répercussions d'une déflation ou au contraire de taux d'inflation élevés sur les assurances de biens et de responsabilité ainsi que sur l'assurance-vie. Ils avaient ainsi proposé des stratégies d'atténuation des risques pour les assureurs et avaient décrit des modèles pouvant être utilisés pour simuler les trajectoires futures de l'inflation et d'autres variables économiques d'intérêt. Deux ans auparavant, la modification des exigences de capital réglementaire pour les assureurs australiens et l'identification par l'Australian Prudential Regulation Authority de l'inflation comme l'un des principaux risques insuffisamment pris en compte par le régime actuel, avaient conduit John De Ravin et Mike Fowlds à préparer pour le 17<sup>e</sup> séminaire de l'Institute of Actuaries of Australia un document qui traite de l'interaction entre le risque d'inflation et chacune des composantes de l'activité d'assurance DE RAVIN et FOWLDS [2010]. Ils s'étaient ainsi intéressés à l'impact de l'inflation et aux moyens de la prendre en compte dans l'élaboration des modèles, la rédaction des polices, la tarification, le provisionnement, la politique d'investissement et la gestion des risques. Plus récemment, en 2021, alors que l'inflation en Europe vient d'atteindre la cible des 2 % de la BCE pour la première fois depuis 2018, la revue Risques publie un dossier sur le possible retour de l'inflation (ZAJDENWEBER et al. [2021]). Les cinq articles composant le dossier examinent les implications pour l'assurance vie d'une remontée de l'inflation et des taux longs, scénario jugé comme le plus probable à moyen terme. Le passage soudain d'une période prolongée de taux bas et d'inflation faible à un cycle inflationniste accompagné d'une remontée des taux d'intérêt fermement conduite par les politiques de lutte contre l'inflation des principales banques centrales est source de nouveaux défis pour les assureurs. De nombreux écueils pourraient mettre à mal la rentabilité et la solvabilité de certains acteurs de l'assurance mais de nouvelles opportunités se présenteront aussi à ceux qui réussiront leur transition.

## Pourquoi l'inflation et la remontée des taux sont-elles des préoccupations majeures pour les assureurs ?

L'activité d'un assureur consiste à fournir une protection financière contre divers risques en échange d'une prime ou d'un paiement périodique. D'un côté, les primes collectées par les assureurs sont investies dans des actifs financiers variés qui constituent une réserve de valeur qu'ils utiliseront pour honorer des prestations financières envers les ayants droit dans un avenir plus ou moins lointain. Ces investissements sont comptabilisés à l'Actif. D'un autre côté, les assureurs doivent constituer des réserves financières pour faire face aux futures demandes de règlement. Ces réserves ou provisions sont comptabilisées au Passif et évaluées grâce à des données statistiques et des modèles actuariels permettant d'anticiper les coûts futurs des événements couverts et les retombées des actifs financiers. Les assureurs construisent leurs portefeuilles de manière que les flux perçus des actifs (dividendes, coupons, loyers, remboursements d'obligations, reventes de titres) s'adaptent le mieux possible, en temps et en montant, aux flux sortants générés par les garanties offertes. C'est ce qu'on appelle la gestion Actif-Passif.

- Les coûts de fonctionnement des assureurs comme de toute entreprise sont amenés à croître en période de forte inflation. La répercussion sur les différents frais (frais d'acquisition, d'administration, de gestion des sinistres, de gestion des investissements, etc.) est très hétérogène et variable d'un acteur à l'autre. In fine, l'accroissement des

frais réduit la rentabilité des assureurs et leur capacité à proposer des prix compétitifs. Bien que les assureurs se financent essentiellement via les primes perçues des assurés, il leur arrive également de lever des capitaux via l'actionnariat ou par l'émission de dettes subordonnées ou non. Du fait de l'inflation et de la hausse des taux, le rendement attendu des apporteurs de fonds augmente, ce qui renchérit le coût du financement.

Au-delà des coûts de fonctionnement, l'inflation renchérit les charges des sinistres et prestations.

- D'une part, en ce qui concerne l'assurance non-vie, une forte hétérogénéité est observée dans l'évolution des prix des éléments constitutifs des coûts des sinistres (matériaux de construction, pièces automobiles, frais de santé). De plus, le risque que l'inflation fait peser sur l'assureur croît avec la durée du cycle de production. Le risque de désajustement entre une prime calculée sur la base d'anticipations d'inflation trop faibles et l'évolution réelle des coûts des sinistres est d'autant plus sensible que les cadences de règlement s'échelonnent dans le temps. En effet, l'effet inflationniste prend d'autant plus d'importance que le règlement est éloigné de la date de souscription. L'inflation est donc avant tout un défi pour les assureurs non-vie exerçant dans les branches à garanties longues pour lesquelles l'inflation peut peser pendant plusieurs années sur des primes ne pouvant pas être révisées et ajustées. Martin Sullivan, vice-président du conseil d'administration de Willis Group Holdings, soutenait déjà en 2011 que l'inflation représente pour les assureurs un plus grand risque que les sinistres climatiques ou la crise des dettes souveraines en Europe.
- D'autre part, lorsqu'on s'intéresse aux engagements pris par les assureurs vie, certaines garanties comme le paiement d'une rente d'incapacité ou d'invalidité sont directement ou indirectement indexées sur l'inflation. Toutefois, les prestations offertes par la plupart des produits, concernant les risques de mortalité ou de longévité par exemple, sont nominalement fixes et, par conséquent, non indexées sur l'inflation. De même, les taux garantis sur les contrats d'épargne en euro sont constants quel que soit le contexte économique. Une hausse de l'inflation devrait donc avoir un effet plus neutre sur la rentabilité que pour l'activité non-vie. Néanmoins, des effets indirects pourraient apparaître en raison de changements de comportement des assurés face à la hausse des taux et à l'inflation. En effet, en érodant la valeur des bénéfices tirés des contrats d'assurance-vie, l'inflation peut déclencher une modification du comportement des assurés, ceux-ci étant susceptibles d'être plus attirés par d'autres produits financiers rendus attractifs par la hausse des taux. Un mouvement des épargnants vers d'autres produits indexés ou mieux rémunérés (comme les livrets bancaires) exposerait les assureurs à des besoins de liquidité supplémentaires pour faire face aux arbitrages et aux rachats sur leurs contrats d'assurance-vie et diminuerait la collecte des primes et la nouvelle souscription. Qui plus est, l'inflation érode le revenu réel des ménages et la baisse du pouvoir d'achat exerce un effet négatif sur la demande.
- Enfin, si les prestations à verser sont sensibles à l'inflation, le rendement de la plupart des actifs financiers ne s'ajuste pas avec l'inflation. Le rendement réel de l'actif (rendement net d'inflation) et sa valorisation s'en trouvent donc érodés. Il existe toutefois des actifs qui permettent de se prémunir de l'inflation. Il est donc de bonne pratique pour les assureurs d'adapter leur stratégie d'investissement pour sauvegarder la valeur de leur patrimoine financier. La remontée des taux d'intérêt offre la possibilité

aux compagnies d'assurance d'investir dans des actifs obligataires plus rémunérateurs mais a pour contrepartie la dévaluation des actifs obligataires à taux fixe déjà détenus.

En résumé, l'inflation augmente le montant des provisions techniques et fait baisser le rendement réel des actifs, tandis que la remontée des taux d'intérêt diminue la valeur actualisée des provisions techniques et la valeur de marché des actifs et augmente le rendement des obligations nouvellement émises. L'inflation et la hausse des taux augmentent tous les deux les coûts de fonctionnement.

## Enjeux et objectifs poursuivis

Depuis 1986, les compagnies d'assurance ont toujours évolué dans un environnement d'inflation faible ou modérée et de taux d'intérêt suivant une tendance baissière. En effet, la tendance à la baisse des taux d'intérêt nominaux mondiaux s'inscrit dans un mouvement entamé il y a 40 ans. L'après-crise financière marque toutefois une rupture avec des taux souverains proches de 0 voire négatifs. Les assureurs investissant en moyenne 60 % de leur portefeuille dans des placements obligataires – dont la moitié en dettes souveraines – ont par conséquent accumulé, lors des dix dernières années, une quantité importante d'actifs obligataires offrant des rendements inférieurs à 2 %. Pour retrouver trace d'un niveau d'inflation similaire à celui que nous connaissons actuellement, il faut remonter aux années 1980. Le marché de l'assurance était alors très différent de celui que nous connaissons. L'assurance vie ne commence à se développer qu'à partir des années 1980. L'encours des réserves mathématiques d'assurance vie ne s'élevait qu'à 97 milliards de francs en 1980 contre près de 2 000 milliards d'euros aujourd'hui. Le marché de l'assurance dommage était beaucoup moins étendu et plus éclaté par risque et par région. Par ailleurs, la Banque centrale européenne n'existait pas encore et la stabilité des prix ne constituait pas l'objectif prioritaire de toutes les banques centrales européennes. Enfin, le cadre réglementaire et les méthodes de valorisation des éléments constitutifs du bilan des compagnies d'assurances établis par les autorités de régulation n'étaient pas les mêmes.

Depuis l'entrée en vigueur de Solvabilité II en 2016, les compagnies d'assurance européennes ont l'obligation d'établir un bilan prudentiel dans lequel les actifs sont valorisés en valeur de marché et les passifs sont valorisés comme la valeur actuelle attendue des flux de trésorerie futurs, ce qu'on appelle la Meilleure Estimation ou *Best Estimate*. La bonne gestion d'une compagnie d'assurance nécessite d'être capable de projeter ce bilan prudentiel dans le temps pour prendre les bonnes décisions en matière de gestion des risques et de conduite de la stratégie de l'entreprise. L'article 45 de la directive Solvabilité II dispose d'ailleurs que dans le cadre de son système de gestion des risques, chaque entreprise d'assurance procède à une évaluation interne de ses risques et de sa solvabilité. C'est le processus *ORSA* (Own Risk and Solvency Assessment) qui préconise une évaluation prospective et pluriannuelle des risques sur 3 ou 5 ans. Les modélisations prospectives ont recours à des générateurs de scénarios économiques (GSE) qui permettent de dresser des scénarios sur l'évolution de différentes variables économiques interdépendantes (telles que le prix des actions et les taux d'intérêt) qui interviennent dans le calcul des provisions techniques et de la valeur des actifs. La période inflationniste qui vient de s'amorcer vient évidemment perturber les variables économiques que les GSE tentent de prédire. L'inflation a elle-même, comme nous l'avons vu, une influence importante sur les provisions techniques non-vie. Par sa nature (inversion du cycle de production et longueur des engagements), l'activité d'assurance est à envisager dans le temps long. À court terme, l'inflation vient accroître les provisions techniques non-vie et la remontée des taux dévalue la valeur des actifs financiers. À moyen et plus long terme, le renouvellement

du portefeuille des assureurs, dopé par la remontée des taux aura un impact positif. Ceci s'intègre déjà dans la valorisation des provisions techniques par l'augmentation des taux d'actualisation employés. Le temps qui sera nécessaire pour juguler l'inflation et revenir à la valeur cible de 2 % par an est un des facteurs clés du problème. Il semble donc pertinent, pour une compagnie d'assurance dans le cadre du processus d'évaluation interne de ses risques ou pour une autorité de régulation dans le cadre de la supervision de la stabilité financière, de dresser des scénarios économiques en fonction de ce temps de retour vers une inflation « normale ». Or, les GSE développés récemment dans les compagnies d'assurance ne font pas de l'inflation le paramètre principal du modèle car celle-ci était faible et peu variable ces dernières années.

Ce mémoire propose un générateur de scénarios économiques construit à partir d'une adaptation du modèle de David Wilkie dans lequel l'inflation joue un rôle central : toutes les autres séries simulées dépendent en cascade du processus d'inflation. Dans la version la plus récente du modèle de Wilkie, remontant à 1995, des adaptations sont nécessaires pour qu'il reflète l'environnement économique actuel. Dans le modèle de Wilkie, l'inflation évolue de manière symétrique autour de sa valeur de long terme. Les trajectoires historiques montrent au contraire que l'inflation se caractérise plutôt par des pics haussiers suivis de retour vers la valeur de long terme sous la pression des mesures prises par les gouvernements et les autorités monétaires. Par ailleurs, l'équation régissant les taux d'intérêt interdit les valeurs négatives, hypothèse apparaissant comme fortement contraignante avec les taux négatifs constatés ces dernières années. De même, le taux réel de long terme (différence entre les taux d'intérêt nominaux pour les maturités les plus longues et le taux d'inflation) est toujours positif dans le modèle, ce qui n'a pas non plus été vérifié dans la réalité.

Le mémoire cherche ensuite à proposer des méthodologies pour valoriser le bilan prudentiel d'un assureur non-vie sous différents scénarios d'évolution de l'inflation. Ceci passe notamment par la réalisation de différentes simulations des variables économiques utiles au calcul de la valeur de marché de l'Actif (prix des actions, dividendes, prix immobilier, loyers et courbe des taux). Au-delà de l'utilité de cette modélisation pour le domaine actuariel, l'objectif final de ce mémoire est de recalculer le bilan prudentiel des assureurs non-vie français sous trois scénarios d'évolution de l'inflation pour mettre en exergue l'impact de la trajectoire inflationniste et révéler les facteurs de sensibilité à l'inflation.

En complément, un modèle de simulation du taux d'inflation est également proposé pour quantifier quel serait l'impact sur la Meilleure Estimation des provisions techniques non-vie de ne plus considérer l'inflation future comme une variable déterministe (et le plus souvent constante) mais de la prendre en compte comme un risque financier que l'on modélise par un processus aléatoire. Le modèle en question tente de reproduire les caractéristiques intrinsèques de l'inflation telles qu'elles se sont présentées ces dernières années et offre la possibilité d'ajouter la réalisation de chocs inflationnistes.

Le premier chapitre vise à mettre en lumière les interactions complexes entre l'inflation et l'assurance en reprenant les épisodes inflationnistes passés et en synthétisant les conclusions des principaux auteurs ayant analysé ces questions. Le chapitre suivant présente en détail le générateur de Wilkie dans ses versions de 1986 et 1995 et décrit plus brièvement les autres GSE les plus courants. Le but du chapitre trois est d'établir un modèle qui s'adapte à nos données tout en conservant l'esprit du modèle de Wilkie. On y présente les analyses qui ont conduit aux choix de modélisation et les méthodes utilisées pour estimer les paramètres du modèle. Le chapitre quatre cherche à proposer une modélisation réaliste du processus d'inflation qui permette de générer différents scénarios d'intérêt en fonction du paramétrage retenu. Les chapitres cinq et six s'attachent respectivement à quantifier l'impact de la conjoncture

inflationniste sur l'Actif et le Passif d'un assureur non-vie en utilisant les sorties du générateur développé sous trois scénarios inflationnistes déterministes. Enfin, le dernier chapitre mesure l'effet croisé pour l'assureur, par la projection de l'indicateur de l'excédent d'Actif sur Passif.

## Contributions récentes

Peu de mémoires sur le sujet de l'inflation ont été présentés ces dernières années. Le sujet est cependant devenu une problématique de premier ordre depuis deux ans.

- LAGRANGE et MEUNIER [2014], MANSOUR [2019], DONDJIO [2020] et MURZEAU [2021] s'intéressent à la sensibilité du passif à l'inflation en assurance non-vie. Les derniers inventaires reproduisant le contexte de hausse modérée des prix, ils supposent implicitement que cette stabilité va perdurer. Ce mode opératoire présente un risque de sous provisionnement lorsque que l'inflation vient à croître d'autant plus conséquent que le développement de la branche est long. Dans ces quatre mémoires, les niveaux d'inflation endogènes aux triangles sont déterminés à l'aide de la méthode de séparation arithmétique de Verbeek-Taylor. Ainsi :
  - DONDJIO [2020] propose des méthodes de calcul des provisions alternatives aux méthodes classiques (Chain Ladder, Mack, Munich Chain, ...) pour prendre en compte une inflation qui n'est pas héritée du passé sur un portefeuille de responsabilité civile automobile. Un modèle de Vasicek est calibré pour simuler une inflation future sur la base de cette inflation passée.
  - MANSOUR [2019] propose une méthode plus granulaire que la séparation de Verbeek-Taylor. Il mesure une inflation par poste de préjudice à partir de groupes homogènes créés à l'aide de l'algorithme des *k-means*. L'inflation sur les sinistres se déduit ensuite de l'inflation par poste en utilisant des pondérations. L'estimation de l'inflation future est là aussi réalisée via un modèle de Vasicek.
  - MURZEAU [2021] présente une étude qui porte sur la responsabilité décennale de l'assurance construction ainsi que sur des branches plus courtes telles que les dommages matériels automobiles et les dommages aux biens. Dans un premier temps, les facteurs d'inflation calculés sont ajustés, à l'aide d'un modèle, à un panel de douze indices puis projetés dans le futur selon plusieurs scenarii. Dans un second temps, les cotations des instruments financiers sont exploitées pour relier l'inflation anticipée par les investisseurs à la courbe des taux d'intérêt. In fine, les réserves sont réévaluées en tenant compte de l'inflation et en actualisant les flux futurs à l'aide d'une courbe des taux sans risque dérivée des taux d'inflation.
- MARTINEZ [2021] et ALLOITEAU [2018] cherchent à définir une allocation d'actif permettant de couvrir le risque d'inflation, respectivement sur des engagements de prévoyance/santé et des rentes automobiles. L'inflation est déterminée par différence entre le taux de rendement nominal d'une obligation et le taux de rendement réel d'une obligation (similaire) indexée sur l'inflation.
- BERNAY [2008], FRAYSSE [2012], ROSSPOPOFF [2013], STAUDT [2015] et LOPEZ [2017] se penchent quant à eux sur l'influence de l'inflation sur les actifs et cherchent à modéliser celle-ci de manière cohérente vis-à-vis du marché au sein de générateurs de

scénarios économiques. Deux grandes approches peuvent être distinguées lorsqu'il s'agit d'implémenter une dynamique entre l'inflation et les taux d'intérêt dans le futur : exprimer le taux d'inflation en fonction du taux d'intérêt court terme via la relation de Fisher (voir 3.2.4 pour cette relation) ou postuler que l'inflation est la source de l'incertitude et calculer les taux d'intérêt à partir de l'inflation. Dans le premier cas, l'approche la plus communément employée est celle de KAUFMANN et al. [2001] et dans le second, il s'agit de celle de WILKIE [1995]. Les deux techniques peuvent aboutir à des résultats sensiblement différents.

- LOPEZ [2017] met en place les deux techniques de modélisation mentionnées ci-dessus et compare les résultats. Il utilise le modèle de Hull & White pour les taux nominaux et le modèle de Vasicek pour les taux réels dans le premier cas. Il implémente le modèle de JARROW et YILDIRIM [2002] dans le deuxième cas. Il étudie la sensibilité d'un régime de retraite au choix du modèle utilisé.
- STAUDT [2015] quant à lui compare le modèle Derived Interest Rate (DIR) et le modèle Inflation Plus Model (IPM).
- BERNAY [2008] étudie l'évolution de la rentabilité des placements en fonction de l'inflation et passe en revue différentes possibilités de modélisation de l'inflation dans les générateurs de scénarios économiques. Il présente le modèle de Wilkie en détail.
- FRAYSSE [2012] implémente un générateur de scénarios construit à partir du modèle de Wilkie de 1986, auquel plusieurs modifications sont apportées : intégration de sauts avec l'algorithme de Box et Tiao, modélisation de la loi des résidus par une loi Pareto Hybride, considération de données mensuelles et modification de la modélisation de l'inflation.
- ROSSPOPOFF [2013] développe un modèle de taux et d'inflation inspiré des modèles de Jarrow Yildirim et AHLGRIM et al. [2005]. Une application à un portefeuille de retraite illustre son utilisation.
- ARAMOUNI [2024] présente des réflexions sur les conséquences et les risques pour l'assurance épargne de la hausse de l'inflation et de la remontée des taux. À partir d'un générateur de scénarios économiques de taux en univers risque neutre, une étude d'impact est menée sur les projections actifs-passifs ainsi que sur les indicateurs de risque et de solvabilité d'un portefeuille de contrats en fonds euros à fin 2022.

Les autorités de contrôle et de supervision ont publié des rapports sur l'impact de l'inflation sur le secteur assurantiel en 2022 et 2023. On peut citer parmi les principaux PRA [2022], IVASS [2023] et BaFin [2023] qui traitent des risques généraux que l'inflation fait peser sur le secteur. Le rapport EIOPA [2023], fruit du travail d'un groupe d'experts issus de différentes autorités nationales, analyse avec plus de précision les risques que pourraient engendrer le nouvel environnement économique sur la solvabilité, la rentabilité et la liquidité des assureurs et des fonds de pension européens. Des chocs instantanés sur les taux et l'inflation sont appliqués aux bilans des organismes pour quantifier l'impact sur leur capital. Les positions sur dérivés et les appels de marge déclenchés par des chocs de taux sont également étudiés. Les besoins en liquidité en résultant sont enfin comparés aux montants d'actifs liquides détenus. Rappelons pour terminer qu'en 2024 un exercice de stress test piloté par l'EIOPA devra être conduit par les principaux groupes d'assurance européens et qu'un stress inflationniste sera appliqué pour

mesurer la résilience des groupes en matière de solvabilité et des entités individuelles en matière de liquidité.

## Éléments différenciant du travail réalisé dans ce mémoire

Les documents mentionnés ci-dessus sont centrés soit sur l'analyse des passifs soit sur l'Actif. Dans ce mémoire les deux parties du bilan font l'objet d'une analyse financière dynamique à partir d'un générateur de scénarios économiques monde réel dans lequel l'inflation joue le rôle central. Le choix de se placer dans un univers monde réel plutôt que risque neutre permet de retranscrire le fait que le rendement attendu des actifs financiers n'est pas le même selon le niveau et les prévisions d'inflation. L'intérêt du générateur de scénarios économiques qui a été construit est de ne prendre en entrée qu'une trajectoire d'inflation et d'être capable de modifier le modèle de génération des variables financières en cohérence avec cette trajectoire inflationniste. L'inflation est ainsi envisagée non pas comme une simple source d'incertitude mais comme un risque macroéconomique qui vient modifier l'univers d'investissement. Il devient alors possible de discuter de l'impact de son évolution sur les prix et les rendements des actifs financiers. Le mémoire est centré sur l'assurance non-vie et présente l'originalité d'offrir une vision marché et non restreinte à une compagnie ou une branche d'activité particulière.

# 1 Incidence sur le secteur de l'assurance dommages des derniers épisodes inflationnistes

## 1.1 L'inflation a accru le coût des sinistres et modifié le rendement des actifs

La dernière période au cours de laquelle de fortes tensions inflationnistes ont été observées remonte aux années 1970 et 1980, période au cours de laquelle des taux d'inflation à deux chiffres ont affecté les États-Unis, le Canada ainsi que les économies européennes. Depuis lors et jusqu'à une date récente, les taux d'inflation ont été contenus.

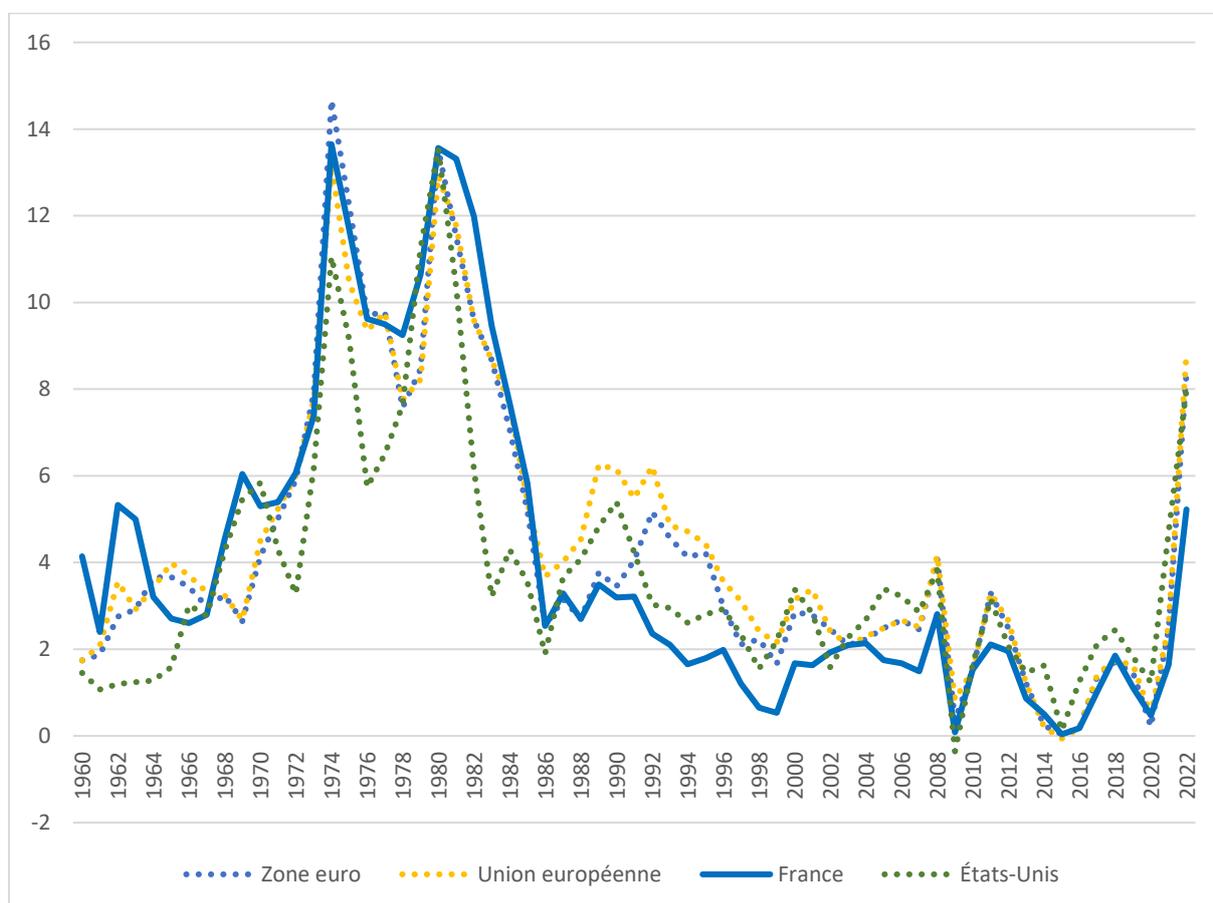


Figure 1.1 : Inflation, variation annuelle des prix à la consommation (en %)

Source : Banque mondiale

Note : Les données de la Banque mondiale sont utilisées car elles fournissent les séries temporelles les plus longues. L'indice des prix n'est pas harmonisé.

L'inflation modérée et stable des dernières décennies limite les possibilités de confronter à la réalité les modélisations de l'impact d'une forte inflation sur le secteur de l'assurance. Toutefois, plusieurs études furent menées sur des données datant du siècle dernier.

En 1982, Stephen D'Arcy a analysé à partir de données historiques comprises entre 1929 et 1981, le résultat technique et le résultat financier des sociétés d'assurance de dommages américaines, ainsi que la variation annuelle de l'inflation D'ARCY [1982]. Il en a conclu que ces deux composantes du résultat opérationnel des assureurs sont négativement corrélées au taux d'inflation de manière significative. Les *Treasury bills* (obligations à court terme émises par le gouvernement américain et dont l'échéance est d'un an ou moins) présentent toutefois une corrélation positive avec l'inflation. L'auteur suggère d'atténuer l'impact de l'inflation sur les coûts d'exploitation par la restructuration du portefeuille d'investissement. Pour atteindre le taux de rendement permettant de compenser l'impact de l'inflation le portefeuille devrait ainsi se composer à 84,2 % de *Treasury bills* et à 15,8 % d'actions ordinaires. Toutefois, les assureurs n'ont pas la possibilité de réallouer leur portefeuille aussi rapidement qu'ils le souhaiteraient. La seule façon pratique pour le secteur de l'assurance d'atteindre le mix d'investissement souhaité est de passer progressivement au portefeuille immunisé contre l'inflation en réorientant les nouvelles primes et les titres arrivant à échéance. En effet, des cessions de titres massives feraient fortement baisser les prix des titres à long terme et les moins-values réalisées sur les ventes dépasseraient largement le surplus de gains attendu sur le nouveau portefeuille. Les assureurs sont dans une certaine mesure prisonniers de leurs politiques d'investissement antérieures.

De même, Karl Kurt – chef économiste de Swiss Re Economic Research & Consulting – exploite en 2010 des données remontant à 1975 pour étudier la corrélation de la croissance des sinistres et des rendements de l'assureur avec l'inflation dans plusieurs économies développées KURT [2010]. Il démontre que l'inflation accroît le montant des sinistres à payer en assurance non-vie avec un effet retard. Pour la France, le coefficient de corrélation entre les moyennes mobiles sur cinq ans des montants directs de sinistres payés et l'inflation est de 86 %. L'auteur montre également que la croissance des sinistres a été plus importante que celle des prix. Le taux composé de croissance annuelle des sinistres a été de 8,9 % en France pour l'assurance dommage entre 1971 et 2008 alors que le taux d'inflation composé a été de 5,2 % par an. En ce qui concerne les actifs, Karl Kurt aboutit là encore aux mêmes conclusions que celles qui avaient été soulevées par Stephen D'Arcy 30 ans plus tôt, à savoir que les obligations à court terme sont les actifs qui permettent le mieux de se couvrir contre l'inflation (la corrélation a été de 64 % entre le rendement des *Treasury bills* et l'inflation entre 1998 et 2009), suivies des obligations indexées sur l'inflation (corrélation de 48 % entre le rendement des *Treasury Inflation-Protected Securities* et l'inflation) et enfin de l'immobilier.

## 1.2 L'inflation des sinistres assurés dépasse l'inflation économique

Pour les périls liés aux aléas climatiques, la hausse des charges est surtout un effet de fréquence. Du reste, si l'inflation accroît les charges, il est quand même important de tenir compte des caractéristiques de l'inflation propre à l'assurance pour arriver à la hausse des sinistres et des frais. Cette hausse est principalement déterminée par la variation des prix des biens et services liés au règlement des sinistres. Elle est affectée de manière significative par les hausses, par exemple, du prix des matériaux ou des travaux de réparation, mais aussi par les hausses de salaire (notamment pour les frais d'experts en sinistres) et les coûts des soins médicaux. MASTERSON [1968] a construit des indices du coût des sinistres pour chaque branche de l'assurance non-vie en se servant des composantes de l'indice des prix à la consommation (IPC) et d'autres statistiques publiques qui révèlent la variation des coûts. L'analyse de ces indices montre que l'inflation du coût des sinistres dépasse presque toujours l'inflation économique.

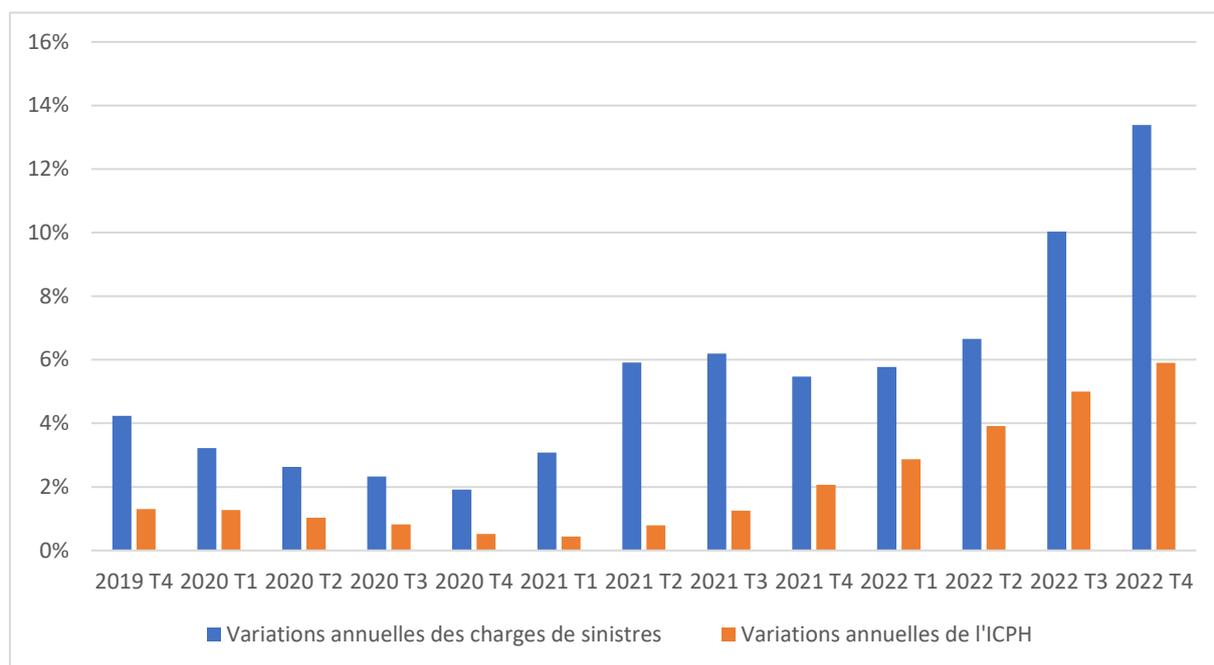
Selon LOWE et al. [2010], lors du point haut atteint par l'inflation dans les années 1980, une crise des assurances de responsabilité a éclaté aux États-Unis, où le coût des sinistres a augmenté bien au-delà du taux d'inflation général. Les assureurs ont fourni plusieurs explications à ce phénomène. Les concessionnaires et constructeurs automobiles ont augmenté le coût des pièces de remplacement selon un taux largement supérieur au taux d'inflation pour compenser les pertes sur les ventes, les hausses de prix des nouvelles voitures n'ayant pas suivi l'inflation générale. Les événements sous-jacents à l'inflation ont accru une tension déjà présente sur certains postes de dépenses : disruption des chaînes d'approvisionnement, rupture des chaînes de production, indisponibilité de certaines pièces de réparation, raréfaction des matériaux (métaux, bois, etc.), hausse du coût de la main d'œuvre et des frais d'expertise. Les éléments constitutifs des coûts des sinistres ont ainsi augmenté plus largement que d'autres biens et services. Des actions ont été menées pour réduire le coût des sinistres et maîtriser les frais (prévention, recyclage des pièces détachées, tarifs réglementés ou négociés auprès d'un réseau de professionnels, etc.) mais cela n'a pas permis d'enrayer la tendance. Un autre facteur explicatif souvent avancé est ce que l'on a appelé une « inflation sociale ».

Le terme d'inflation sociale est devenu de plus en plus courant lorsque les compagnies d'assurance tentent de décrire les forces sociétales contemporaines qui, selon elles, accélèrent les coûts des pertes. Hors des États-Unis, les actuaires ont qualifié des phénomènes similaires par le terme de « superimposed inflation ». L'inflation sociale se rapporte à tous les moyens par lesquels les coûts des sinistres pour les assureurs augmentent par des changements dans les préférences de la société (évolutions législatives, propension accrue des assurés à intenter des actions en justice, augmentation du nombre de jugements favorables aux demandeurs et indemnités compensatoires plus élevées, recours aux avocats plus fréquent). Un récent article de la Casualty Actuarial Society de LYNCH et MOORE [2022] décrit en détail ce phénomène. L'article tente de trouver des éléments cohérents avec l'inflation sociale au moyen d'analyses actuarielles standards sur des données sectorielles agrégées. Plus précisément, sont examinés les facteurs d'évolution des dépenses à partir des triangles de paiements annuels normalisés. Ceux-ci prouvent que la taille des réclamations a augmenté.

La Geneva Association PAIN [2020] compare la croissance annualisée des sinistres sur deux périodes : 2007 à 2013 et 2014 à 2019. Pour chacune des sept branches d'activité examinées, la croissance des sinistres sur la première période est plus lente que celle des prix à la consommation, tandis que sur la seconde période, elle est supérieure à la hausse de l'IPC. L'Insurance Research Council adopte une approche similaire et parvient à la même conclusion, en se concentrant sur six lignes d'activité entre 2014 et 2018.

D'autres chercheurs doutent que cette analyse soit révélatrice. Ils notent que les pertes comptabilisées sur une année comportent une part estimée (par l'assureur) et sont sujettes, selon leurs termes, à des « manipulations ». Hunter, Doroshow et Heller écrivent que l'industrie « gonfle les pertes en manipulant ses propres réserves de créances », « s'envoyant le signal les uns aux autres d'augmenter les prix ». Ils concluent que « l'inflation sociale n'existe pas », mais qu'il s'agit plutôt d'un « terme de marketing créé par l'industrie ».

Les données issues des reportings prudentiels entre 2019 et 2022 montrent bien que la hausse des sinistres est supérieure à la variation de l'IPCH. On observe en particulier une accélération de l'augmentation des sinistres au T2 2021 et au T3 2022 qui indique que l'inflation contribue à la hausse des sinistres, sans qu'il soit possible de dissocier la part qui incombe à la revalorisation des provisions et sans qu'on puisse dissocier les effets de portefeuille.



**Figure 1.2 : Variations annuelles des charges de sinistres et de l'IPCH (en %)**

Source : Autorité de Contrôle Prudentiel et de Résolution

Note : Les charges de sinistres intègrent les frais et les provisions pour sinistres à payer et s'entendent nets de réassurance. Le périmètre englobe l'ensemble des assureurs non-vie français.

## **2 Un générateur de scénarios économiques qui propage les effets de l'inflation**

Les premières tentatives de modélisation de scénarios économiques dans une perspective actuarielle sont attribuées aux travaux de l'actuaire écossais David Wilkie. Ses idées ont d'abord été pensées pour le Maturity Guarantees Working Party et formulées dans un rapport publié en 1980, mais elles se limitaient à des considérations sur les actions et l'inflation. En 1986, il présente à la profession actuarielle un modèle de simulations stochastiques qui peut être utilisé pour projeter les placements d'une société d'assurance ou d'un fonds de pension. Son modèle établit un lien entre la réalisation de l'inflation, des dividendes et des taux longs. L'une des singularités du modèle est qu'il ne prévoit pas d'équation pour régir la dynamique des prix des actions. Ceux-ci sont déterminés à partir du rendement et du montant des dividendes. En 1995, il étend son modèle en ajoutant les taux courts, les taux des obligations indexées sur l'inflation, les taux de change, les salaires et l'immobilier.

Son approche repose sur un modèle en cascade où l'inflation est la variable motrice à laquelle sont corrélées toutes les autres variables. Dans la version initiale de 1986, l'inflation est modélisée par un processus autorégressif d'ordre 1. Dans la version ultérieure de 1995, Wilkie utilise un modèle plus complexe basé sur un processus autorégressif conditionnellement hétéroscédastique (ARCH) c'est-à-dire un processus dont la variance n'est plus constante mais est une fonction mesurable du passé.

Ces travaux ont illustré comment les techniques actuarielles peuvent s'appuyer sur la théorie économique. Cela a ainsi favorisé un échange d'idées entre les domaines de l'actuariat et de l'économie.

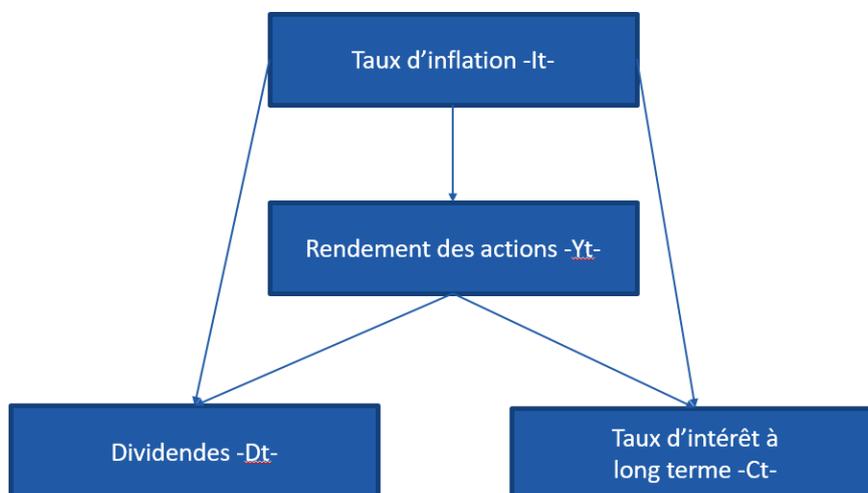
## 2.1 Le modèle de Wilkie de 1986

Le modèle utilise des séries temporelles pour simuler des réalisations futures en fonction des valeurs passées et des réalisations des autres variables. À l'époque, la théorie des séries temporelles n'était pas aussi étoffée qu'elle ne l'est aujourd'hui et Wilkie a recouru à de simples processus autorégressifs. Une étude plus approfondie des séries historiques pourrait nous conduire à proposer des processus SARIMA qui reconstitueraient mieux les valeurs passées. Néanmoins, comme Wilkie le justifie lui-même, il est satisfaisant pour l'actuaire d'utiliser le modèle le plus simple compatible avec ses objectifs, de sorte que des caractéristiques qui peuvent être statistiquement significatives mais qui n'affectent pas la structure à long terme du modèle puissent être omises. Par conséquent, les souhaits de l'actuaire concernant un modèle stochastique peuvent être différents de ceux des prévisionnistes, qui utilisent toute caractéristique statistiquement significative du modèle susceptible d'améliorer la précision des prévisions de court terme.

Le modèle de Wilkie se compose de quatre variables :

- $Q_t$  : L'indice des prix à la consommation
- $D_t$  : Le montant des dividendes
- $Y_t$  : Le rendement des dividendes
- $C_t$  : Le taux d'intérêt à long terme

N'étant pas un modèle multivarié où chaque variable est susceptible d'influencer les autres, il repose sur la structure en cascade suivante :



À partir de ces quatre séries de base, on peut calculer les valeurs pour trois séries dérivées de premier intérêt.

- Le prix de l'action,  $P_t$ , qui est facilement dérivé de la formule :

$$P_t = \frac{D_t}{Y_t}$$

L'indice action dans lequel les dividendes, nets d'impôt, sont réinvestis est noté  $PR_t$  :

$$PR_t = PR_{t-1} (P_t + D_t(1 - taxA)) / P_{t-1}$$

- La troisième série supplémentaire est un indice obligataire cumulé dans lequel les coupons, nets d'impôt, sont réinvestis, qui est noté  $CR_t$  :

$$CR_t = CR_{t-1} C_{t-1} \left( \frac{1}{C_t} + 1 - taxB \right)$$

$CR_t$  correspond à la valeur que détient en t un investisseur qui a acheté une obligation perpétuelle de valeur  $CR_0$  et qui a réinvesti chaque année la valeur nette d'impôt du coupon  $CR_{t-1} C_{t-1} (1 - taxB)$  et la valeur de la vente de son obligation  $CR_{t-1} \frac{C_{t-1}}{C_t}$  dans une nouvelle obligation perpétuelle.

### 2.1.1 Grandeurs d'intérêt

Pour analyser les sept séries définies ci-dessus, Wilkie sélectionne les quatre grandeurs suivantes.

- La « valeur monétaire finale » de la série au temps t :

$$Fx_t = \frac{x_t}{x_0}$$

avec x = Q, D, P, PR et CR respectivement

- Le taux de croissance annuel uniforme :

$$Gx_t = 100(Fx_t^{\frac{1}{t}} - 1)$$

avec x = Q, D, P, PR et CR respectivement

- La « valeur réelle » de la série au temps t :

$$Hx_t = \frac{Fx_t}{FQ_t}$$

- Le taux de rendement réel annuel uniforme :

$$Jx_t = 100 \left( Hx_t^{\frac{1}{t}} - 1 \right)$$

Détaillons, à présent, les équations régissant le modèle. Nous présentons ici le modèle dans sa forme la plus complète, Wilkie ayant proposé des versions simplifiées qui avec le bon jeu de paramètres permet d'obtenir des résultats très proches du modèle standard.

Les différents paramètres proposés par Wilkie ont été calibrés à partir des données annuelles sur la période de 1919 à 1982 des séries suivantes :

–  $Q_t$  : Le *Retail Prices Index* ou ses prédécesseurs.

–  $D_t$  : Un indice des dividendes, fondé sur une succession d'indices d'actions, le dernier étant le *Financial Times-Actuaries All-Share Index*

–  $Y_t$  : Le rendement du dividende sur ces mêmes indices d'actions, c'est-à-dire l'indice de dividende à la date spécifiée divisé par l'indice de prix à cette même date.

–  $C_t$  : Le rendement des *Consols* (obligations perpétuelles émises par la Banque d'Angleterre) qui est pris comme mesure du niveau général des rendements d'intérêts fixes sur le marché

La méthode de calibrage des paramètres est détaillée dans une note spécifique « Steps Towards A Comprehensive Stochastic Investment Model », parue la même année que l'article. Une actualisation des paramètres sur la période 1923-2007 est disponible dans SAHIN et al. [2008].

### 2.1.2 Inflation

Le processus d'inflation est modélisé par un modèle autorégressif d'ordre 1.

$$I_t = I_m + (1 - \alpha_I)(I_{t-1} - I_m) + \sigma_I \times \epsilon_{I,t}$$

Avec :

- $I_t = \ln(Q_t/Q_{t-1})$  : taux d'inflation continu
- $I_m$  : inflation à long terme
- $\alpha_I$  : coefficient de retour à la moyenne
- $\sigma_I$  : écart type du bruit
- $\epsilon_{I,t}$  : bruit suivant une loi gaussienne centrée et réduite

Paramètres :  $I_m = 5 \%$ ,  $\alpha_I = 0.4$ ,  $\sigma_I = 0.05$

Ci-dessous sont représentées 10 trajectoires de l'ICP simulées grâce à un code R qui reproduit ce modèle.

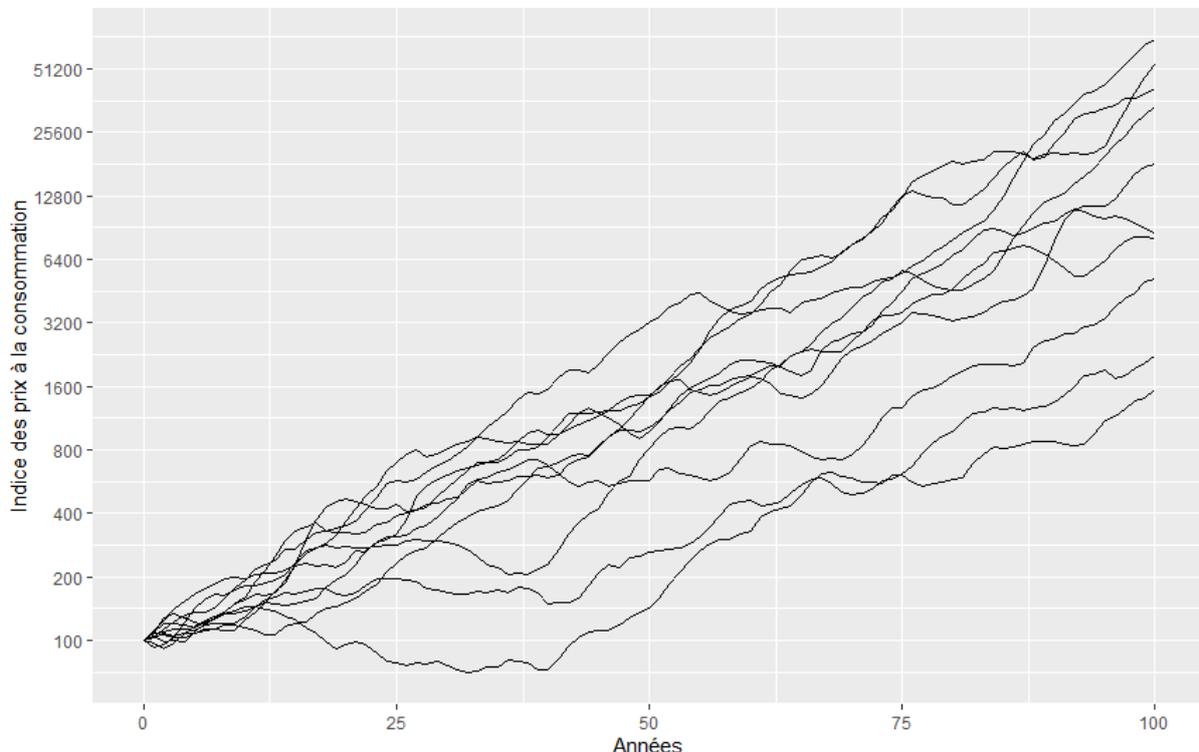


Figure 2.1 : Simulations de l'Indice des prix à la consommation via le modèle de 1986 (base 100)

Le modèle autorégressif a été choisi car il est celui qui retranscrivait le mieux les taux d'inflation britanniques de 1919 à 1982. Une des caractéristiques de l'inflation est de revenir vers une valeur d'équilibre, certainement du fait des politiques monétaires qui cherchent à stabiliser celle-ci à une valeur cible. Le modèle autorégressif paraît pertinent dans le sens où il

permet de retranscrire ce comportement. Une estimation par maximum de vraisemblance conditionnelle conduira à prendre la moyenne historique pour cette valeur d'équilibre même si en réalité celle-ci ne rejoint pas exactement la valeur cible des banques centrales. Le choix d'une loi gaussienne pour modéliser le bruit est plus discutable et il faudra tester la normalité des résidus issus du modèle pour valider ce choix. Il nous semble en effet que l'inflation se caractérise plutôt par des pics haussiers suivis de retour vers la valeur cible. La forme symétrique de la loi gaussienne conduit à simuler fréquemment des valeurs négatives alors que les épisodes de déflation sont en réalité rares.

### 2.1.3 Processus du rendement des dividendes

Wilkie suppose que le log-rendement des dividendes est composé d'un terme autorégressif et d'un terme proportionnel à l'inflation.

$$y_t = y_m + \alpha_Y I_t + (1 - \beta_Y)(y_{t-1} - y_m) + \sigma_Y \times \epsilon_{Y,t}$$

Avec :

- $y_t = \ln(Y_t)$  où  $Y_t$  est l'indice du rendement des dividendes
- $y_m$  : logarithme du rendement des dividendes à long terme
- $I_t$  : taux d'inflation continu
- $\alpha_Y$  : taux de corrélation entre l'inflation et le rendement des dividendes
- $\beta_Y$  : taux de retour à la moyenne du rendement des dividendes
- $\sigma_Y$  : écart type du bruit  $\epsilon_{Y,t}$  suivant une loi gaussienne centrée réduite

Paramètres :  $y_m = \ln(0,04)$ ,  $\alpha_Y = 1,35$ ,  $\beta_Y = 0,4$ ,  $\sigma_Y = 0,175$

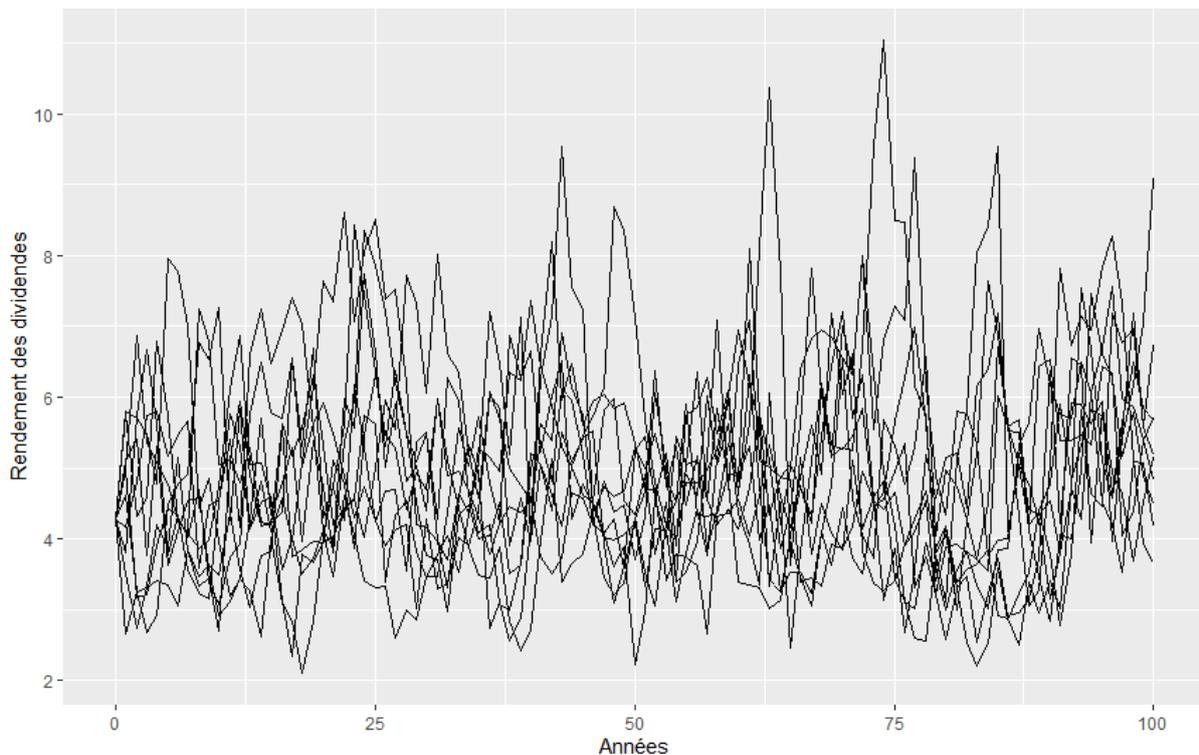


Figure 2.2 : Simulations du rendement des dividendes via le modèle de 1986 (valeur initiale de 4 %)

## 2.1.4 Processus du montant des dividendes

Wilkie suppose que le taux de croissance du dividende est influencé positivement par l'ensemble des taux d'inflation passés et négativement par le dernier rendement du dividende.

$$d_t = d_m + \alpha_D I_t + \beta_D M_t + DY \sigma_Y \times \epsilon_{Y,t-1} + \sigma_D \times \epsilon_{D,t} + \sigma_B \sigma_D \times \epsilon_{D,t-1}$$

Avec :

- $d_t = \ln(D_t/D_{t-1})$  où  $D_t$  est l'indice du montant des dividendes
- $d_m$  : taux de croissance de long terme du montant des dividendes
- $I_t$  : taux d'inflation continu
- $M_t$  : lissage exponentiel du taux d'inflation continu
- $\alpha_D$  : poids du taux d'inflation présent
- $\beta_D$  : poids du lissage exponentiel du taux d'inflation
- $DY$  : taux de corrélation entre le bruit du rendement des dividendes de l'année précédente et la croissance du dividende
- $\sigma_D$  : écart type du bruit  $\epsilon_{D,t}$  suivant une loi gaussienne centrée réduite
- $\sigma_B$  contribution du bruit de l'année N-1

Le terme  $M_t$  représente la contribution des taux d'inflation passés avec des poids déclinant exponentiellement et dont la somme vaut 1.

Il est défini par l'équation de récurrence suivante :

$$M_t = DD I_t + (1 - DD) M_{t-1}$$

De sorte que  $M_1 = DD I_1 + (1 - DD) I_0$ ,  $M_2 = DD I_2 + DD(1 - DD)I_1 + D(1 - DD)x^2 I_0$

En particulier, si l'inflation est constante égale à  $x$  % chaque année alors  $M_t$  vaut  $x$  %

Le taux d'inflation de l'année contribue pour  $DD$  % et les taux d'inflation passés pour le reste

Paramètres :  $d_m = 0$ ,  $DD = 0,2$ ,  $\alpha_D = 0,2$ ,  $\beta_D = 0,8$ ,  $DY = -0,2$ ,  $\sigma_D = 0,075$ ,  $\sigma_B = 0,375$

Wilkie justifie la corrélation négative entre le bruit du rendement des dividendes de l'année précédente et la croissance du dividende par la remarque que la diminution du rendement est généralement liée à une augmentation du prix de l'action qui peut être la conséquence d'une anticipation par les analystes d'une augmentation du prochain dividende. Une diminution du rendement serait donc le plus souvent le signe d'une augmentation du dividende l'année suivante.

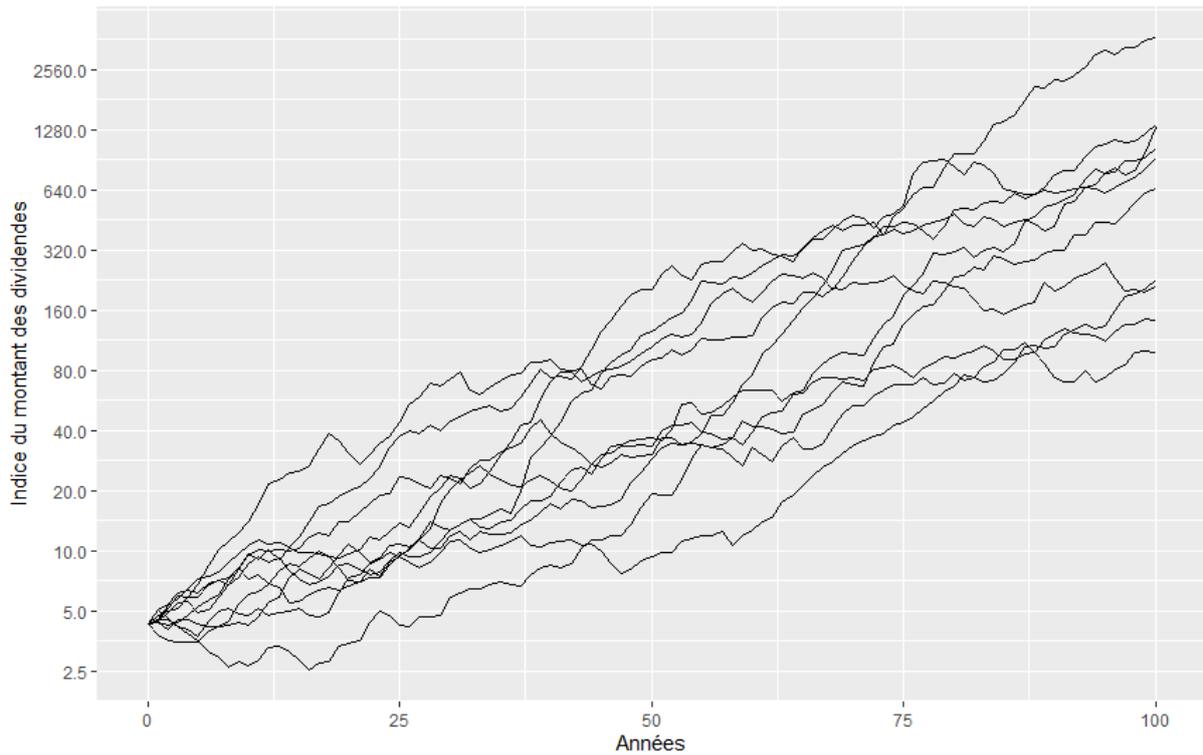


Figure 2.3 : Simulations du montant des dividendes via le modèle de 1986 (valeur initiale de 4 %)

### 2.1.5 Taux longs

Les taux des obligations souveraines perpétuelles correspondent au taux neutre  $CN$  auquel s'ajoute une composante inflationniste  $CM$ .

$$C_t = CM_t + CN_t$$

Lissage exponentiel du taux d'inflation continu :  $CM_t = CD I_t + (1 - CD) CM_{t-1}$

Le logarithme du taux neutre suit un processus autorégressif d'ordre 3.

$$\ln(CN_t) = \ln(CN_m) + CA1 (\ln(CN_{t-1}) - \ln(CN_m)) + CA2 (\ln(CN_{t-2}) - \ln(CN_m)) + CA3 (\ln(CN_{t-3}) - \ln(CN_m)) + CY\sigma_Y \times \epsilon_{Y,t} + \sigma_C \times \epsilon_{C,t}$$

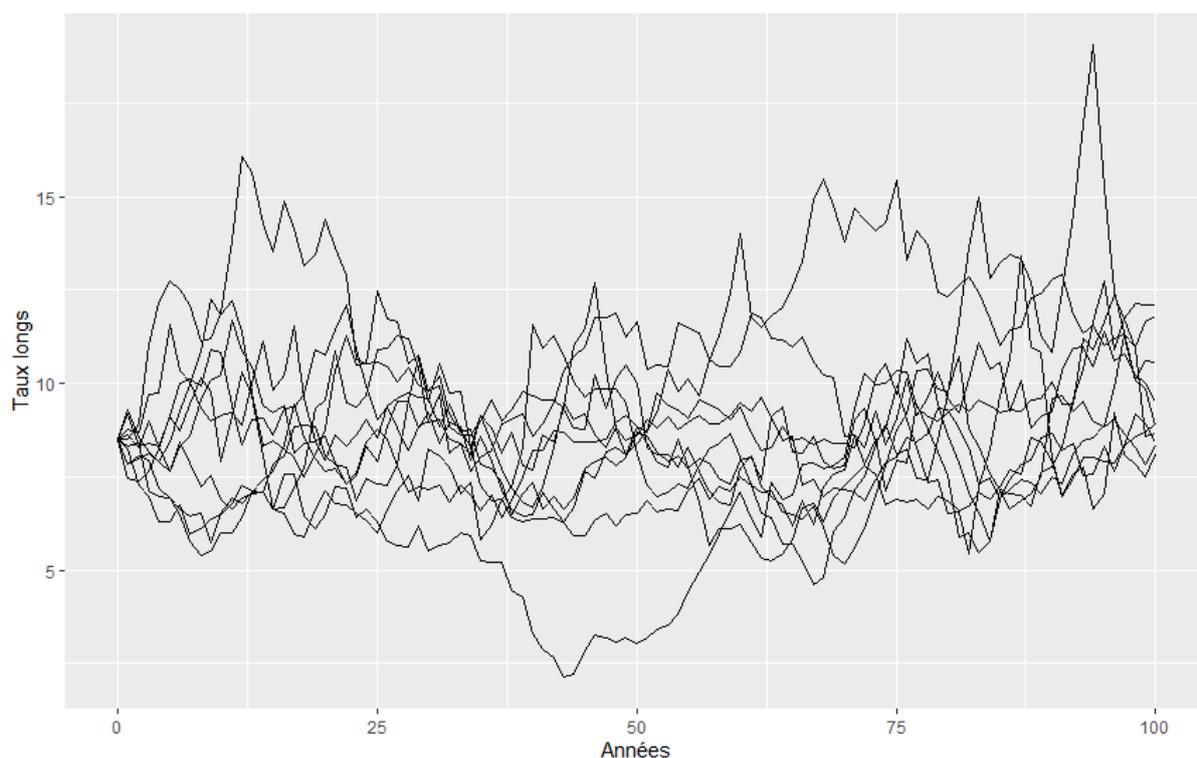
Avec :

–  $CNm$  : Valeur à long terme du taux neutre

–  $CA1$ ,  $CA2$ ,  $CA3$  et  $CY$  des constantes

–  $\sigma_C$  : écart type du bruit  $\epsilon_{C,t}$  suivant une loi gaussienne centrée réduite

Paramètres :  $CNm = 0,035$ ,  $CA1 = 1,2$ ,  $CA2 = -0,48$ ,  $CA3 = 0,2$ ,  $CY = 0,06$ ,  $\sigma_C = 0,14$ ,  $CD=0,045$



**Figure 2.4 : Simulations des taux des obligations souveraines perpétuelles via le modèle de 1986 (en %)**

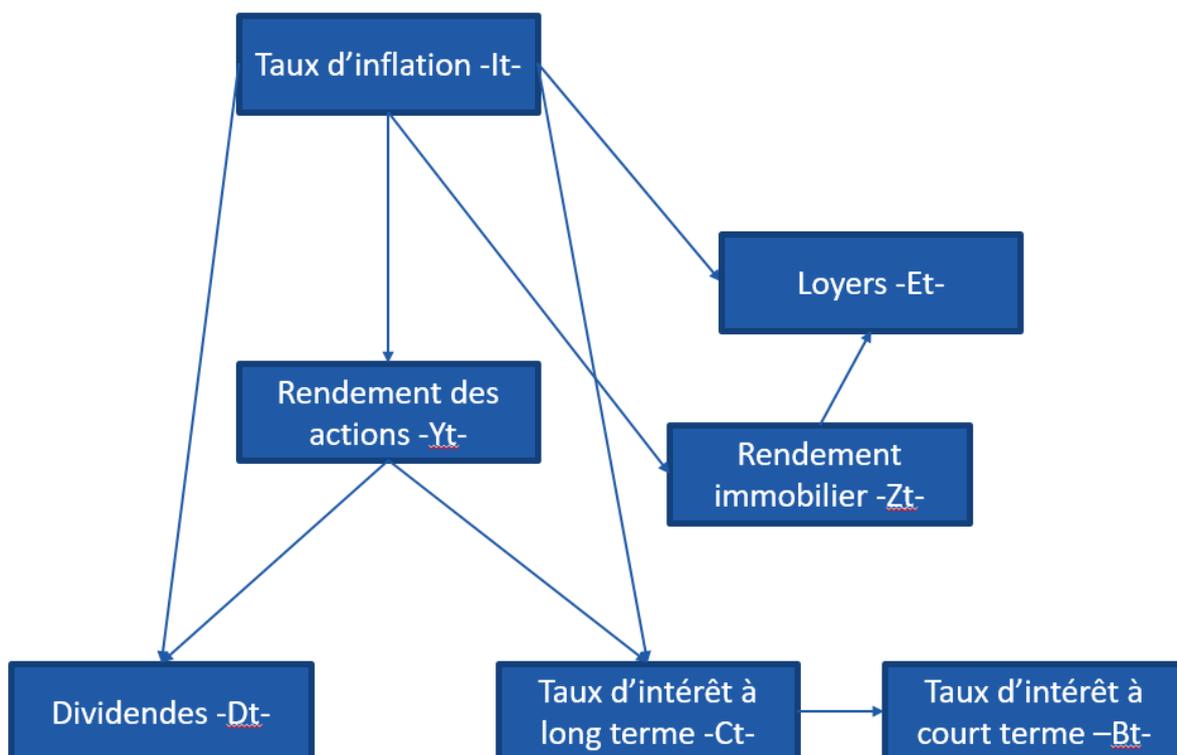
La plupart des économistes et des spécialistes de l'investissement estiment que les taux d'intérêt nominaux représentent la somme d'un taux réel, de l'inflation future attendue et d'une prime de risque pour l'incertitude sur l'inflation future. Il n'est cependant pas facile de mesurer ce que le marché attend de l'inflation. Dans son modèle, Wilkie suppose que les anticipations du marché sont influencées par l'histoire passée de l'inflation. Il est plausible de supposer que l'inflation anticipée par le marché sur une longue période ne varie pas rapidement en réponse aux variations de prix à court terme, mais qu'elle répond néanmoins à une succession de taux d'inflation divergents de ceux observés précédemment. Les coefficients du modèle font que les taux longs réagissent avec un décalage temporel considérable aux variations du taux d'inflation. Si cela est conforme aux méthodes utilisées par certains économistes, ce n'est néanmoins pas ce que l'on constate sur la période récente et nous choisirons donc un paramétrage plus réactif pour notre étude, d'autant que nous nous intéressons de près aux impacts à court terme quand Wilkie s'intéressait uniquement aux impacts à long terme.

## 2.2 Le modèle de Wilkie de 1995

À la suite du succès du modèle de 1986, Wilkie et de nombreux autres auteurs de cette époque poursuivirent les investigations initiées. Dans WILKIE [1995], il présente les résultats de ces recherches en fournissant une comparaison des valeurs espérées des différentes séries du modèle initial avec les valeurs réalisées sur la période allant de 1983 à 1994. Il fournit par ailleurs les paramètres à utiliser dans le modèle initial pour d'autres pays, dont la France, et il décrit de nombreuses modélisations alternatives issues de ses recherches ou proposées par d'autres auteurs et les discute. Enfin, il étend son modèle aux taux de change, aux taux des obligations indexées sur l'inflation, à l'indice des salaires, à l'immobilier et surtout aux taux courts et donne des pistes pour construire une courbe des taux, sans qu'une solution véritablement satisfaisante n'ait été trouvée.

Il est utile pour une compagnie d'assurance d'avoir une vision de l'évolution de l'indice des salaires pour projeter ses engagements indexés sur les salaires (par exemple les indemnités d'accidents de travail) mais ceci n'est pas de premier intérêt pour notre étude qui se restreint aux engagements d'assurance non-vie. Nous ne présenterons donc pas cette variable. Les taux de change et les taux des obligations indexées sur l'inflation seront également laissés de côté. De fait, les obligations indexées sur l'inflation représentent moins de 1 % de la valeur des placements des assureurs non-vie français (estimation réalisée à partir des reportings prudentiels annuels des entités individuelles arrêtés au 31/12/2022) et la valeur de tous les placements est ici libellée en euros.

La hiérarchie du modèle dans la version de 1995 est devenue la suivante.



### 2.2.1 Modélisation révisée de l'inflation

L'un des inconvénients majeurs de modéliser l'inflation par un processus autorégressif simple est d'avoir une variance constante. Une manière assez simple d'avoir une variance qui fluctue dans le temps est d'utiliser un modèle ARCH. Dans celui-ci la variance évolue chaque année de manière quadratique par rapport à l'écartement de l'inflation d'une valeur cible qui peut être sa moyenne ou une autre valeur.

$$\sigma_I(t)^2 = \alpha_\sigma + \beta_\sigma(I(t-1) - I_{cible})^2$$

La variance étant une grandeur positive,  $\beta_\sigma$  doit être positif. Si  $\beta_\sigma$  est nul, on retombe sur une variance constante. Quant à  $\alpha_\sigma$ , il ne peut être négatif sans quoi  $\sigma_I$  pourrait prendre une valeur nulle et le processus évoluerait de manière déterministe par la suite.

Cette modélisation traduit le fait que si, sur une année particulière, l'inflation a fortement évolué, à la hausse comme à la baisse, alors l'incertitude sur son évolution l'année suivante augmente. À l'inverse, lorsque l'inflation est proche de sa cible il y a peu de chance qu'elle varie fortement l'année qui suit.

L'étude des autocorrélations et des cross-corrélations des carrés des résidus, des carrés des observations et des carrés de la déviation des observations à la moyenne montre que celles-ci sont très proches de 0. L'utilité de recourir à un modèle ARCH paraît donc limitée. Il permet tout de même d'améliorer la vraisemblance du modèle calibré sur les données de 1923 à 1994. Cela s'explique certainement par le fait que les résidus présentent des queues de distribution épaisses et que le modèle ARCH permet de reproduire ce type de queues de distribution. D'autres modèles que le modèle ARCH autorisant des queues de distribution épaisses pourraient donc être envisagés pour modéliser le bruit.

Paramètres :  $I_m = 4\%$ ,  $\alpha_I = 0.38$ ,  $\alpha_\sigma = 0.00065$ ,  $\beta_\sigma = 0.55$ ,  $I_{cible} = 4\%$

### 2.2.2 Processus du rendement des actifs immobiliers

Pour l'immobilier, Wilkie procède par analogie avec les actions. Ainsi, les loyers sont modélisés de la même manière que les dividendes.

$$z_t = z_m + \alpha_Z I_t + (1 - \beta_Z)(z_{t-1} - z_m) + \sigma_Z \times \epsilon_{Z,t}$$

Avec  $z_t = \ln(Z_t)$  où  $Z_t$  est l'indice du rendement des actifs immobiliers

Paramètres :  $z_m = \ln(0,074)$ ,  $\alpha_Z = 0$ ,  $\beta_Z = 0,09$ ,  $\sigma_Z = 0,12$

### 2.2.3 Processus du montant des loyers

L'équation est analogue à celle du montant des dividendes. Wilkie trouve une corrélation simultanée significative entre les résidus du rendement des actifs immobiliers et du montant des loyers et ajoute donc un terme pour l'intégrer à l'équation.

$$e_t = e_m + \alpha_E I_t + \beta_E M_t + EZ \sigma_Z \times \epsilon_{Z,t} + \sigma_E \times \epsilon_{E,t}$$

Avec :

- $e_t = \ln(E_t/E_{t-1})$  où  $E_t$  est l'indice du montant des loyers
- $e_m$ : taux de croissance de long terme du montant des loyers
- $I_t$ : taux d'inflation continu
- $M_t$ : lissage exponentiel du taux d'inflation continu
- $EZ$ : taux de corrélation entre les bruits du rendement des actifs immobiliers et du montant des loyers
- $\sigma_E$ : écart type du bruit  $\epsilon_{E,t}$  suivant une loi gaussienne centrée réduite

$$M_t = ED I_t + (1 - ED) M_{t-1}$$

Paramètres :  $e_m = 0,003$ ,  $ED = 0,13$ ,  $\alpha_E = 0$ ,  $\beta_E = 1$ ,  $EZ = 0,24$ ,  $\sigma_E = 0,06$

#### 2.2.4 Taux courts

Wilkie cherche à construire les taux courts par différence avec les taux longs. Il remarque que le logarithme du ratio des deux grandeurs suit un processus autorégressif d'ordre 1 et propose donc la modélisation suivante.

$$B_t = C_t e^{-B_m - BN_t}$$

$$BN_t = (1 - \beta_B) BN_{t-1} + BC \sigma_C \times \epsilon_{C,t} + \sigma_B \times \epsilon_{B,t}$$

Paramètres :  $B_m = 0,23$ ,  $\beta_B = 0,26$ ,  $BC = 0$ ,  $\sigma_B = 0,18$

## 2.3 Les critiques du modèle

Le modèle de Wilkie a fait l'objet de nombreuses critiques. Les premières se trouvent dans GEOHEGAN et al. [1992]. Celles-ci ont été débattues dans l'ouvrage de 1995. Les perfectionnements apportés au modèle en 1995 sont critiqués dans HUBER, P. [1997]. Plus récemment en 2008, trois ouvrages AHLGRIM et al. [2008], ANG et al. [2008] et SAHIN et al. [2008], reviennent sur l'intérêt du modèle de Wilkie, ses avantages et inconvénients et tentent de le remettre au goût du jour en proposant une actualisation des paramètres.

Nous nous limiterons aux principaux inconvénients soulevés. Une synthèse plus précise est disponible dans BERNAY [2008].

Wilkie utilise des séries temporelles calibrées à partir de données historiques. La méthodologie consiste à sélectionner un modèle de type ARIMA (Autoregressive Integrated Moving Average) et à tester son adéquation aux données. Le choix du modèle doit répondre au double objectif de réalisme et de simplicité. Par conséquent, les critiques portent essentiellement sur la spécification et la qualité de l'adéquation du modèle.

Un aspect essentiel de la critique est que l'hypothèse sous-jacente du modèle selon laquelle les paramètres sont stationnaires au fil du temps n'est pas vérifiée en pratique. Un examen récent a révélé que :

- Les résidus du modèle d'inflation ne sont pas normaux et la moyenne et l'écart type ne sont pas stationnaires dans le temps ;
- La tentative de Wilkie dans son article de 1995 de recourir, pour simuler l'inflation, à un modèle autorégressif hétéroscédastique conditionnel (ARCH) pour palier à la non-normalité des résidus a réussi. La normalité des résidus et la stationnarité des paramètres n'étaient cependant plus vérifiées lors de l'inclusion de données postérieures à 1994.
- Si les années 1920, 1940 et 1974 sont exclues de la régression, le coefficient de corrélation entre rendement des dividendes et inflation n'est plus significatif ;
- Le modèle de rendement des dividendes et ses paramètres sont stables dans le temps cependant les paramètres du modèle de dividende sont très instables et le modèle n'est clairement pas stationnaire ;
- Wilkie a modifié le modèle des taux d'intérêt à long terme pour éviter d'avoir des taux d'intérêt réels négatifs mais même après ces modifications, les résidus n'étaient pas normaux et les paramètres n'étaient pas stationnaires ;
- Le modèle de taux d'intérêt à court terme a satisfait aux tests effectués et ses paramètres sont stationnaires.

Huber souligne par ailleurs la forte dépendance des résultats aux paramètres de la moyenne et de l'écart type. Les processus comportant un retour à la moyenne, le choix de la moyenne conditionne les projections.

De toute évidence, les faiblesses observées du modèle de Wilkie sont telles que son utilisation doit être dûment justifiée. En particulier, s'il devait l'utiliser comme modèle d'inflation, l'utilisateur devra savoir que la queue des résidus est en réalité plus large que ne le suggèrent les lois normales utilisées pour les termes d'erreur du modèle (ceci est analysé au chapitre 4).

## 2.4 Les autres générateurs de scénarios économiques envisageables

La littérature est fournie sur le sujet. Les travaux de Kevin Ahlgrim, Stephen D'Arcy et Richard Gorvett AHLGRIM et al. [2005] et AHLGRIM et al. [2008] réalisés à la demande de la Casualty Actuarial Society (CAS) et de la Society of Actuaries (SOA) constituent des ouvrages de référence puisqu'une revue exhaustive de la littérature sur les générateurs de scénarios économiques y est faite et le générateur qu'ils ont construit est utilisé par la SOA et la CAS ce qui lui confère une certaine crédibilité.

Il existe un très grand nombre de GSE, chacun présente des avantages et il n'est pas possible d'en trouver un qui soit le meilleur dans tous les cas. Deux grandes familles de modèles peuvent être distinguées : (i) les modèles en cascade ou intégrés comme celui de Wilkie, de Jarrow et Yildirim ou encore celui de Kaufman, Klett et Gadmer, ou (ii) les modèles reposant sur les corrélations comme ceux de AHLGRIM et al. [2005] et THOMSON [1996]. Un tableau de synthèse des principaux modèles qui existent actuellement, auquel le lecteur intéressé pourra se reporter, est disponible dans FRAYSSE [2012].

Tous les GSE fournissant en sortie une courbe des taux, un indice action et les prix immobilier auraient pu être envisagés pour notre étude et notamment celui de AHLGRIM et al. [2005]. Il a été choisi de retenir la structure de celui de Wilkie car il fait de l'inflation la variable motrice et permet une libre modélisation de celle-ci tout en gardant les paramètres des autres variables inchangés.

Faisons remarquer que deux difficultés compliquent le calibrage des GSE sur les périodes récentes : la mise en place de l'objectif des 2% de la BCE et ensuite l'assouplissement quantitatif.

### 3 Analyse des séries économiques, choix de modélisation et estimation des paramètres du GSE

Cette section s'attache à détailler l'analyse statistique qui a été conduite pour choisir les modèles retenus pour les différentes séries économiques générées par le GSE. Elle débute par les séries relatives aux marchés boursiers, se poursuit par la modélisation de la courbe des taux et traite enfin des séries relatives aux investissements immobiliers.

#### Données utilisées

Les données utilisées pour établir le modèle sont les suivantes :

- Inflation : Les valeurs mensuelles de l'indice des prix à la consommation harmonisé (IPCH) fournies par l'INSEE de 1997 à 2023.
- Actions : Les valeurs annuelles de l'indice CAC40 de 1987 à 2022 et de l'indice CAC 40 Dividend Index de 2001 à 2022 disponibles sur Euronext.
- Immobilier : Les valeurs trimestrielles de l'indice *Immostat* des prix des bureaux achetés dans une optique d'investissement, en Ile-de-France, de 2006 à 2023 et l'indice des loyers de ces mêmes bureaux sur la même période.
- Taux : Les valeurs fin de mois des taux *overnight index swap (OIS)* sur *l'EONIA* de 1999 à 2019 et sur *l'ESTR* de 2020 à 2022 pour des maturités de 1 mois à 10 ans. Les valeurs fin de mois de *l'EONIA* de 1999 à 2019 et de *l'ESTR* de 2020 à 2023. Les valeurs fin de mois des taux de rendement (assimilables à des taux zéro coupon) des emprunts publics notés AAA de maturité de 30 ans fournis par la BCE de 2004 à 2023.

La description de la série de données et les éventuels retraitements effectués sont décrits dans la sous-section qui lui est dédiée.

#### Méthode d'estimation

Les paramètres des équations sont estimés à l'aide du logiciel R en utilisant la méthode des moindres carrés ordinaires qui consiste à minimiser l'erreur quadratique.

Dans le cas d'un modèle à  $n$  variables explicatives  $y = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + \epsilon$ , où  $y$  désigne la variable dépendante,  $(a_i)_i$  les paramètres à estimer,  $(x_i)_i$  les variables explicatives et  $\epsilon$  l'erreur aléatoire modélisée par un bruit blanc, l'estimation de la valeur de la variable  $y$  en  $t$  est donnée à partir des observations  $x_{it}$  par :  $\hat{y}_t = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_{it}$ .

L'erreur de prédiction entre les valeurs réelles et les valeurs prédites s'expriment alors comme  $y_t - \hat{y}_t = y_t - a_0 - \sum_{i=1}^n a_i x_{it}$ .

Les coefficients des moindres carrés ordinaires correspondent aux valeurs des  $(a_i)_i$  minimisant la somme des écarts quadratiques  $\sum_{t=1}^T (y_t - a_0 - \sum_{i=1}^n a_i x_{it})^2$ .

On montre que cette minimisation conduit aux estimateurs suivant pour les paramètres du modèle.

$$A = (X'X)^{-1}X'Y$$

$A$  désigne le vecteur des estimateurs des paramètres  $a_i$ ,  $X$  est la matrice des observations des variables explicatives  $x_{it}$  précédées d'un vecteur de 1,  $Y$  est le vecteur des valeurs observées  $y_t$

pour la variable dépendante. La notation  $X'$  désigne la transposée de la matrice  $X$  et  $(X'X)^{-1}$  la matrice inverse de la matrice produit  $X'X$ .

La valeur de la variance  $\sigma^2$  de l'erreur aléatoire  $\epsilon$  est obtenue par la formule suivante.

$$\widehat{\sigma^2} = \frac{1}{T-2} \sum_{t=1}^T (y_t - \hat{y}_t)^2$$

### 3.1 Dividendes versés, rendement et prix des actions

Le CAC 40 est mesuré en points. Il évolue en référence à sa valeur d'origine de 1 000 points fixée le 31 décembre 1987.

L'indice des dividendes CAC 40 Dividend Index mesure la valeur cumulée des dividendes bruts ordinaires déclarés par les entreprises composant le CAC 40. Il s'exprime en points tout comme le CAC 40. Si un dividende est distribué uniquement sous forme d'actions et s'il est considéré comme un dividende ordinaire, l'indice intégrera un dividende équivalent au prix des actions distribuées. Si les actionnaires peuvent choisir entre un versement ou des actions, le montant qui est intégré à l'indice sera fondé sur l'option de versement. Si un dividende est déclaré dans une monnaie autre que l'euro alors le taux de change au jour ouvrable précédant la date de détachement est utilisé pour la conversion. La valeur définitive de l'indice est publiée à 13h00 le troisième vendredi de décembre. L'indice est remis à zéro après l'heure de calcul du jour de règlement.

#### 3.1.1 Démarche des choix et de la validation du modèle

Pour chacune des séries économiques à modéliser, nous avons recherché une équation sous la forme de celle proposée par Wilkie, mais avec des ordres de différenciation potentiellement différents ou un retrait des variables qui ne seraient pas significatives. Nous avons testé différents poids pour les lissages introduits. Nous avons également estimé les paramètres dont la valeur a été forcée par Wilkie. Il n'a cependant pas été envisagé d'introduire des variables explicatives supplémentaires afin de conserver l'entière dépendance du modèle à l'inflation.

Chaque équation prend la forme générale d'une équation linéaire à  $n$  variables explicatives  $(X_j)_j$  qui peut s'écrire sous la forme suivante.

$$y_t = a_0 + \sum_{j=1}^n \sum_{i=0}^p a_{j,i} X_{j,t-i}$$

$X_{j,t-i}$  désigne le  $i^{\text{ème}}$  retard de  $X_{j,t}$ .

Afin d'identifier le meilleur modèle, nous avons procédé en plusieurs étapes.

1. Recherche des valeurs plausibles des degrés  $p$  et  $q$

Nous avons d'abord analysé le jeu de données afin de comprendre les relations entre les variables. Pour ce faire, il est possible de tracer les variables les unes contre les autres pour faire graphiquement apparaître un lien. On peut également recourir à un lissage pour se donner une idée plus précise de la relation existante entre deux variables et d'estimer la linéarité de cette relation. La matrice de variance, covariance nous renseigne sur le niveau de corrélation entre les variables. Le diagramme de corrélation permet de voir l'influence des variables explicatives sur la variable à expliquer. Cela n'est cependant pas suffisant car une faible corrélation peut être très significative et l'introduction de la variable peut sensiblement améliorer le modèle. Il convient donc de tester la significativité des paramètres et d'utiliser des statistiques de performance du modèle.

Enfin, l'étude des fonctions d'autocorrélation et d'autocorrélation partielle permet d'estimer l'ordre de régression  $q$ .

## 2. Estimation des paramètres pour plusieurs modèles

Pour les différentes combinaisons de  $p$  et  $q$  retenues l'estimation des paramètres a été réalisées par la méthode des moindres carrés ordinaires.

## 3. Choix d'un modèle

Il s'agit d'abord de tester la significativité des coefficients estimés. Celle-ci est obtenue en fonction du seuil de significativité retenu grâce à la  $p$ -value calculée sur la statistique de Student.

On a ensuite recours à deux grands critères pour choisir le modèle :

-le critère de pouvoir prédictif qui consiste à chercher le modèle qui donne les erreurs de prévisions les plus faibles

Pour respecter ce critère, on tentera de minimiser la variance du bruit et de maximiser le coefficient de détermination  $R^2$ , le coefficient de détermination ajusté et la statistique de Fisher qui mesurent la part de la variance de la variable dépendante, définie comme  $\gamma^2 = \frac{1}{T-2} \sum_{t=1}^T (y_t - \bar{y})^2$ , qui est expliquée par le modèle.

$$R^2 = 1 - \frac{\widehat{\sigma}^2}{\widehat{\gamma}^2}$$

$$R^2_{\text{ajusté}} = 1 - \frac{\widehat{\sigma}^2 / (nb \text{ observations} - nb \text{ variables})}{\widehat{\gamma}^2 / (nb \text{ observations} - 1)}$$

$$F = \frac{(\widehat{\gamma}^2 - \widehat{\sigma}^2) / (nb \text{ observations} - nb \text{ variables})}{\widehat{\sigma}^2 / (nb \text{ observations} - 1)}$$

-le critère de parcimonie qui consiste à privilégier un modèle avec  $p + q$  minimal

Pour concilier ce critère au premier, on mesure la qualité de l'ajustement d'un modèle en assignant un coût d'information au nombre de paramètres à estimer. De fait, minimiser la variance  $\sigma^2$  de l'erreur tend à favoriser les modèles avec beaucoup de paramètres (avec un risque de sur-ajustement) par rapport aux modèles avec peu de paramètres. L'idée est alors d'introduire des critères de pénalité sur le nombre de paramètres. Les deux statistiques les plus couramment utilisées pour ce faire sont le Critère d'Information d'Akaike AIC et le Critère d'Information Bayésien BIC qui pénalise encore plus que l'AIC le nombre de variables.

$$AIC = \log(\sigma^2) + 2 \frac{nb \text{ variables}}{nb \text{ observations}}$$

$$BIC = \log(\sigma^2) + \frac{nb \text{ variables} * \log(nb \text{ observations})}{nb \text{ observations}}$$

#### 4. Analyse de la performance et de la cohérence du modèle

Il s'agit ici de mesurer la capacité du modèle à générer des prédictions réalistes sans introduire un biais ou une trop forte variabilité. Le biais représente la distance entre le modèle et la réalité et la variance la potentialité des coefficients du modèle à bouger d'un échantillon à l'autre. Pour ce faire, il est d'usage de diviser l'échantillon en données d'entraînement, de validation et de test. Malheureusement, l'historique est assez restreint sur certaines séries. Réserver une partie de l'échantillon pour la validation réduit la quantité déjà faible de données dont on dispose. Une alternative est de réaliser une validation croisée. La validation croisée est une méthode statistique qui permet d'évaluer la capacité de généralisation d'un modèle de manière plus stable et plus fiable lorsque la taille de l'échantillon de données est faible.

Nous avons, pour chaque série économique modélisée, fait l'exercice de retenir les trois ou quatre dernières années disponibles (de 2020 à 2022 ou 2023) pour comparer les valeurs observées aux valeurs prédites par le modèle entraîné sur l'échantillon auquel on aura préalablement retiré ces dernières années d'observations. In fine, les paramètres retenus dans le GSE sont estimés à partir de l'ensemble des observations disponibles.

Nous avons également réalisé une validation croisée par la méthode des *k-folds*. Cette technique consiste à séparer l'ensemble de données de manière aléatoire en K sous-échantillon (*folds*) de tailles égales. On entraîne et teste alors le modèle pendant K itérations. À chaque itération, le modèle est entraîné sur K-1 *folds* et est testé sur le *fold* restant. Ceci permet d'assurer que toutes les observations de l'ensemble de données original aient figuré dans l'ensemble d'entraînement et dans l'ensemble de test. Il s'agit de l'une des meilleures approches en cas de données limitées. On peut alors comparer pour chaque itération de la validation croisée des métriques de performance telles que l'erreur quadratique moyenne (*MSE*), la racine de cette grandeur (*RMSE*) ou encore le coefficient de détermination  $R^2$ . Cela permet ainsi d'évaluer la performance du modèle sur chaque sous-ensemble de données.

#### 5. Vérification que les résidus estimés respectent l'hypothèse d'un bruit blanc gaussien

Un bruit blanc (au sens faible) est une suite de variables aléatoires centrées, de variances constantes et non corrélées. Il est dit gaussien lorsque les variables aléatoires suivent une loi normale.

Ces différentes caractéristiques peuvent être vérifiées graphiquement et grâce à des tests statistiques.

Vérifier que la moyenne des résidus est nulle (absence de biais) : On peut représenter les valeurs des résidus en fonction des valeurs estimées et vérifier que les points se répartissent uniformément autour de l'axe des abscisses. On utilisera le test *rainbow* qui compare le modèle initial à un modèle construit sur un sous-échantillon constitué des valeurs centrales de l'échantillon de départ.

Vérifier que la variance des résidus est constante (homoscédasticité) : Cela se vérifie en traçant les valeurs des racines des résidus standardisés en fonction des valeurs théoriques (*fitted-values* prédites par l'équation de la régression). Les points doivent se répartir uniformément autour de l'axe des abscisses. L'homoscédasticité peut être validée par le test de Breush-Pagan.

Indépendance des résidus (absence d'autocorrélation) : On peut utiliser un autocorrélogramme et s'assurer que les bâtonnets représentant les autocorrélations ne dépassent pas les pointillés (seuils de significativité). L'absence d'autocorrélation se vérifie également grâce aux tests de Durbin-Watson et Ljung-Box.

Distribution normale des résidus (normalité du bruit) : On peut vérifier que les résidus sont normalement distribués avec un histogramme et un diagramme Quantile-Quantile (*QQ plot*). Si la distribution est gaussienne, on doit avoir un alignement entre quantiles des résidus et quantiles théoriques. Le test de Shapiro-Wilk permet de vérifier la normalité des résidus. Il peut être complété par la statistique de Jarque-Bera qui sert à déterminer si les résidus présentent une asymétrie et un aplatissement qui correspondent à une distribution normale.

Évaluation des points qui ont une grande influence sur la régression afin de les écarter s'il s'agit de points considérés comme aberrants : La distance de Cook permet d'évaluer les points qui auront une trop grande influence sur le modèle de régression. Le graphique associé permet de visualiser les valeurs des résidus standardisés en fonction d'une mesure de l'effet de levier. La distance de Cook se resserre à mesure que l'effet de levier augmente. Les points qui dépassent cette distance, c'est-à-dire les points les plus déviants (avec les plus fortes valeurs résiduelle) associés à un effet de levier élevé (qui ont une influence importante dans l'estimation des paramètres) sont à écarter de l'échantillon des données d'entraînement. On peut également utiliser le test de Dixon pour les valeurs aberrantes.

### 3.1.2 Rendement des dividendes

On rappelle que le rendement des dividendes est obtenu par la formule :

$$Y_t = \frac{D_t}{P_t}$$

Après avoir construit l'indice du rendement des dividendes par division entre l'indice CAC 40 Dividend Index et l'indice CAC 40 entre 2001 à 2022, le modèle linéaire le plus approprié est recherché pour expliquer les variations de son logarithme à partir d'un terme autorégressif et d'un terme inflationniste.

$$y_t = a_0 + \sum_{i=0}^p a_{1i} I_{t-i} + \sum_{j=1}^q a_{2i} y_{t-j}$$

Avec :

$$-yt = \ln(Yt)$$

Sur la base des données du rendement des dividendes et de l'IPCH entre 2001 à 2022, l'IPCH apparaît comme une variable non significative pour expliquer le rendement des dividendes. Le fait que nous n'arrivons pas à estimer le paramètre d'inflation n'est pas étonnant : l'inflation étant restée faible et peu volatile sur la période 2001 à 2020, il est donc difficile de retirer de l'information de ces observations. Au contraire, une estimation sur les trois dernières années 2020, 2021 et 2022 aboutit évidemment à une significativité très forte du terme inflationniste. L'idéal aurait été de disposer d'observations remontant à 1981 pour avoir plus de variabilité sur les observations de l'inflation. Malheureusement, les valeurs du CAC 40 Dividend Index mise à disposition par Euronext ne remontent qu'à 2001. Dans WILKIE [1995], l'auteur estime les paramètres de son modèle pour le rendement des dividendes sur la France entre 1951 et 1989. Il utilise des indices fournis par Morgan Stanley Capital International avec et sans dividendes (nets de taxes) réinvestis pour en déduire l'indice des dividendes. Il aboutit à l'équation suivante.

$$\ln(Y_t) = \ln(0,024) + 1,64 * I_t + 0,88 * \ln(Y_{t-1})$$

Nous avons alors estimé le modèle  $\ln(Y_t) - 1,64 * I_t \sim \ln(Y_{t-1})$  pour forcer le paramètre de l'inflation à 1,64. Il s'avère que ce modèle est meilleur que le modèle obtenu en retirant l'inflation.

Modèle	$\ln(Y_t) \sim \ln(Y_{t-1})$	$\ln(Y_t) \sim 1,64 * I_t + \ln(Y_{t-1})$
R <sup>2</sup>	0,31	0,35
R <sup>2</sup> ajusté	0,276	0,3161
F – statistique	8,625	10,24
p-value	0,008	0,005
AIC	-59,72	-60,43
BIC	5	4,3
RMSE (validation croisée)	0,204	0,227
R <sup>2</sup> (validation croisée)	0,47	0,55

Maintenir l'inflation dans l'équation améliore tous les indicateurs sauf le RMSE. La p-value du modèle est très inférieure à 5 % ce qui montre que le modèle est pertinent. Dans tous les modèles testés le paramètre du terme d'auto régression  $\ln(Y_{t-1})$  est significativement différent de 0 à 95 %. Par ailleurs, l'ajout d'un ordre de régression supplémentaire dégrade le modèle. Le modèle  $\ln(Y_t) \sim 1,64 * I_t + \ln(Y_{t-1})$  apparaît donc comme le meilleur sous les contraintes que nous nous sommes fixés.

Le coefficient de détermination est cependant faible. On voit qu'il est sensiblement plus élevé lorsqu'il est calculé par validation croisée. Cela est dû au fait qu'il y a trois points qui sont très mal prédits par le modèle et qui ne peuvent pas être correctement prédits sans l'ajout de variables supplémentaires, comme nous allons le voir plus loin, ces trois points correspondant aux crises économiques de 2008 (crise des subprimes), 2011 (crise des dettes souveraines) et 2020 (crise sanitaire). Ces événements imprévisibles ne se retranscrivent pas dans l'inflation. L'ajout de variables explicatives supplémentaires comme le PIB, l'indice manufacturier ou le résultat des entreprises du CAC 40 permettrait d'améliorer sensiblement la performance du modèle, mais notre but est de ne pas avoir à faire des hypothèses sur ces métriques pour réaliser nos simulations.

Le processus d'estimation conduit à l'équation suivante.

$$\ln(Y_t) = -1,63 + 1,64 * I_t + 0,54 * \ln(Y_{t-1}) + 0,22 * \epsilon_{Y,t}$$

À partir de cette équation nous pouvons réaliser des simulations et vérifier l'ajustement du modèle.

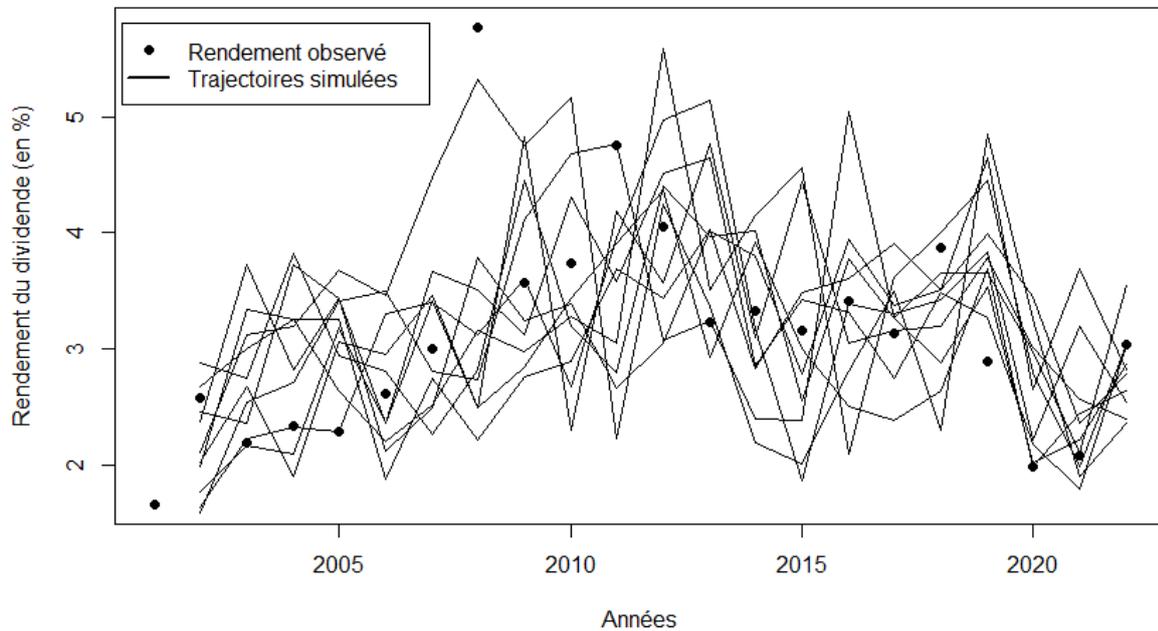


Figure 3.1.2 -a : Comparaison de dix simulations au rendement historique

En l'occurrence, on voit dans ce graphique que les trois points qui sortent du champ sont ceux correspondant aux crises économiques de 2008, 2011 et 2020.

Les valeurs prédites par le modèle à partir de l'observé permettent de vérifier l'ajustement du modèle. La comparaison avec les valeurs prédites sous hypothèse d'inflation nulle permet de visualiser la contribution de cette dernière à la valeur prédite et la sensibilité du modèle au paramètre inflationniste.

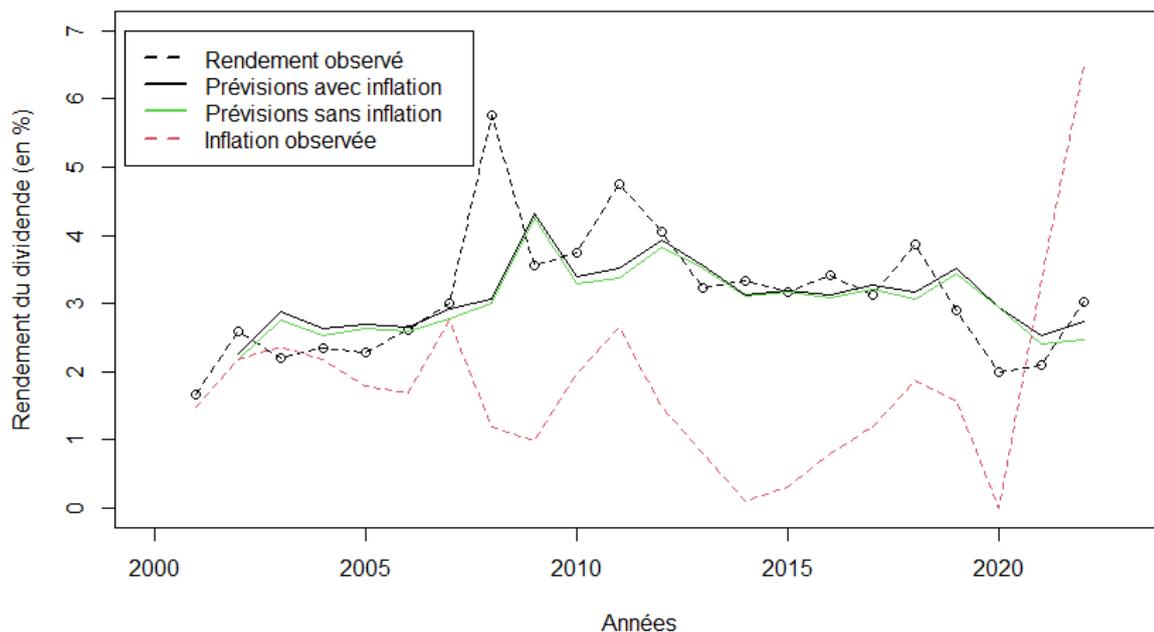


Figure 3.1.2-b : Valeurs prédites avec ou sans prise en compte du terme inflationniste

On observe que le rendement des dividendes a tendance à évoluer dans le même sens que l'inflation. On sait en effet que l'inflation exerce une pression à la hausse sur le rendement attendu des actionnaires. L'augmentation des prix de vente des entreprises permet en général d'accroître le dividende versé. Une forte inflation a tendance à dégrader les perspectives économiques et à faire augmenter les taux, deux éléments qui conduisent à faire baisser l'attractivité et donc les prix des actions.

L'influence de l'inflation sur la prédiction peut cependant paraître faible si on la compare à l'influence du niveau du rendement de l'année précédente. Selon ce modèle, lorsque l'inflation augmente de +1 %, le rendement des dividendes augmente de  $\exp\left(\frac{1,64}{100}\right) - 1 = 1,65\%$ .

Pour vérifier la qualité prédictive du modèle, nous avons comparé les valeurs observées en 2020, 2021 et 2022 à celles prédites par le modèle entraîné sur la période de 2002 à 2019.

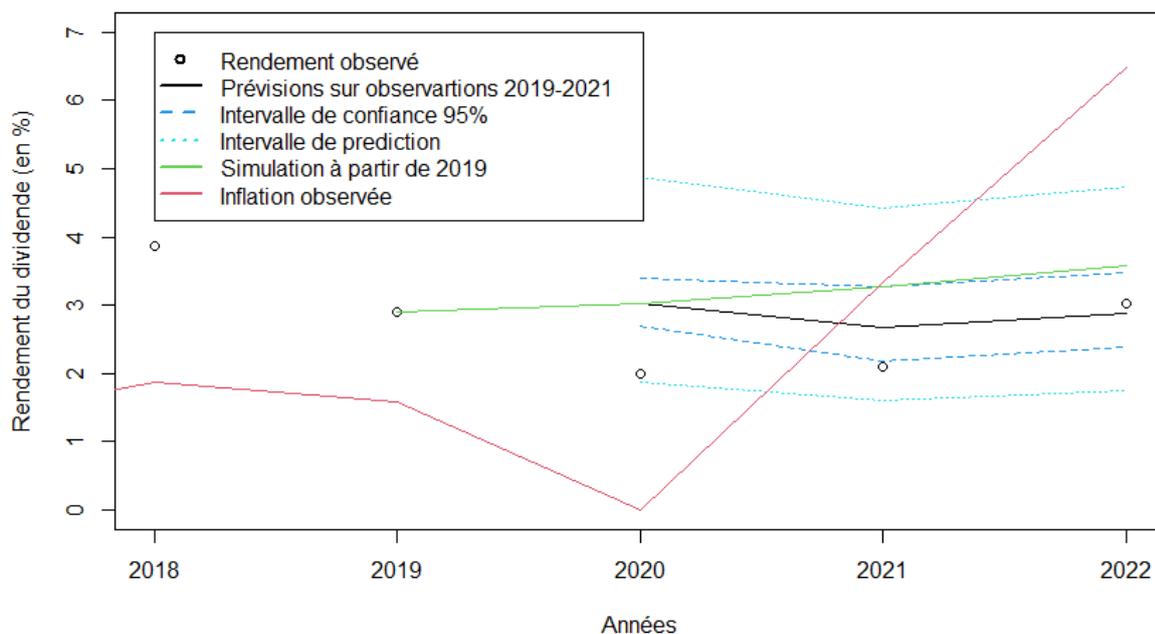


Figure 3.1.2-c : Estimation sur 2002-2019 et validation sur 2020-2022

La valeur observée en 2020 est très en deçà de la prévision qui aurait été faite en 2019 mais se situe tout de même dans le domaine de prédiction. La valeur du rendement en 2021 est encore une fois en dessous de la valeur prédite et se situe au niveau de la borne inférieure de l'intervalle de confiance 95 %. Ceci s'explique par la très forte remontée des cours fin 2021. Une fois passés le choc de 2020 et l'effet rattrapage de 2021, la valeur observée en 2022 est en ligne avec la valeur attendue.

Nous allons à présent vérifier les hypothèses formulées sur les résidus.

Test de validité de spécification :

On vérifie graphiquement que la moyenne des résidus est nulle.

La p-value pour le test *rainbow* est supérieure à 5 %. Nous validons donc l'hypothèse que la moyenne des résidus est nulle.

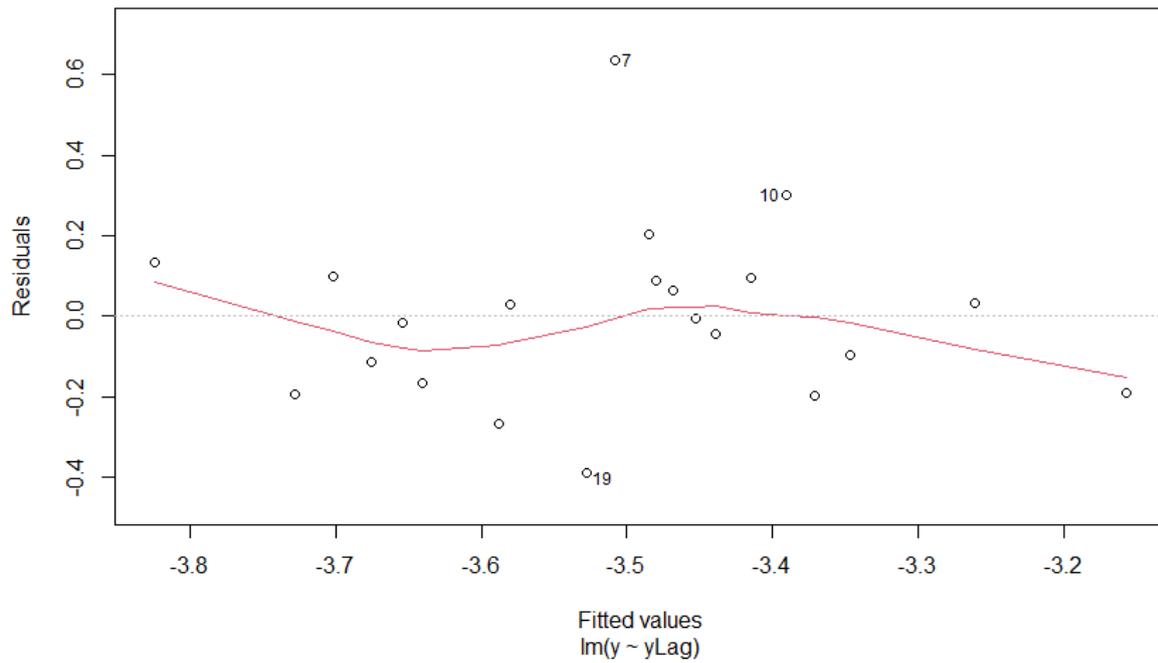


Figure 3.1.2-d : Résidus des estimateurs

Indépendance des résidus :

Aucune autocorrélation ne dépasse le seuil de significativité à 95 %. Les p-value pour les tests de Ljung-Box et Durbin-Watson sont supérieures à 5 %. L'hypothèse d'absence d'autocorrélation entre les résidus est donc valide.

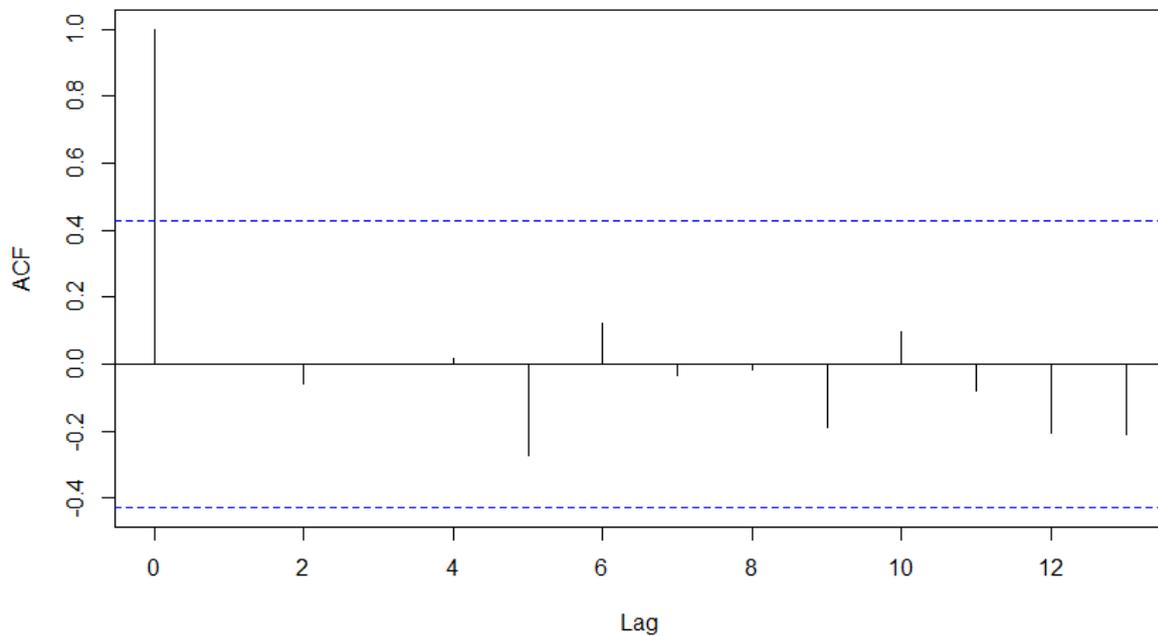


Figure 3.1.2-e : Autocorrélogramme des résidus

Distribution normale des résidus :

Nous pouvons voir que l'alignement entre quantiles des résidus et quantiles théoriques est respecté sauf pour le résidu correspondant à 2008. Les p-value pour les tests de Shapiro-Wilk et Jarque-Bera sont supérieures à 5 %. Nous validons donc l'hypothèse de normalité des résidus.

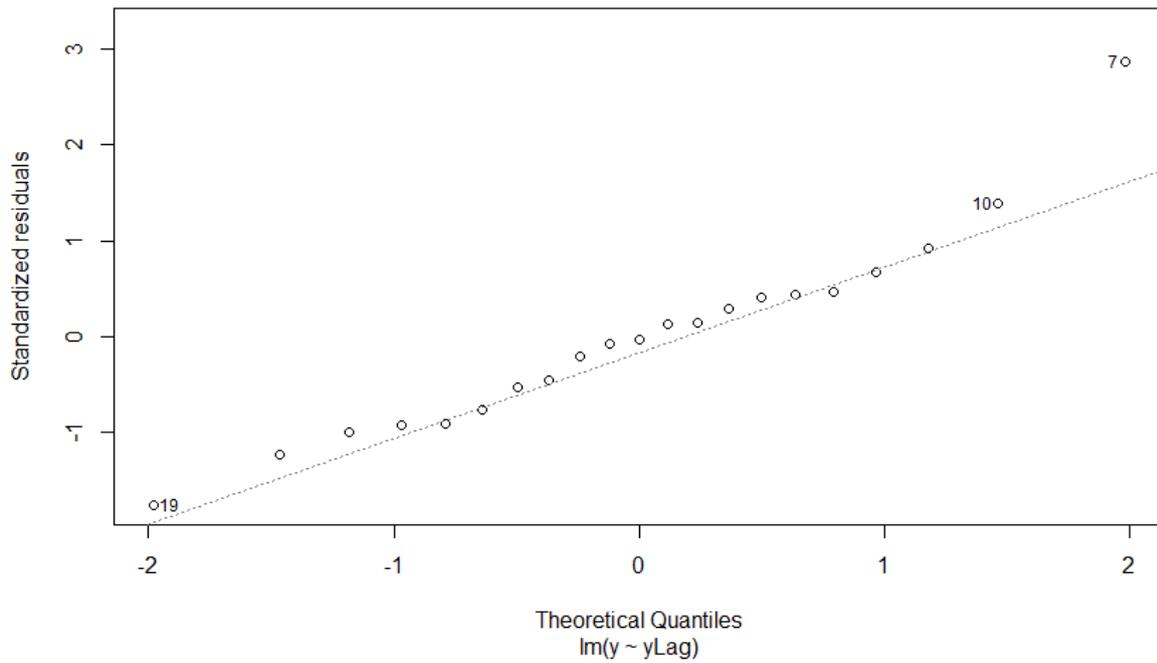


Figure 3.1.2-f : Comparaison des quantiles des résidus aux quantiles de la loi gaussienne

Homoscédasticité :

On vérifie graphiquement que la variance des résidus semble constante. Le test de Breush-Pagan est vérifié et l'hypothèse peut être validée.

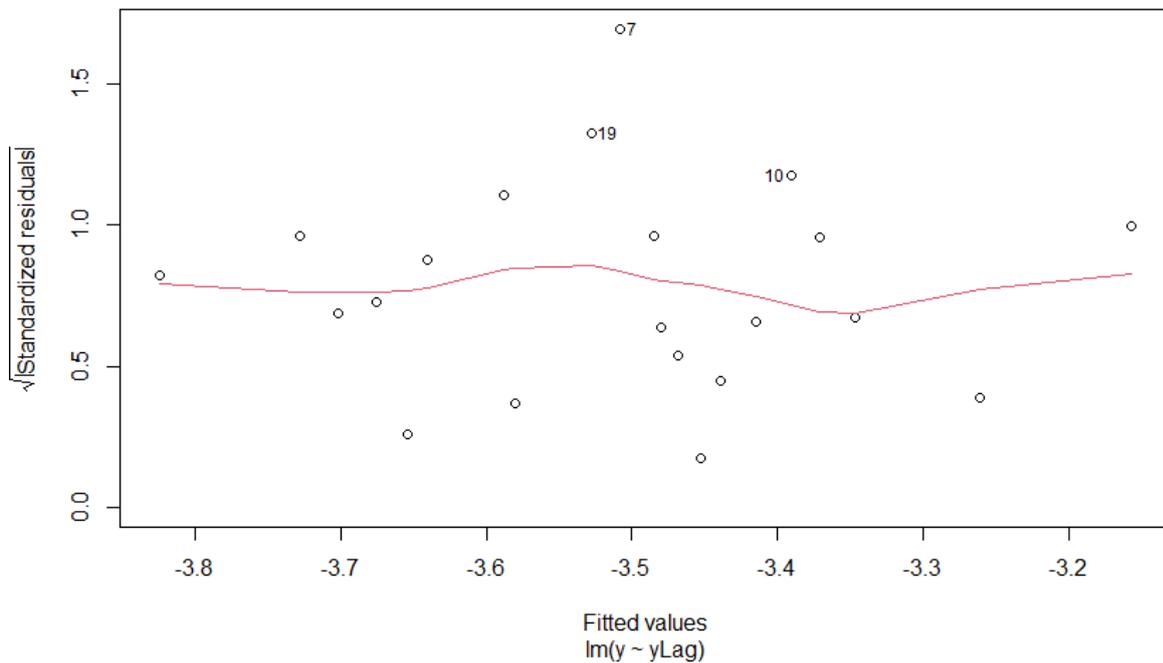


Figure 3.1.2-g : Résidus standardisés des estimateurs

Influence des points considérés comme aberrants :

Il y a trois valeurs aberrantes au regard du modèle qui correspondent aux crises économiques de 2008, 2011 et 2020. L'influence de ces valeurs est acceptable selon le critère de Cook.

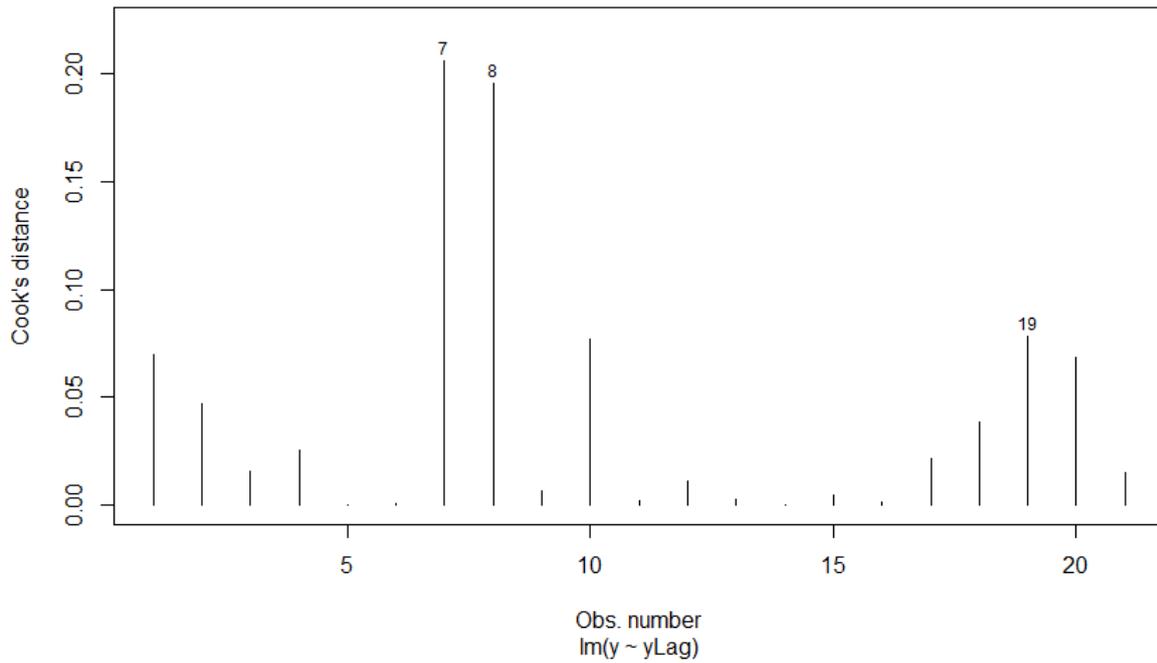


Figure 3.1.2-h : Distances de Cook sur chaque observation

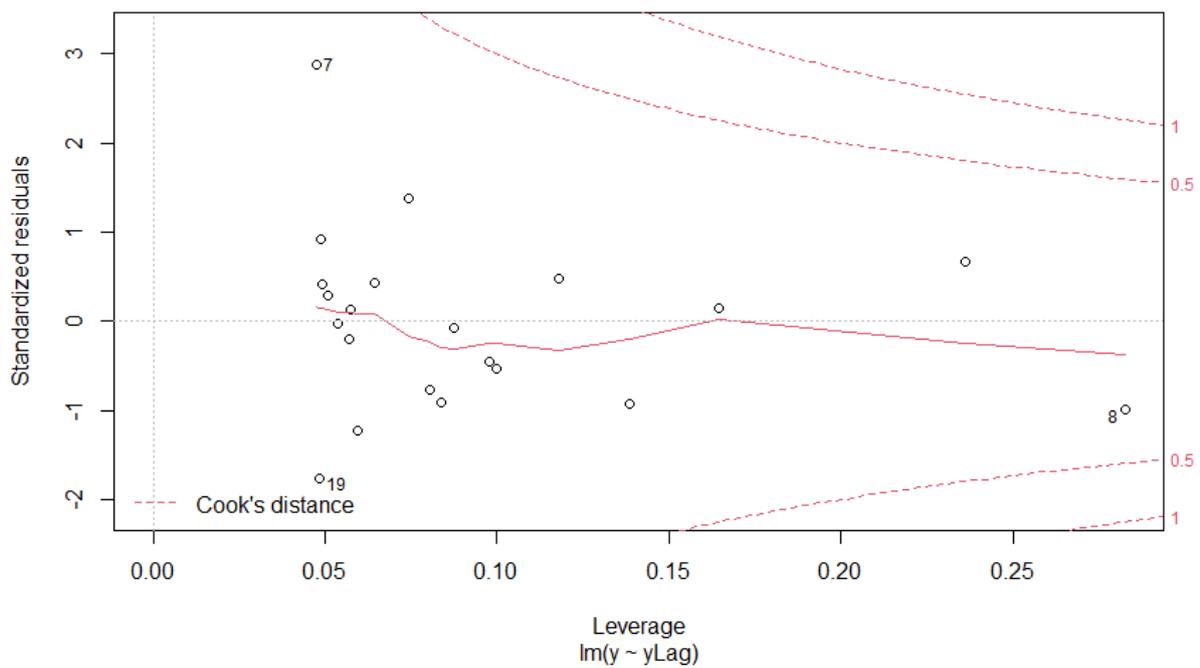


Figure 3.1.2-i : Graphique de Cook

Le modèle a été à nouveau entraîné en retirant ces trois points pour voir si cela permet d'améliorer les prévisions. Au contraire, cela dégrade les prévisions sur les années récentes ; il a donc été choisi de maintenir l'ensemble des points d'observation dans l'échantillon d'entraînement.

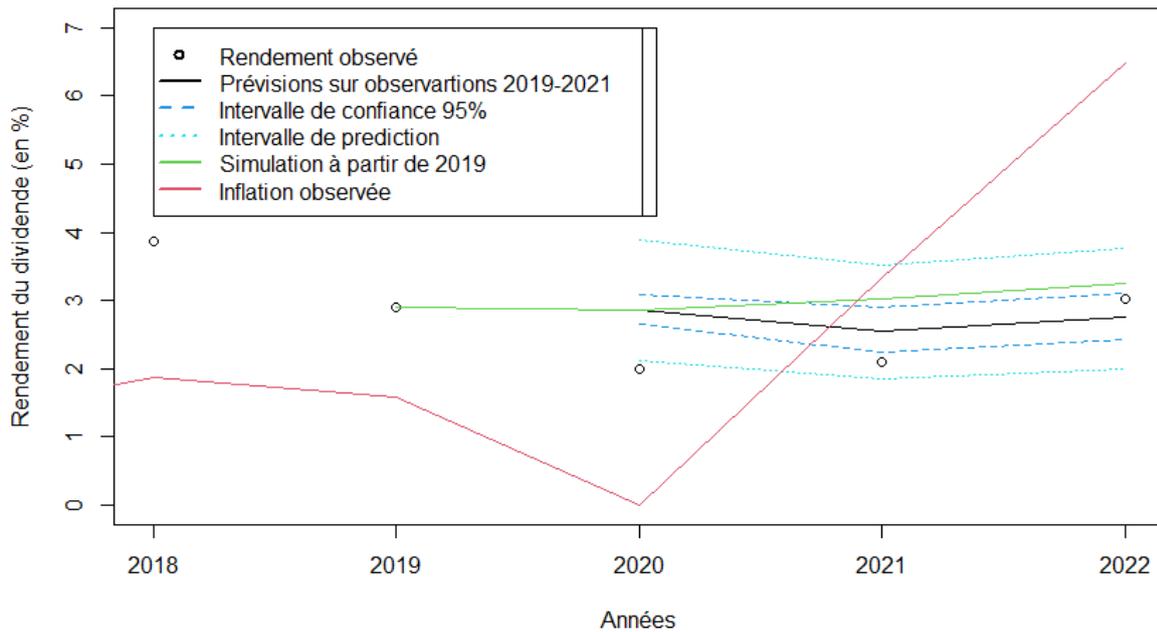


Figure 3.1.2-j : Estimation sur 2002-2019/{2008-201} et validation sur 2020-2022

À partir des paramètres estimés, on déduit ceux de l'équation de Wilkie :

$$y_t = y_m + \alpha_Y I_t + (1 - \beta_Y)(y_{t-1} - y_m) + \sigma_Y \times \epsilon_{Y,t}$$

$$Y_m = 3 \%, \alpha_Y = 1,64, \beta_Y = 0,46, \sigma_Y = 0,221$$

Remarque : La moyenne théorique de  $\ln(Y_t)$  selon ce modèle est  $\mathbb{E}(\ln(Y_t)) = \frac{\alpha_Y \mathbb{E}(I_t) + \beta_Y \ln(Y_m)}{\beta_Y}$  ce qui, en remplaçant  $\mathbb{E}(I_t)$  par sa moyenne empirique entre 2001 et 2022, conduit à une moyenne théorique de -3,4 %. La moyenne empirique entre 2001 et 2022 est de -3,5 %.

### 3.1.3 Montant des dividendes

Dans cette sous-section, nous cherchons à établir une relation prenant la forme suivante :

$$\ln\left(\frac{D_t}{D_{t-1}}\right) = a_0 + \sum_{i=0}^p a_{1i} I_{t-i} + \sum_{j=1}^q a_{2j} Y E_{t-j}$$

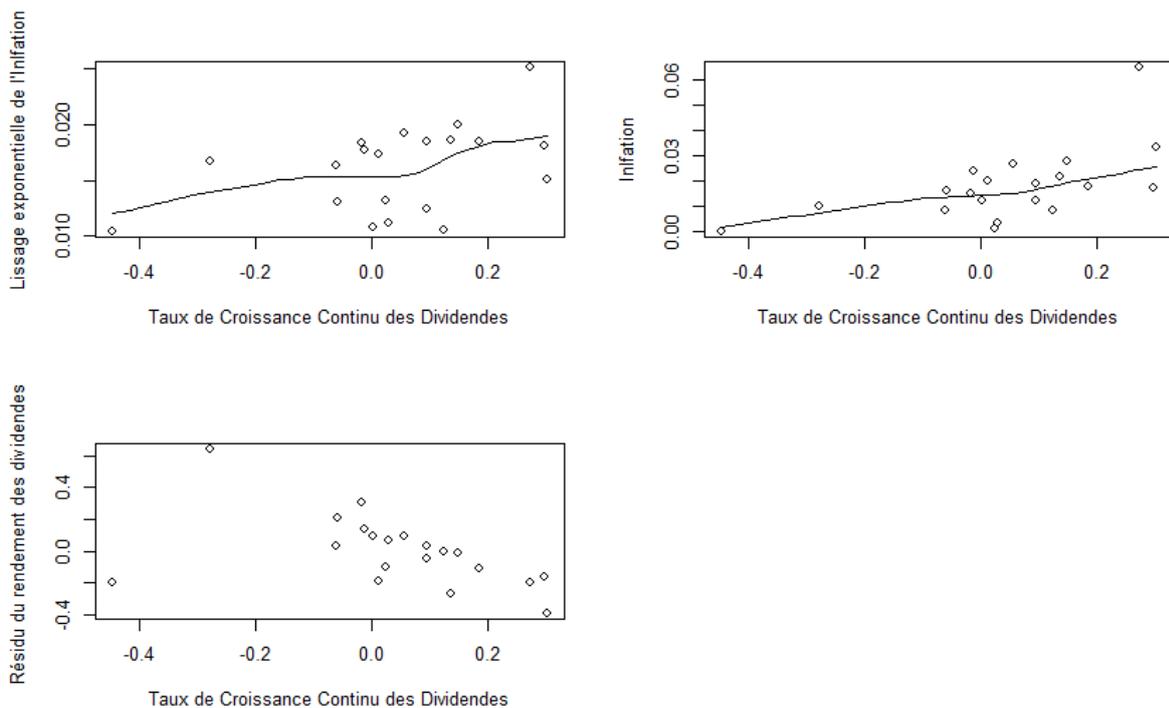
$D_t$  désigne la valeur de l'indice des dividendes en t et  $Y E_t$  la valeur du résidu du rendement des dividendes l'année t.

Le modèle proposé dans WILKIE [1995] pour la France est le suivant :

$$\ln\left(\frac{D_t}{D_{t-1}}\right) = 0,2 \sum_{i=0}^t 0,8^i I_{t-i}$$

La constante est nulle, le résidu du rendement des dividendes n'est pas conservé dans l'équation et le modèle se résume finalement à un lissage exponentiel de l'inflation avec un paramètre de lissage de 0,2.

Les tests de corrélation de Pearson réalisés sur nos données de 2001 à 2021 montrent au contraire que le paramètre relatif au lissage de l'inflation n'est pas significatif alors que les paramètres pour l'inflation et le résidu du rendement des dividendes le sont. Graphiquement on voit également que le lien est plus prononcé pour ces deux dernières variables.



**Figure 3.1.3-a : Structures de dépendance du taux de croissance des dividendes aux variables explicatives envisagées**

Les tests de significativité et la comparaison des scores AIC montrent que le modèle le plus adéquat est celui obtenu avec une constante nulle, aucun retard sur l'inflation et en conservant le résidu du rendement des dividendes sur un retard. Wilkie impose que le paramètre de l'inflation soit égal à 1 pour qu'un gain unitaire de l'inflation se traduise par un gain unitaire sur la croissance du dividende. Le modèle ainsi obtenu est moins bien ajusté aux observations et moins performant pour prédire les valeurs des années récentes que celui estimé sans contrainte.

Modèle	$\ln\left(\frac{D_t}{D_{t-1}}\right) \sim I_t + YE_t$	$\ln\left(\frac{D_t}{D_{t-1}}\right) - I_t \sim YE_t$	$\ln\left(\frac{D_t}{D_{t-1}}\right) \sim 0,2 \sum_{i=0}^t 0,8^i I_{t-i}$
R <sup>2</sup>	0,45	0,24	0,16
R <sup>2</sup> ajusté	0,38	0,21	0,07
F – statistique	7,22	6,16	2,48
p-value	0,005	0,023	0,131
AIC	-76,2	-74,6	-68,9
BIC	-14,5	-13,8	-8,1
RMSE (validation croisée)	0,15	0,14	0,17
R <sup>2</sup> (validation croisée)	0,57	0,49	0,54

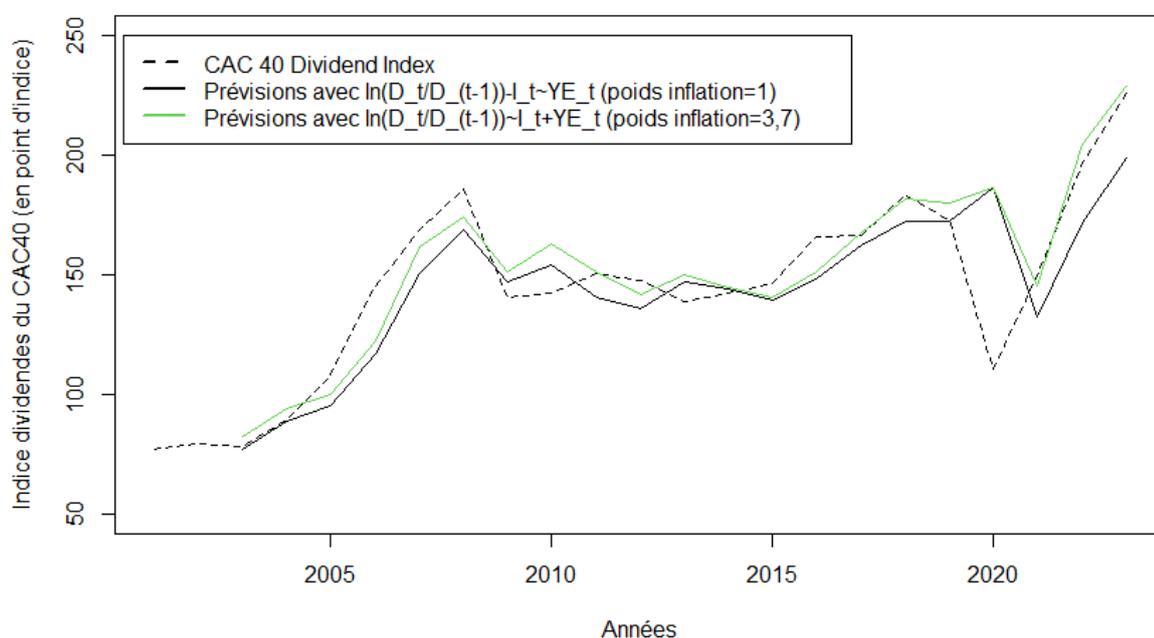


Figure 3.1.3-b : Valeurs prédites en fonction du paramètre de contribution retenu pour l'inflation

Néanmoins, retenir pour l'inflation un paramètre supérieur à celui retenu dans le modèle du rendement des dividendes (1,64) reviendrait dans les simulations à ce que l'inflation contribue à faire croître les prix des actions, alors que c'est le contraire qui est attendu. Les deux coefficients estimés par régression linéaire – 4,27 pour le rendement des dividendes et 3,7 pour le montant des dividendes – présentent un écart similaire à ceux recommandés par Wilkie pour la France (1,64 et 1). Le fait est que la significativité des coefficients estimés est faible et les intervalles de confiance associés trop larges pour être acceptables. Les trois derniers points de données contribuent très fortement à estimer un paramètre pour l'inflation, bien supérieur à ce qu'il doit être en réalité. La forte pente entre 2020 et 2022 est d'abord liée au fait que les entreprises du CAC 40 ont versé peu de dividendes en 2020 et à l'effet rattrapage qui a suivi. La très faible inflation en 2020 et la forte hausse qui a débuté fin 2021 ont par ailleurs certainement joué un rôle mais dans une moindre mesure.

En pratique, les coefficients de Wilkie permettent d'avoir des résultats plus réalistes en sortie de simulations, nous avons donc préféré utiliser ceux-ci.

L'étude des résidus estimés montrent que l'hypothèse du bruit blanc gaussien n'est pas respectée si l'on conserve l'année 2020 dans l'échantillon d'entraînement. Cela revient à retirer deux points dans l'échantillon d'apprentissage (2020 et 2021), la valeur du résidu du rendement des dividendes en 2020 pénalisant l'estimation pour 2021. Le modèle estimé sur 2003 à 2022/{2020, 2021} respecte les hypothèses sur les résidus et présente un bon ajustement avec un coefficient de détermination de 80 %, une statistique de Fisher de 34,7 et une *p-value* très proche de 0 pour chaque paramètre. Nous avons conservé ce modèle tout en sachant qu'il ne permet pas de simuler des chocs économiques conduisant à de fortes variations des marchés actions ou des blocages de dividende.

L'estimation des quatre derniers paramètres laissés libres conduit finalement à l'équation ci-dessous :

$$\ln\left(\frac{D_t}{D_{t-1}}\right) = 0,028 + I_t - 0,36 \times YE_{t-1} + 0,15 \times \epsilon_{D,t}$$

À partir des paramètres estimés, on déduit ceux de l'équation de Wilkie :

$$d_t = d_m + \alpha_D I_t + \beta_D M_t + DY \sigma_Y \times \epsilon_{Y,t-1} + \sigma_D \times \epsilon_{D,t} + \sigma_B \sigma_D \times \epsilon_{D,t-1}$$

$$d_m = 0,028, \alpha_D = 1, \beta_D = 0, DY = -0,36, \sigma_D = 0,15, \sigma_B = 0$$

Remarque : La moyenne théorique de  $\ln\left(\frac{D_t}{D_{t-1}}\right)$  selon ce modèle est  $\mathbb{E}\left(\ln\left(\frac{D_t}{D_{t-1}}\right)\right) = 0,028 + \mathbb{E}(I_t)$  ce qui, en remplaçant  $\mathbb{E}(I_t)$  par sa moyenne empirique entre 2001 et 2022, conduit à une moyenne théorique de 4,6 %. La moyenne empirique entre 2001 et 2022 est de 4,5 %.

## 3.2 Courbe des taux zéro coupon

### 3.2.1 Théorie économique et contraintes réglementaires

Les taux d'intérêt sont l'un des principaux déterminants des économies. Ils influencent le coût de l'emprunt, le rendement de l'épargne et de nombreux investissements. Par conséquent, la littérature traitant des taux d'intérêt est volumineuse. Une revue exhaustive de la modélisation des taux d'intérêt et organisée par environnement de modélisation peut être consultée dans BRIGO et MERCURIO [2006]. La courbe des taux est la représentation graphique des rendements offerts par les titres obligataires à un instant donné selon leur échéance, de la plus courte à la plus longue. La courbe des rendements sans risque joue un rôle de premier plan pour l'étude présentée dans ce mémoire, en raison du poids des instruments à revenu fixe dans l'actif et de l'importance de l'actualisation des flux de trésorerie des passifs. L'élaboration d'un bilan prudentiel nécessite de disposer d'une courbe des taux sans risque pour actualiser les flux de trésorerie futurs et pour déterminer les courbes des taux relatives aux actifs obligataires (en ajoutant une prime de risque de crédit en fonction de la catégorie de l'émetteur) qui permettront de recalculer les valeurs de marché.

#### **La courbe des taux sans risque de l'EIOPA**

La norme Solvabilité II spécifie que les flux de passif doivent être actualisés à l'aide de la courbe sans risque fournie mensuellement par l'EIOPA. Cette courbe est déterminée avec la méthode de Smith-Wilson. Il s'agit d'une méthode d'interpolation et d'extrapolation des taux. Les taux à court terme observés sur les marchés sont d'abord parfaitement interpolés, puis les taux à long terme non observables sont extrapolés. L'EIOPA sélectionne les maturités utilisables en se basant sur le critère *DLT* (*Deep, Liquid, Transparent*) : les marchés doivent, à ces maturités, être profonds, liquides et transparents. En pratique, la dernière maturité observable *LLP* (*Last Liquid Point*) se situe autour de 20 ans. Certains assureurs, principalement des assureurs vie, peuvent avoir des engagements bien plus lointains. Les taux à long terme non observables (au-delà du *LLP*) sont extrapolés à l'aide d'un taux ultime, *l'UFR* (*Ultimate Forward Rate*). Ce dernier est calculé comme la somme du taux d'inflation moyen et du rendement sans risque moyen. Il correspond au taux d'intérêt nominal de l'équation de Fisher.

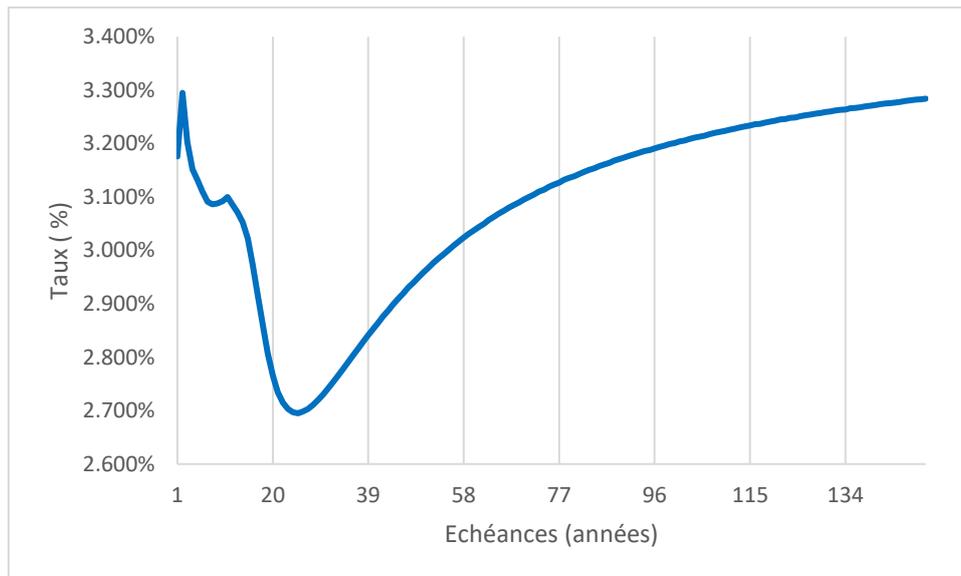


Figure 3.2.1 : Courbe de taux EIOPA au 31/12/2022 (hors VA)

### Fonctionnelle de Nelson et Siegel

La démarche utilisée pour l'interpolation de la courbe des taux s'appuie sur celle de NELSON et SIEGEL [1987]. Nelson et Siegel ont proposé la fonctionnelle suivante pour la valeur prise par le taux d'intérêt d'un zéro-coupon de maturité résiduelle  $\tau$ .

$$f(\tau) = \beta_0 + \beta_1 \frac{1 - e^{-\frac{\tau}{\lambda}}}{\frac{\tau}{\lambda}} + \beta_2 \left( \frac{1 - e^{-\frac{\tau}{\lambda}}}{\frac{\tau}{\lambda}} - e^{-\frac{\tau}{\lambda}} \right)$$

Cette paramétrisation à trois paramètres de forme  $(\beta_0; \beta_1; \beta_2)$  et un paramètre d'échelle  $\lambda$  présente trois propriétés remarquables :

- $\beta_0$  est le taux d'intérêt à un horizon infini (taux long) ;
- $\beta_0 + \beta_1$  représente le taux d'intérêt instantané (taux court) ;
- le couple  $(\beta_2; \lambda)$  permet de contrôler la convexité et de rendre compte de la présence éventuelle d'une inflexion dans la courbe de taux

Les paramètres ne sont pas stables dans le temps si bien que la valeur du taux d'intérêt d'un zéro-coupon à un instant  $t$  est donné par :

$$f(t, \tau) = \beta_0(t) + \beta_1(t) \frac{1 - e^{-\frac{\tau}{\lambda(t)}}}{\frac{\tau}{\lambda(t)}} + \beta_2(t) \left( \frac{1 - e^{-\frac{\tau}{\lambda(t)}}}{\frac{\tau}{\lambda(t)}} - e^{-\frac{\tau}{\lambda(t)}} \right)$$

En utilisant cette paramétrisation, simuler une courbe des taux revient donc à simuler la dynamique de quatre paramètres. Les deux premiers découlent du taux long et du taux court.

Remarque : Lorsqu'on cherche à interpoler la courbe des taux sur un nombre de maturités réduit, il peut exister des combinaisons de paramètres qui représentent bien, voire mieux, les observations, sans que les valeurs asymptotiques soient vérifiées. C'est par exemple le cas des paramètres estimés par la BCE pour interpoler la courbe des taux sur les maturités 1 à 20 ans pour lesquels  $\beta_0$  n'approche pas le taux long et  $\beta_0 + \beta_1$  ne s'ajuste pas au taux court. En

fonction de la méthode d'estimation et de l'étendue des maturités observées, les comportements asymptotiques peuvent ne pas du tout être vérifiés.

Pour avoir quelque chose de prédictible et ainsi pouvoir faire des simulations, nous avons supposé que  $\beta_0$  est égal au taux long  $R(\infty)$  et  $\beta_1$  à la différence entre le taux court  $R(0)$  et le taux long.

La courbure est gérée par le couple  $(\beta_2; \lambda)$  et plusieurs auteurs préconisent de considérer  $\lambda$  constant égal à 2,5. En résolvant le problème des moindres carrés sur les quatre paramètres en utilisant l'expression des taux swaps en fonction des paramètres. MZOUGHJI [2017] montre que le paramètre  $\lambda$  évolue peu au cours du temps et est en moyenne de 2,55.

Sous ces hypothèses, si on est capable de modéliser le taux court et le taux long, il reste à estimer les valeurs historiques du paramètre  $\beta_2$  et à en proposer une modélisation, pour pouvoir simuler l'ensemble de la courbe des taux.

### **Le contenu en information de la pente des taux**

La courbe des taux d'intérêt est supposée traduire les anticipations des investisseurs sur certaines grandeurs économiques :

- le plus naturellement, elle reflète les anticipations de l'évolution future des taux.
- moins directement perceptible, elle contient de l'information sur l'évolution anticipée de l'inflation

En effet, en absence d'opportunité d'arbitrage, les taux *forward* sont liés aux taux zéro-coupon. Par exemple, investir dans le taux à deux ans doit revenir au même qu'investir dans le taux à un an et le taux *forward* à un an (taux à terme à un an dans un an). Plus précisément, le taux zéro-coupon continu  $R(t, \tau)$  à échéance dans  $\tau$  fractions d'années est relié aux taux forward de la manière suivante.

$$R(t, \tau) = \frac{1}{\tau} \int_t^{t+\tau} f(t, u) du$$

Si les agents sont rationnels, la pente entre les taux à deux et un an aujourd'hui est alors égale, à une prime constante près, à la variation du taux à un an entre aujourd'hui et dans un an.

Le même type de relation doit exister entre les taux d'inflation anticipés. Si comme le veut la relation de Fisher, le taux réel est constant au cours du temps, alors la courbe des taux révèle les anticipations des investisseurs sur l'évolution de l'inflation.

De nombreuses études, comme celle de MISHKIN [1990] par exemple, ont ainsi cherché à mesurer le pouvoir prédictif de la pente des taux d'intérêt. La plupart ont porté sur des données américaines car le marché obligataire américain est le plus liquide. Autant il est aisé de disposer de données sur les titres de court terme (interbancaires, sur eurodevises), autant la construction de courbes de taux incluant des taux de maturités longues est rendue difficile par l'absence de profondeur des marchés sur certaines maturités (notamment les plus longues). Certains auteurs ont pallié le manque d'information en se concentrant sur le contenu informationnel de l'écart entre les taux à 10 ans et à 3 mois. Du fait de son rôle de référence dans la plupart des pays, le taux à 10 ans est aisément accessible et disponible sur une longue période. Néanmoins, il n'est pas évident que ce soit le taux à 10 ans qui contienne le plus d'information sur les taux d'intérêt ou d'inflation futurs. Les courbes de taux sont en général très plates entre 5 et 10 ans, et nous

avons par ailleurs une vision beaucoup plus précise de l'inflation sur les 5 prochaines années que sur les 10 prochaines.

Ces études concluent, concernant la prévision des taux d'intérêt, que l'hypothèse des anticipations est confirmée pour certains types de tests ou certaines maturités, mais très largement rejetée pour d'autres. Concernant la prévision de l'inflation, le résultat assez général est que la pente contient de l'information sur l'évolution future de l'inflation pour des titres de maturité suffisamment longue.

Nous n'avons pas connaissance d'études récentes sur le sujet sur des données françaises. Une évaluation du contenu en information de la pente des taux d'intérêt concernant l'évolution future des taux d'intérêt et des taux d'inflation en France est disponible dans JONDEAU et RICART [1999]. Une base de données contenant des courbes de taux d'intérêt zéro-coupon sur titres publics a été construite à cette fin pour la période 1980-1995. La conclusion des deux auteurs est que sur la période 1980-1995, la pente des taux ne contient aucune information sur l'évolution future de l'inflation ou des taux d'intérêt. Sur la période 1980-1995 les pentes des taux vis-à-vis du taux à 2 ans contiennent de l'information sur l'évolution future des taux courts, les pentes des taux vis-à-vis du taux à 3 ans à la fois sur l'évolution des taux courts et des taux longs, les pentes des taux (2 ans - 1 an) à (5 ans - 1 an) et (4 ans - 2 ans) ont un pouvoir prédictif concernant l'évolution de l'inflation.

Ceci conduit à penser qu'il sera intéressant d'étudier les corrélations du taux long vis-à-vis du taux court et du taux d'inflation futur. Pour le coefficient de courbure, il semble plus approprié de s'appuyer sur les anticipations du taux court que sur le taux d'inflation.

### 3.2.2 Construction des données utilisées

#### Taux court

Le taux *Eonia* (*Euro Overnight Index Average*) est utilisé pour représenter le taux sans risque à court terme.

Ce taux est calculé par la BCE en faisant la moyenne pondérée des taux auxquels se prêtent les banques qui ont le meilleur rating pour toutes les transactions au jour le jour. Sa première cotation a eu lieu en janvier 1999. Du 2 octobre 2019 à la fin de l'année 2021, la méthodologie de calcul de *l'Eonia* avait été modifiée dans le but d'accompagner la transition vers *l'ESTR* (*Euro Short-Term Rate*), qui a remplacé définitivement *l'Eonia* à compter de début 2022. *L'ESTR* est calculé à partir de la collecte de données de *Target 2* (la plateforme de paiement de l'Eurosystème) alors que *l'Eonia*, était basé sur les données communiquées par les établissements bancaires, ce qui pouvait donner lieu à des manipulations. Pour déterminer la valeur de *l'ESTR*, la BCE classe les prêts par taux d'intérêt, retire de la base les quarts supérieurs et inférieurs et calcule la moyenne pondérée des taux sur les 50 % de données restantes.

Au-delà de janvier 2022, les séries de taux sont des prolongements des taux *Eonia* obtenus à partir du niveau observé en décembre 2021 et des trajectoires observées des taux *ESTR* selon la formule suivante.

$$\widehat{EONIA}(t_j) = \widehat{ESTR}(t_j) + \widehat{EONIA}(t_{j-1}) - \widehat{ESTR}(t_{j-1})$$

## Maturités intermédiaires

À partir des cotations des contrats *OIS* (*Overnight Index Swap*) sur *Eonia*, il est possible de construire une courbe des taux zéro-coupon, considérée comme l'observation la plus proche de la courbe des taux sans risque théorique.

Dans un contrat *OIS*, les contreparties échangent un flux de paiements à taux fixe (noté  $K$ ) contre un flux indexé sur un taux variable (ici l'*Eonia* composé au jour le jour). Le taux *OIS* est la valeur  $K$  qui rend la valeur *OIS* égale à zéro à la signature.

$$K(t, T_n) = \frac{1 - Z_{\text{OIS}}(t, T_n)}{\Delta \sum_{i=1}^n Z_{\text{OIS}}(t, T_i)}$$

Avec :

– la structure tenor  $t = T_0 < T_1 < \dots < T_n = T$

–  $\Delta = T_i - T_{i-1}$

–  $Z_{\text{OIS}}(t, T_i) = \frac{1}{1 + S(t, T_i)(T_i - t)}$

–  $S(t, T_i) = \frac{1}{\Delta} \left( \prod_{t \leq t_j \leq T_i} (1 + EONIA(t_j)) - 1 \right)$

–  $EONIA(t_j)$  désigne la valeur que prendra le taux *Eonia* le jour  $t_j$

Le prix zéro-coupon (aussi appelé le déflateur) pour une maturité  $T_i$  est obtenu grâce à cette relation.

$$Z_{\text{OIS}}(t, T_i) = \frac{1 - \Delta K(t, T_i) \sum_{j=1}^{i-1} Z_{\text{OIS}}(t, T_j)}{1 + \Delta K(t, T_i)}$$

Les taux *OIS* zone euro de la base de données utilisée sont observés à fréquence mensuelle (valeur fin de mois) de 1999 et 2023 pour des maturités entre 1 mois et 10 ans. Les maturités 15, 20 et 30 ans sont disponibles à partir de 2007 seulement.

La base de données a été constituée de la façon suivante :

- Jusqu'en décembre 2021, nous avons des taux *OIS* sur *Eonia*.
- À partir de janvier 2022, les séries de taux sont des prolongements des taux *OIS* sur *Eonia* obtenus à partir du niveau observé en décembre 2021 et des trajectoires observées des taux *OIS* sur *ESTR* selon la formule suivante

$$\widehat{Z_{\text{OIS } EONIA}}(t_j) = Z_{\text{OIS } ESTR}(t_j) + \widehat{Z_{\text{OIS } EONIA}}(t_{j-1}) - Z_{\text{OIS } ESTR}(t_{j-1})$$

- En début d'échantillon, lorsque les taux *OIS* sur *Eonia* ne sont pas disponibles, ils sont remplacés par des « *Euribor swap interest rates* »

Pour construire sa courbe des taux sans risque, EIOPA utilise des *swaps* de taux *Euribor*, taux qui ont des échéances qui s'échelonnent entre une semaine et 12 mois. Il convient de noter que, sur la période antérieure à 2007 et à parité de maturité, *Eonia* et *Euribor* avaient des trajectoires très proches.

## **Taux long**

Il a été choisi d'utiliser le taux des emprunts publics notés AAA de maturité de 30 ans fourni par la BCE comme représentation du taux sans risque à long terme. Un historique des données mensuelles est disponible depuis 2004.

### **3.2.3 Taux courts**

Chaque jour les banques commerciales empruntent et prêtent pour gérer leur trésorerie, se financer ou placer des liquidités excédentaires. Dans la zone euro, celles-ci peuvent soit s'adresser à la banque centrale, soit aux autres banques commerciales sur le marché interbancaire (marché réservé aux professionnels du secteur bancaire, sur lequel ils échangent des actifs financiers de court terme, et sur lequel la banque centrale intervient).

D'un côté, auprès de l'Eurosystème (ensemble des banques centrales de la zone euro), les banques commerciales disposent de trois facilités, chacune proposée à un taux directeur différent :

- les opérations principales de refinancement, qui permettent d'emprunter à la banque centrale des liquidités pour une durée d'une semaine ;
- en cas de besoin plus urgent de liquidité, les banques commerciales peuvent aussi emprunter pour 24 heures, mais à un taux plus élevé, le taux de la facilité de prêt marginal ;
- si, au contraire, les banques commerciales disposent d'un excédent de liquidités, elles peuvent le déposer pour 24 heures auprès de la banque centrale, qui les rémunèrera au taux, plus faible, de la facilité de dépôt.

D'un autre côté, auprès des autres banques commerciales, il leur est possible d'emprunter avec taux à 24 heures, convenu entre les deux parties et qui s'établit selon le jeu de l'offre et de la demande. Le taux *Eonia* représente le taux moyen auquel il est possible d'emprunter pour 24 heures. Les taux interbancaires s'établissent entre le taux de la facilité de dépôt et le taux de la facilité de prêt marginal. En effet, les banques commerciales n'ont aucun intérêt à prêter à un taux inférieur à celui de la facilité de dépôt ni à emprunter à un taux supérieur à celui de la facilité de prêt marginal.

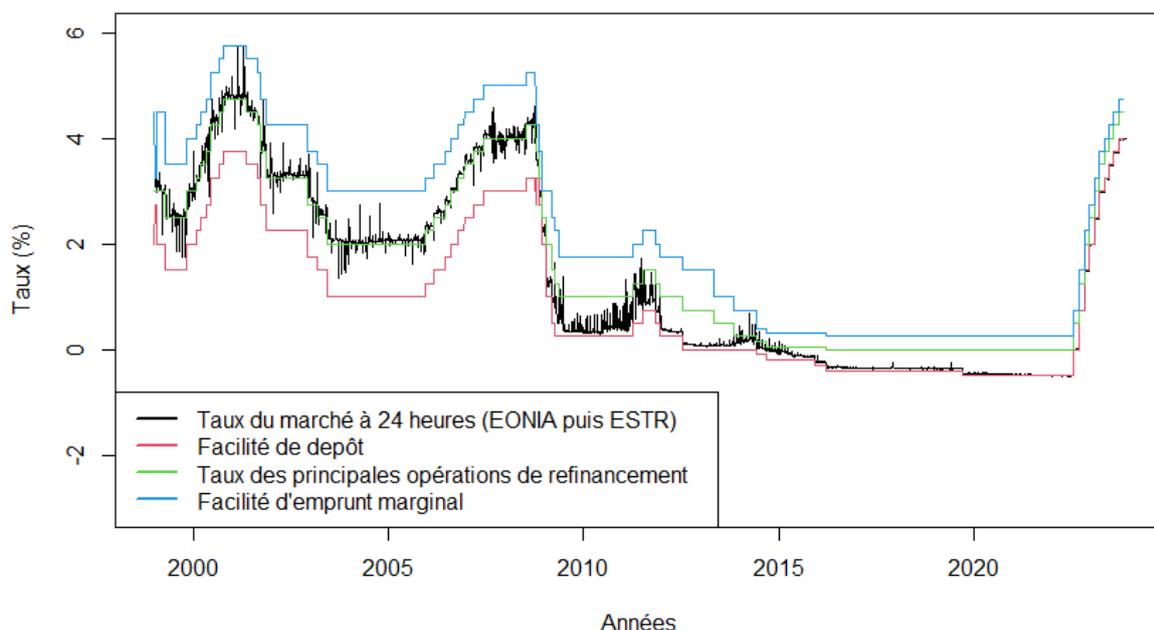


Figure 3.2.3 -a : Le corridor des taux d'intérêt à court terme en zone euro

Le taux *Eonia* a fluctué autour du taux des opérations principales de refinancement qui a été le principal outil de la politique monétaire jusqu'à la crise de 2008. En réaction à cette crise puis à la crise de 2020 liée à la Covid-19, l'Eurosystème a mis en œuvre des mesures de politique monétaire non-conventionnelle (opérations de refinancement à plus long terme, programmes d'achats d'actifs). Ces mesures, prises pour relancer l'activité et faire remonter l'inflation vers la cible de 2 %, ont généré un fort excédent de liquidité dans le système bancaire. L'abondance de liquidité s'est ainsi traduite par une réduction du prix de celle-ci et le taux du marché à 24 heures a baissé quasiment jusqu'au taux de la facilité de dépôt, qui est devenu le principal taux directeur.

Le taux court est donc avant tout régi par le taux de la facilité de dépôt. Face à une inflation trop forte, l'Eurosystème réduit son programme d'achats d'actifs depuis mi-2022 en se contentant de réinvestir les obligations arrivées à échéance et devrait débiter la réduction du programme d'achats d'urgence face à la pandémie mi-2024. Il est donc possible que dans un futur plus ou moins proche, le taux *Eonia* s'éloigne de la facilité de dépôt pour se rapprocher à nouveau du taux des opérations principales de refinancement.

Pour modéliser le taux court, nous allons dans un premier temps modéliser le taux de la facilité de dépôt puis nous nous intéresserons aux fluctuations du taux *Eonia* autour de la facilité de dépôt.

#### Modélisation du taux directeur : la règle de Taylor

Les décisions de politique monétaire sont prises toutes les six semaines par le Conseil des gouverneurs de la BCE. Les taux directeurs ne sont pas déterminés par une formule mathématique mais à l'appréciation du Conseil des gouverneurs, ce qui rend leur modélisation délicate.

La règle de Taylor présentée en 1993 par John Taylor, a été popularisée par une étude de Goldman Sachs en 1996. Elle vise à déterminer le taux d'intérêt de court terme optimal en fonction des objectifs de croissance économique et d'inflation. Le taux de Taylor ainsi calculé est comparé au taux d'intérêt à court terme observé pour juger de l'adéquation de la politique monétaire aux données économiques fondamentales. La règle de Taylor est régulièrement

évoquée dans les publications, notamment celles de l'OCDE (voir les « Études économiques de l'OCDE » pour des applications de la règle sur diverses zones monétaires) et s'inscrit désormais de manière habituelle dans le débat sur la politique monétaire.

Les banques centrales tentent de concilier leurs objectifs en matière d'inflation avec les impératifs de la croissance économique. Dans le but d'étudier « le rôle des règles de politique monétaire dans un monde où les formulations simples et algébriques de telles règles ne peuvent pas et ne devraient pas être appliquées mécaniquement par les décideurs », Taylor a proposé pour les États-Unis la règle « hypothétique mais représentative » suivante :

$$r = 2 + p + 0,5y + 0,5(p - 2)$$

Avec :

–  $r$  : taux des fonds fédéraux

–  $p$  : taux d'inflation des quatre derniers trimestres

–  $y$  : l'écart de production que l'on définit comme l'écart entre le PIB observé et le PIB potentiel (de plein-emploi)

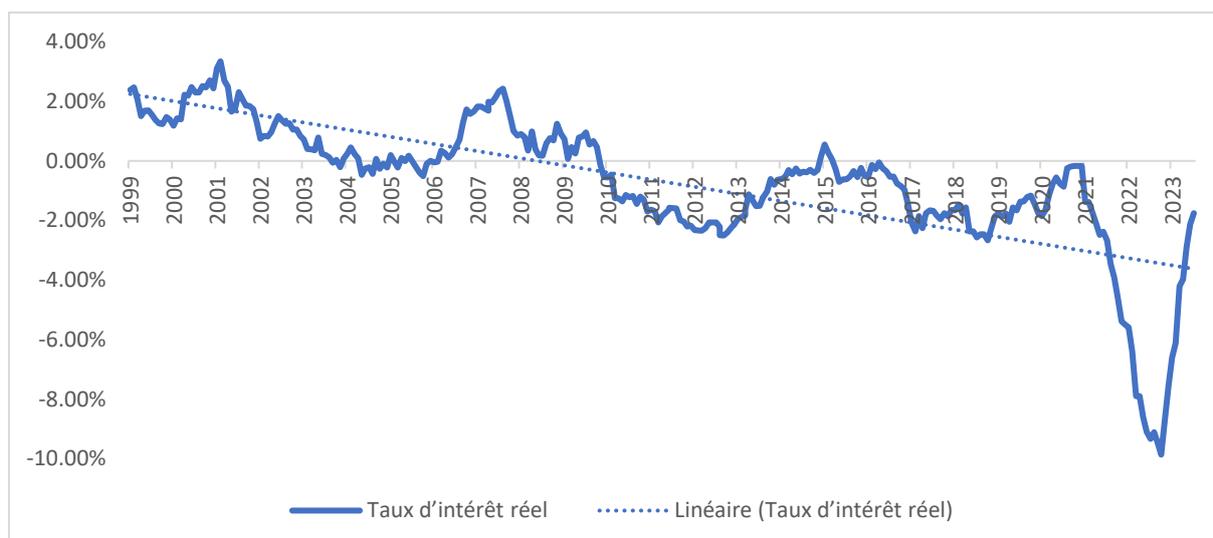
Le chiffre 2 correspond pour le premier de l'équation au taux d'intérêt réel neutre et pour le second à l'inflation cible. Le coefficient 0,5 est établi plus ou moins arbitrairement en fonction de l'importance de la lutte contre l'inflation, ou inversement du soutien de la croissance.

Quand l'inflation est égale à sa valeur cible de 2 % et que le PIB atteint sa valeur tendancielle, le taux d'intérêt réel ou taux neutre (2 %) est équivalent au taux de croissance tendanciel de l'économie (2,2 % sur la période 1984-1992).

Il est possible de constater que cette règle reproduit assez fidèlement l'évolution du taux de la FED sur la période 1987-1992. La seule exception intervient en 1987 en raison du *krach* boursier.

En 1996, Goldman Sachs puis l'OCDE ont tenté d'appliquer l'équation de Taylor à l'ensemble des pays du G7, notamment aux données françaises. Cela a conduit à des résultats moins concluants. Les difficultés résultent principalement dans la détermination des variables de référence (le taux d'intérêt réel neutre et l'écart de production) et dans le caractère progressif et réactionnel de l'ajustement du taux de la banque centrale.

Le taux neutre réel est une constante, égale au taux de croissance tendanciel de l'économie sur la période étudiée. Goldman Sachs obtient ce taux en corrigeant de façon discrétionnaire la moyenne du taux d'intérêt réel des dix dernières années, suivant le caractère plus ou moins restrictif de la politique monétaire au cours de cette période. Si on regarde l'évolution de la différence entre *l'Eonia* et l'inflation en zone euro, on s'aperçoit que le taux réel à 24 heures est volatil et a tendance à décroître.



**Figure 3.2-b : Évolution du taux réel à 24 heures depuis la création de l'Eonia (en %)**

Source : BCE

Le taux de croissance potentielle peut se calculer par modélisation ou par estimation d'une tendance. Les estimations fournies diffèrent d'un organisme à l'autre.

Organisme	Date	% par an
Gouvernement	Octobre 2022	1,35
OFCE	Juillet 2022	1,3
Haut conseil des finances publiques	Juillet 2022	1,05
Commission européenne	Mai 2022	1,1
Fonds monétaire international	Avril 2022	1,38

**Table 3.2.3-a : Estimations de la croissance potentielle post crise sanitaire (moyenne 2022-2027)**

Source : DG Trésor

Les politiques monétaires agissent en réponse aux prévisions d'inflation et de croissance économique. Or, il est plus aisé d'anticiper une récession, car les autorités monétaires disposent de prévisions de croissance, plutôt qu'un choc inflationniste qui résulte le plus souvent d'un événement imprévisible. De plus, l'inflation peut vite s'estomper et il est peut-être dangereux de réagir trop vite. Il en résulte que les politiques monétaires s'ajustent à l'inflation avec un léger retard alors qu'elles peuvent s'ajuster aux prévisions de croissance en amont de la pleine récession.

Entre juillet 2022 et septembre 2023, la BCE a engagé dix augmentations successive de ses taux directeurs en réaction à une inflation qui a dépassé la valeur cible de 2 % fin juillet 2021.

Date de valeur	Opérations principales de refinancement	Dépôt au jour le jour	Prêt marginal au jour le jour
20 septembre 2023	4,50	4,00	4,75
2 août 2023	4,25	3,75	4,50
21 juin 2023	4,00	3,50	4,25
10 mai 2023	3,75	3,25	4,00

22 mars 2023	3,50	3,00	3,75
8 février 2023	3,00	2,50	3,25
21 décembre 2022	2,50	2,00	2,75
2 novembre 2022	2,00	1,50	2,25
14 septembre 2022	1,25	0,75	1,50
27 juillet 2022	0,50	0,00	0,75
18 septembre 2019	0,00	-0,50	0,25
16 mars 2016	0,00	-0,40	0,25
9 décembre 2015	0,05	-0,30	0,30
10 septembre 2014	0,05	-0,20	0,30
11 juin 2014	0,15	-0,10	0,40
13 novembre 2013	0,25	0,00	0,75
8 mai 2013	0,50	0,00	1,00
11 juillet 2012	0,75	0,00	1,50
14 décembre 2011	1,00	0,25	1,75
9 novembre 2011	1,25	0,50	2,00
13 juillet 2011	1,50	0,75	2,25
13 avril 2011	1,25	0,50	2,00
13 mai 2009	1,00	0,25	1,75
8 avril 2009	1,25	0,25	2,25
11 mars 2009	1,50	0,50	2,50
21 janvier 2009	2,00	1,00	3,00
10 décembre 2008	2,50	2,00	3,00
12 novembre 2008	3,25	2,75	3,75

**Table 3.2.3-b : Décisions de politiques monétaires entre novembre 2008 et septembre 2023 / Les hausses des taux directeurs sont en rouge et les baisses en vert**

Source : BCE

Dans le but d'avoir un modèle mathématique pour les taux directeurs, nous avons tenté de construire une fonction de réaction à partir de la différence entre le taux des opérations principales de refinancement et le taux de Taylor. Ce dernier a été déterminé en retenant la moyenne du taux d'intérêt réel entre 2008 et 2021 (de -1 %) pour le taux neutre, les écarts de production pour la zone euro fournis par le Fonds monétaire international et la variation annuelle de l'IPCH en zone euro. Le tableau ci-dessous montre les valeurs prises par le taux de Taylor lors des dernières décisions de la BCE.

Date	Taux directeur	Écart de production zone euro	Inflation zone euro	Taux de Taylor	Spread
20/09/2023	4,50	-0,36	4,30	4,27	0,02
02/08/2023	4,25	-0,36	5,20	5,62	1,62
21/06/2023	4,00	-0,36	5,50	6,07	2,32
10/05/2023	3,75	-0,36	6,10	6,97	3,47
22/03/2023	3,50	-0,36	6,90	8,17	5,17
08/02/2023	3,00	-0,36	8,50	10,57	8,07
21/12/2022	2,50	0,17	9,20	11,88	9,88
02/11/2022	2,00	0,17	10,10	13,23	11,98
14/09/2022	1,25	0,17	9,90	12,93	12,43
27/07/2022	0,50	0,17	8,90	11,43	11,43
18/09/2019	0,00	0,03	0,80	-0,79	-0,79
16/03/2016	0,00	-1,76	0,00	-2,88	-2,93
09/12/2015	0,05	-2,41	0,30	-2,76	-2,81
10/09/2014	0,05	-2,96	0,30	-3,04	-3,19
11/06/2014	0,15	-2,96	0,40	-2,89	-3,14
13/11/2013	0,25	-3,26	0,90	-2,29	-2,79
08/05/2013	0,50	-3,26	1,40	-1,54	-2,29
11/07/2012	0,75	-2,38	2,40	0,41	-0,59
14/12/2011	1,00	-0,81	2,80	1,79	0,54
09/11/2011	1,25	-0,81	3,00	2,09	0,59
13/07/2011	1,50	-0,81	2,60	1,49	0,24
13/04/2011	1,25	-0,81	2,80	1,79	0,79
13/05/2009	1,00	-2,92	0,00	-3,47	-4,72
08/04/2009	1,25	-2,92	0,60	-2,57	-4,07
11/03/2009	1,50	-2,92	0,60	-2,57	-4,57
21/01/2009	2,00	-2,92	1,10	-1,88	-4,32
10/12/2008	2,50	2,32	1,60	1,55	-1,70
12/11/2008	3,25	2,32	2,10	2,30	-1,45
15/10/2008	3,75				

Table 3.2.3-c : Valeurs prises par le taux de Taylor lors des dernières décisions de la BCE

On observe qu'à chaque fois que la BCE a relevé ses taux directeurs, le taux de Taylor était supérieur au taux des opérations principales de refinancement et vice versa. Les seules

exceptions concernent les décisions prises le 9 novembre 2011 et le 14 décembre 2011 qui visaient à prévenir l'écartement des *spreads* souverains lors de la crise des dettes souveraines. Utiliser l'inflation et l'écart de production français conduit aux mêmes conclusions. On peut voir que le 20 septembre 2023 le taux des opérations principales de refinancement est passé au-dessus du taux de Taylor. Lors de sa réunion du 26 octobre 2023 le Conseil des gouverneurs a décidé de laisser inchangés les trois taux d'intérêt directeurs.

Les derniers changements des taux directeurs ont été espacés de 6 ou 7 semaines. Pour modéliser l'évolution mensuelle des taux directeurs, l'approche retenue a donc été de considérer que ceux-ci restent inchangés un mois sur deux. À partir des observations sur les données françaises, il a été choisi de faire évoluer les taux directeurs en fonction de l'écartement du taux de Taylor à la facilité de dépôt de la manière suivante.

Spread Taux directeur/ Taylor	<-7	-7/-2	-2/-1	-1/1	1/2	2/7	>7
Évolution du taux directeur	-0,75	-0,5	-0,25	/	+0,25	+0,5	+0,75

Cette règle permet d'approcher assez fidèlement l'évolution des taux directeurs depuis juillet 2022.

Période	Inflation FR (taux continu)	Ecart de production FR	Taux de Taylor	Taux directeur simulé selon la règle	Spread	Taux directeur réellement observé
2022-06	6,30 %	-0,89 %	7,00 %	-0,50 %		-0,50 %
2022-07	6,58 %	-0,89 %	7,42 %	0,25 %	7,92 %	0,00 %
2022-08	6,39 %	-0,89 %	7,14 %	0,25 %	6,89 %	0,00 %
2022-09	6,02 %	-0,89 %	6,58 %	0,75 %	6,33 %	0,75 %
2022-10	6,86 %	-0,89 %	7,84 %	0,75 %	7,09 %	0,75 %
2022-11	6,86 %	-0,89 %	7,84 %	1,50 %	7,09 %	1,50 %
2022-12	6,49 %	-0,89 %	7,29 %	1,50 %	5,79 %	2,00 %
2023-01	6,77 %	-0,83 %	7,74 %	2,00 %	6,24 %	2,00 %
2023-02	7,05 %	-0,83 %	8,16 %	2,00 %	6,16 %	2,50 %
2023-03	6,49 %	-0,83 %	7,32 %	2,50 %	5,32 %	3,00 %
2023-04	6,67 %	-0,83 %	7,59 %	2,50 %	5,09 %	3,00 %
2023-05	5,83 %	-0,83 %	6,33 %	3,00 %	3,83 %	3,25 %
2023-06	5,16 %	-0,83 %	5,32 %	3,00 %	2,32 %	3,50 %
2023-07	4,97 %	-0,83 %	5,04 %	3,50 %	2,04 %	3,50 %
2023-08	5,54 %	-0,83 %	5,89 %	3,50 %	2,39 %	3,75 %
2023-09	5,54 %	-0,83 %	5,89 %	4,00 %	2,39 %	4,00 %
2023-10	4,40 %	-0,83 %	4,18 %	4,00 %	0,18 %	4,00 %

2023-11	3,73 %	-0,83 %	3,18 %	4,00 %	-0,82 %	4,00 %
---------	--------	---------	--------	--------	---------	--------

Table 3.2-d : Comparaison des taux directeurs observés à ceux simulés par la règle proposée pour la modélisation du taux court

Pour les prévisions on utilisera les estimations de l'écart de production français du Fonds monétaire international.

Période	2023	2024	2025	2026	2027	2028 et au-delà
Output gap (% PIB)	-0,833	-0,669	-0,613	-0,229	0,011	0,093

Table 3.2-e : Prévisions de l'écart de production français réalisées par le Fonds monétaire international

### Modélisation de la différence entre *l'Eonia* et la facilité de dépôt

Compte tenu de la rupture observée suite aux crises de 2008 et 2011, s'intéresser à cette différence sur la période 2012-2023 apparaît plus approprié.

La trajectoire observée ne présentant pas de caractéristiques régulières, il est difficile de la modéliser. Le processus autorégressif représentant le mieux la trajectoire tout en offrant des prévisions réalistes a été recherché. Rappelons que l'on s'attend à ce que *l'Eonia* s'éloigne à nouveau de la facilité de dépôt à cause de la normalisation des mesures de politique monétaire non-conventionnelles. Un candidat adéquat semble être offert par un processus autorégressif d'ordre 2 de coefficients 0,25 et 0,51.

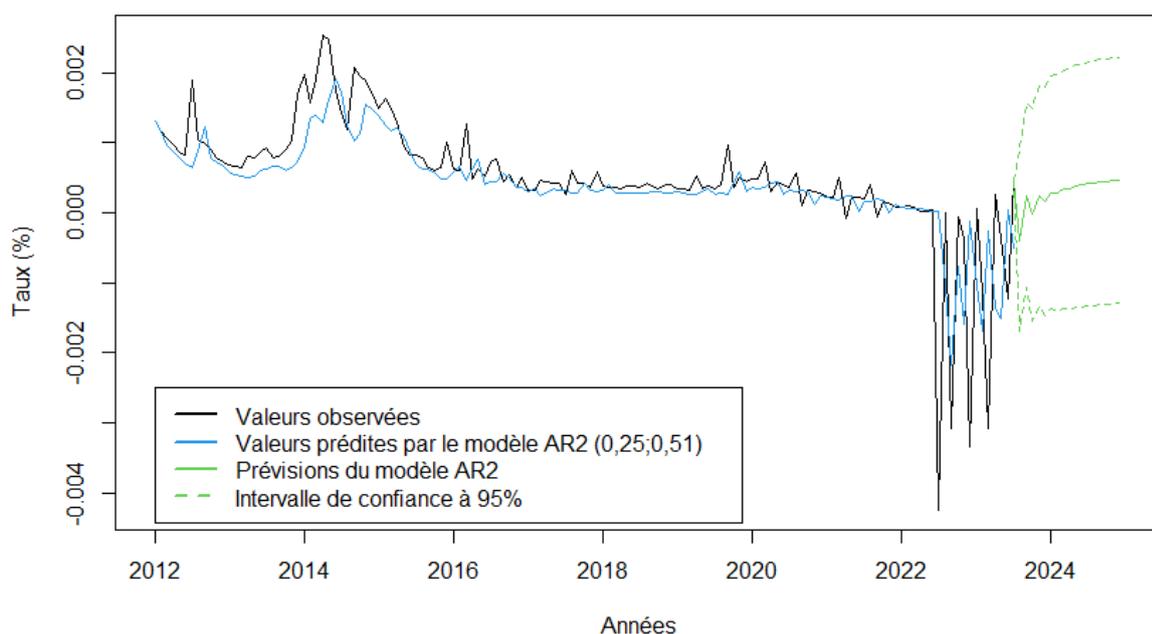


Figure 3.2.3 -c : Différence entre *l'Eonia* et la facilité de dépôt

### Modélisation de *l'Eonia* :

Le modèle finalement retenu pour l'évolution mensuelle du taux court prend la forme suivante.

$$R_t(0) = FD_t + AR2_t$$

$$FD_t = \begin{cases} FD_{t-1} & \text{si } FD_{t-1} \neq FD_{t-2} \\ FD_{t-1} + Décision_t & \text{sinon} \end{cases}$$

Taylor <sub>t</sub> – FD <sub>t-1</sub>	<-7	-7/-2	-2/-1	-1/1	1/2	2/7	>7
Décision <sub>t</sub>	-0,75	-0,5	-0,25	/	+0,25	+0,5	+0,75

$$\text{Taylor}_t = -0,01 + I_t + 0,5\text{Output Gap}_t + 0,5(I_t - 0,02)$$

Période	2023	2024	2025	2026	2027	2028 et au-delà
Output Gap <sub>t</sub>	-0,833	-0,669	-0,613	-0,229	0,011	0,093

$$AR2_t = 0,25AR2_{t-1} + 0,51AR2_{t-2} + 0,0007\epsilon_{AR2,t}$$

### 3.2.4 Taux longs

Ce qu'on appelle taux long  $R(\infty)$  désigne ici la valeur de convergence de la courbe des taux sans risque. On peut faire l'analogie entre ce taux théorique et l'*UFR* (taux à l'ultime) développé par l'EIOPA pour sa courbe des taux sans risque. De nombreux travaux sur la structure par terme des taux ont montré que le taux long sans risque est sensible à la variation des taux courts (les anticipations sur les décisions de politique monétaire jouent donc un rôle important), à l'inflation anticipée et aux actions de politique monétaire non conventionnelle.

Depuis les écrits de Fisher, de nombreux travaux ont mis en évidence l'influence des anticipations d'inflation dans l'évolution du taux long. L'article MODIGLIANI et SHILLER [1973] tente d'expliquer la formation du taux long nominal de deux manières : (i) d'abord à partir des taux courts futurs et d'une prime de risque, (ii) ensuite par les anticipations sur le taux court réel et la variation des prix. On présente ci-dessous la relation de Fisher qui est l'équation la plus répandue pour lier la courbe des taux à l'inflation.

#### La relation de Fisher

$$R_t(m) = R_t^*(m) + \mathbb{E}_t(\pi_t(m))$$

Avec :

- $R_t(m)$  : taux d'intérêt annuel pour la maturité  $m$
- $R_t^*(m)$  : taux d'intérêt réel annuel pour la maturité  $m$
- $\pi_t(m)$  : taux d'inflation *spot* de maturité  $m$  annualisé
- $\mathbb{E}_t(\pi_t(m))$  : anticipation à la date  $t$  de  $\pi_t(m)$

$$\pi_t(m) = e^{\frac{1}{m}\sum_{j=t+1}^m I_j} - 1$$

Si on utilise des taux continus – comme dans notre modèle –  $\pi_t(m)$  est simplement la moyenne arithmétique des taux continus d'inflation annuels entre  $t$  et  $m$ .

De plus « l'effet Fisher » suppose l'indépendance entre les deux termes de droite de l'équation. La relation signifie que les taux nominaux se forment par l'évolution désordonnée du taux réel (qui dépend de facteurs réels liés à la structure de production de l'économie) et des anticipations

d'inflation (qui dépendent de facteurs monétaires). Le plus souvent le taux réel est considéré comme constant.

Cette relation présente cependant un certain nombre de limites opérationnelles, notamment le fait que  $\pi_t(m)$  n'est pas observable et difficile à modéliser.

### Les différentes approches envisagées pour modéliser l'évolution du taux long

- Une première solution est de relier le taux long au taux court. Rappelons qu'en absence d'opportunité d'arbitrage, le taux d'intérêt pour l'échéance  $m$  est relié aux taux *forward* instantanés par la relation.

$$R(t, m) = \frac{1}{m} \int_t^{t+m} f(t, u) du$$

De manière analogue à ce qui est proposé dans MODIGLIANI et SHILLER [1973], on peut faire l'hypothèse que l'anticipation par le marché du taux à court terme de la période suivante repose sur une extrapolation de l'historique des taux courts instantanés et peut être approximée par une fonction linéaire de ces taux, avec des coefficients constants dans le temps.

$$f(t, t + \Delta t) = \sum_{i=0}^{+\infty} w_i R(t - i\Delta t, 0) + c$$

On peut s'attendre à ce que la somme des pondérations soit à peu près égale à 1 et que le terme constant  $c$  soit proche de zéro, car dans le cas où les taux passés sont constants sur une période suffisamment longue, le taux futur attendu devrait avoir tendance à coïncider avec lui. Il est tout à fait concevable, que, dans la réalité, le taux à court terme fluctue autour de sa valeur à long terme. Dans ce cas, la somme des pondérations doit être inférieure à 1 et le terme constant positif.

En faisant l'hypothèse supplémentaire que  $R(t + \Delta t, 0) = f(t, t + \Delta t)$ , c'est-à-dire que le taux court au pas de temps suivant correspondra à son estimation, et en utilisant un raisonnement par récurrence, on montre ainsi que le taux d'intérêt pour une échéance  $m$  future peut être obtenu à partir des taux courts instantanés passés.

$$f(t, t + m\Delta t) = \sum_{i=0}^{+\infty} w'_i R(t - i\Delta t, 0) + c'$$

En utilisant la première équation, on conclut alors que le taux d'intérêt pour l'échéance  $m$  peut-être approximé par un lissage de l'historique des taux courts.

$$R(t, m) = \sum_{i=0}^{+\infty} w''_i R(t - i\Delta t, 0) + c'' \quad (1)$$

Les données utilisées étant mensuelles, on a donc  $\Delta t = \frac{1}{12}$  et, par suite,  $R(t, m) = \sum_{i=0}^{+\infty} w''_i R\left(t - \frac{i}{12}, 0\right) + c''$ .

Par ailleurs, il a été montré dans SHILLER [1973] que dans le cas d'une obligation perpétuelle ou d'échéances très longues comme l'échéance 30 ans, un lissage exponentiel des taux courts jusqu'à l'échéance constitue une très bonne approximation.

$$R(t, m) = (1 - \gamma) \sum_{i=0}^{\frac{m}{\Delta t} - 1} \gamma^i R(t + i\Delta t, 0) \quad (2)$$

- Une seconde solution est de partir de la relation de Fisher et de faire des hypothèses supplémentaires. Une première piste explorée a été de faire l'hypothèse que les investisseurs anticipent exactement la trajectoire d'inflation future, ce qui permet donc de remplacer  $\mathbb{E}_t(\pi_t(m))$  par  $\pi_t(m)$ . Cette approximation peut être acceptable sur un horizon de projection court, car il est possible d'anticiper de manière assez fiable l'inflation sur un horizon de 1 à 2 ans (hors événements inattendus qui auraient un impact inflationniste). À plus long terme toutefois, il n'est pas possible de prédire la variation des prix. L'inflation qui se réalise peut alors fortement diverger des anticipations.

Pour valider ou invalider cette approximation, la corrélation entre les taux d'intérêt et les taux d'inflation *spot* (réalisés) a été déterminée pour plusieurs échéances sur la période 1999- 2013. Si l'approximation est valide alors, du fait de la relation de Fisher, on devrait trouver une forte corrélation positive entre les deux séries.

La corrélation entre les taux d'inflation *spot* mensuels à 10 ans et les taux *OIS* mensuels à 10 ans est de 0,33 sur la période. L'approximation n'est donc pas valable pour la maturité 10 ans ni à plus forte raison pour la maturité 30 ans.

- Une autre approche consiste à considérer que les investisseurs fondent leurs anticipations d'inflation sur l'historique des valeurs, en accordant une importance prépondérante aux valeurs les plus récentes. Ceci rejoint la modélisation proposée par Wilkie. On rappelle que Wilkie a utilisé le rendement des *Consols* (obligations perpétuelles émises par la Banque d'Angleterre) pour représenter le taux sans risque à long terme et a proposé la modélisation suivante.

$$C_t = CM_t + CN_t$$

Lissage exponentiel du taux d'inflation continu :  $CM_t = CD I_t + (1 - CD) CM_{t-1}$

Pour la France, il suggère de retenir un poids de lissage  $CD$  de 0,2.

Pour le taux neutre, il propose de passer au logarithme et d'utiliser un processus autorégressif d'ordre 3.

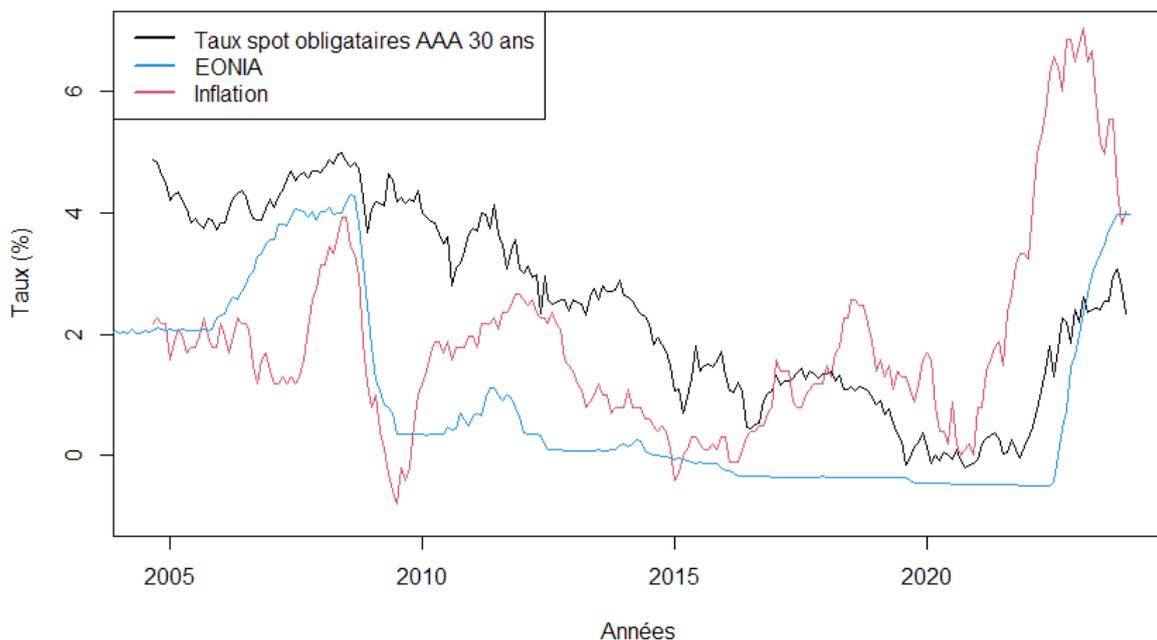
$$R(t, \infty) = (1 - \gamma) \sum_{i=0}^{+\infty} \gamma^i I_{t-i\Delta t} + e^{AR3(t)} \quad (3)$$

Du fait que  $R_t^* = R_t - I_t$ , MODIGLIANI et SHILLER [1973] proposent quant à eux de rechercher une modélisation sous la forme d'un lissage du taux d'inflation et du taux court.

$$R(t, \infty) = \sum_{i=0}^{+\infty} u_i I_{t-i\Delta t} + v_i R(t - i\Delta t, 0) + k \quad (4)$$

En conclusion, il est possible, pour modéliser le taux long, d'utiliser un lissage soit des taux d'inflation passés, soit des taux courts passés, soit des taux courts futurs.

Des modèles sous la forme des relations (1), (2), (3) et (4) ont été testés. L'estimation des paramètres des modèles est en grande partie faussée par les actions de politique monétaire non conventionnelle et en particulier le *quantitative easing*. Sur la période allant de 2010 à 2021, les taux longs ont continuellement diminué sous le coup du *quantitative easing*, les taux courts sont restés stablement proches de 0 et l'inflation a faiblement varié. L'estimation des paramètres sur cette période est donc rendue très difficile et conduit à des paramétrages qui ne reflètent pas la situation actuelle. Le GSE ayant vocation à produire des scénarios reflétant la période actuelle et des environnements fortement inflationnistes, il est important d'avoir un modèle qui soit avant tout bien ajusté aux deux dernières années d'historique.



**Figure 3.2.4-a : Évolution des taux spot obligataires AAA de maturité de 30 ans, de l'EONIA et de l'inflation entre 2004 à 2023**

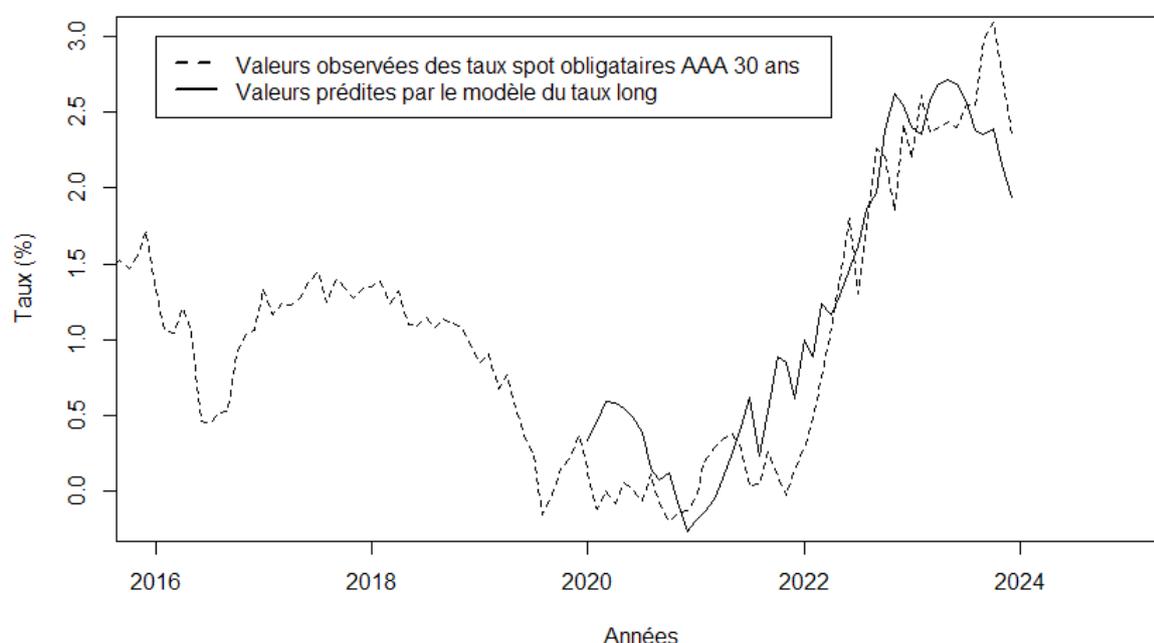
L'étude des corrélations conduit à privilégier le recours aux taux courts car la corrélation entre les valeurs en fin de mois de l'EONIA et des taux de rendement des emprunts publics notés AAA de maturité de 30 ans entre 2004 à 2023 est de 0,77 alors que la corrélation est simplement de 0,13 entre cette dernière série et l'inflation. Néanmoins, il s'avère que c'est la relation (3) qui donne les meilleurs résultats sur la période 2021-2023 (au sens des critères décrits en section 3.1.1) et les prédictions les plus performantes. Il est possible de déterminer le poids du lissage de l'inflation qui maximise le coefficient de détermination du modèle sur la période récente grâce à la fonction *optimize* du logiciel R.

Le modèle finalement retenu prend la forme ci-dessous.

$$R_t(\infty) = 0,05 \sum_{i=0}^t 0,9^i I_{t-i} + AR1_t$$

$$AR1_t = 0,68AR1_{t-1} + 0,0022\epsilon_{AR1,t}$$

Le processus  $\epsilon_{AR1,t}$  suit une loi normale centrée et réduite.



**Figure 3.2.4-b : Confrontation des valeurs observées aux valeurs estimées par le modèle pour le taux long**

Le modèle reproduit la tendance observée. Toutefois, l'ajustement n'est pas parfait. Comme décrit plus haut de nombreux éléments influencent la variation du taux long, qui reste qui plus est une grandeur théorique non observable. L'équation retenue permet de réaliser des simulations sur un horizon court (entre 1 à 3 ans) sur lequel le régime actuel de politique monétaire restrictive resterait valide mais n'est pas du tout adapté dans un environnement similaire à celui que nous avons connu entre 2008 à 2021, et qui pourrait se représenter une fois la présente inflation endiguée.

### 3.2.5 Courbure

À présent que nous disposons d'un modèle pour le taux court et le taux long, la démarche retenue consiste à utiliser la fonctionnelle de Nelson et Siegel pour interpoler la courbe des taux *spot* entre les deux points extrêmes simulés. Pour simplifier le problème, le paramètre d'échelle  $\lambda$  est supposé constant et seul le paramètre de courbure  $\beta_2$  dépend du temps.

À partir de l'historique des taux *OIS* zone euro, il est possible de déterminer un historique des valeurs du paramètre de courbure en résolvant l'équation suivante (moindres carrés ordinaires).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left( \sum_{\tau \in [T_1; T_n]} (S_{\beta_0(t), \beta_1(t), x, \lambda}(t, \tau) - S_{obs}(t, \tau))^2 \right) = 0$$

$$S_{\beta_0(t), \beta_1(t), x, \lambda}(t, \tau) = \beta_0(t) + \beta_1(t) \frac{1 - e^{-\frac{\tau-t}{\lambda}}}{\frac{\tau-t}{\lambda}} + x \left( \frac{1 - e^{-\frac{\tau-t}{\lambda}}}{\frac{\tau-t}{\lambda}} - e^{-\frac{\tau-t}{\lambda}} \right)$$

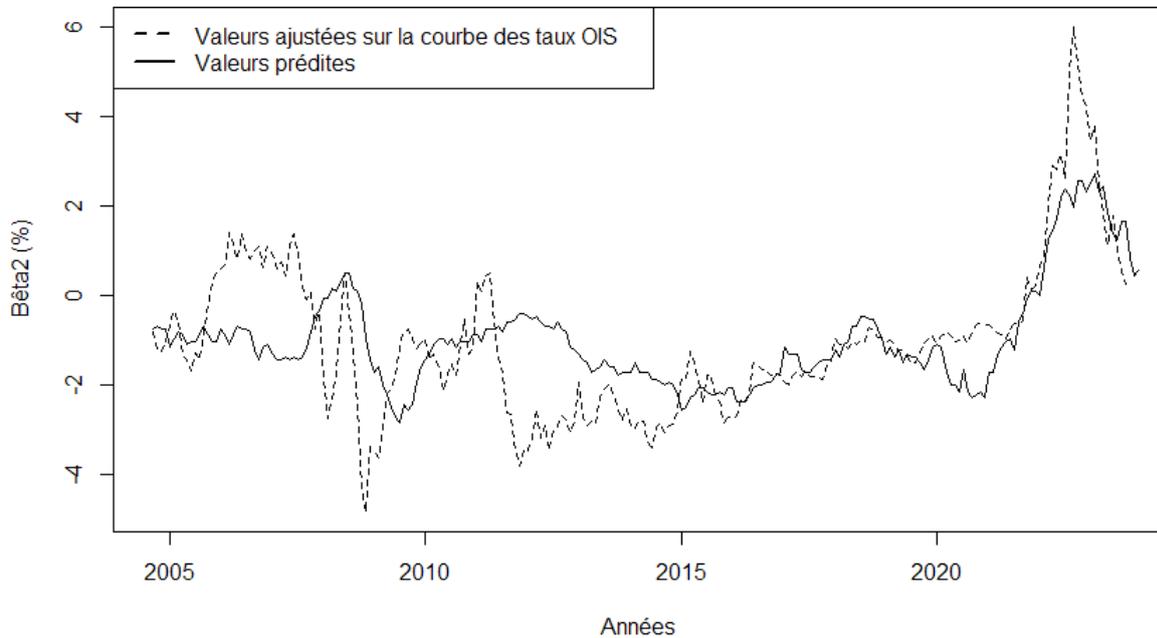
$$S_{obs}(t, \tau) = \frac{1}{\tau - t} \left( \frac{1}{Z_{OIS}(t, \tau)} - 1 \right)$$

Les  $T_i$  sont les dates d'échéances des taux de *swaps* observés sur le marché et  $\tau - t$  représente donc la maturité du *swap*.

Le calcul de la dérivée partielle aboutit à la solution  $\widehat{\beta}_2(t)$  ci-dessous.

$$\widehat{\beta}_2(t) = \frac{\sum_{\tau \in [T_1; T_n]} \left( \frac{1 - e^{-\frac{\tau-t}{\lambda}}}{\frac{\tau-t}{\lambda}} - e^{-\frac{\tau-t}{\lambda}} \right) \left( S_{obs}(t, \tau) - \beta_0(t) - \beta_1(t) \frac{1 - e^{-\frac{\tau-t}{\lambda}}}{\frac{\tau-t}{\lambda}} \right)}{\sum_{\tau \in [T_1; T_n]} \left( \frac{1 - e^{-\frac{\tau-t}{\lambda}}}{\frac{\tau-t}{\lambda}} - e^{-\frac{\tau-t}{\lambda}} \right)^2}$$

En remplaçant  $\beta_0$  par la valeur du taux de rendement des emprunts publics notés AAA de maturité 30 ans et  $\beta_1$  par la différence entre le taux *EONIA* et  $\beta_0$ , on calcule les valeurs numériques des estimateurs  $\widehat{\beta}_2(t)$  associés aux courbes des taux de chaque mois. Un historique entre 2004 et 2023 est ainsi construit sur des maturités allant de 1 mois à 10 ans.



**Figure 3.2.5 : Dynamique du coefficient de courbure/ Confrontation des valeurs observées aux valeurs estimées par le modèle**

La courbure reflète la structure par terme des taux. Le coefficient de courbure est principalement fonction des *spreads* entre le taux court et le taux 1 an et entre le taux 1 an et le taux 10 ans. Un coefficient de courbure élevé traduit un *spread* élevé ce qui signifie que les investisseurs

anticipent une hausse des taux et inversement. Les anticipations d'inflation, que les investisseurs fondent en partie sur l'historique des valeurs, doivent donc jouer un rôle important dans l'évolution de celui-ci.

Il semble donc naturel de modéliser le coefficient de courbure par un lissage des taux d'inflation les plus récents. Il s'avère néanmoins, après analyse, que faire un lissage n'est pas pertinent et qu'un simple modèle linéaire à partir du taux d'inflation reproduit mieux la dynamique. Le coefficient de lissage maximisant l'ajustement du modèle obtenu via l'algorithme d'optimisation est très proche de 1. Cela résulte du fait que la courbure est très réactive à une variation de l'inflation.

L'estimation des paramètres du modèle linéaire conduit à retenir l'équation suivante pour la dynamique du paramètre de courbure.

$$\beta_2(t) = -0,023 + 0,71I_t + 0,013 \times \epsilon_{C,t}$$

### 3.3 Prix de l'immobilier et montant des loyers

#### Choix des données utilisées

D'après le Bulletin de la Banque de France de décembre 2023, l'investissement des assureurs dans l'immobilier se fait pour 84 % via des actions (y compris participations) immobilières et des OPC immobiliers. L'immobilier commercial représente 80 % de l'immobilier détenu en direct par les assureurs. La majorité des biens dans lesquels les assureurs investissent, de manière directe ou indirecte, sont des bureaux situés dans les métropoles (essentiellement Paris pour les assureurs français).

Les prix et les loyers de l'immobilier commercial ont une dynamique assez différente de l'immobilier résidentiel et un taux de rendement historiquement supérieur (de l'ordre de 6 %). Utiliser un indice des prix des logements comme celui de l'INSEE ne serait pas représentatif des placements des assureurs. Il semble préférable de recourir à l'indice *Immostat* constitué des prix moyens « acte en main » observés uniquement sur des bureaux achetés dans une optique d'investissement, pour un montant unitaire d'au moins 4 millions d'euros, en Ile-de-France. L'indice des loyers faciaux moyens hors taxes et charges associées à ces biens est également disponible. Les prix et les loyers sont exprimés au m<sup>2</sup> de la surface du bien.

#### 3.3.1 Prix de l'immobilier commercial

Cinq séries sont à disposition dans le GSE pour construire un modèle pour les prix immobiliers : l'inflation, le prix des actions, les dividendes, le taux court et le taux long. Il est également possible de modéliser la croissance des prix ou le rendement plutôt que les prix immobiliers. L'étude des corrélations sur les données trimestrielles entre 2006 et 2023 montre que la corrélation la plus forte est obtenue entre les prix immobiliers et les taux longs et qu'un modèle linéaire peut être envisagé.

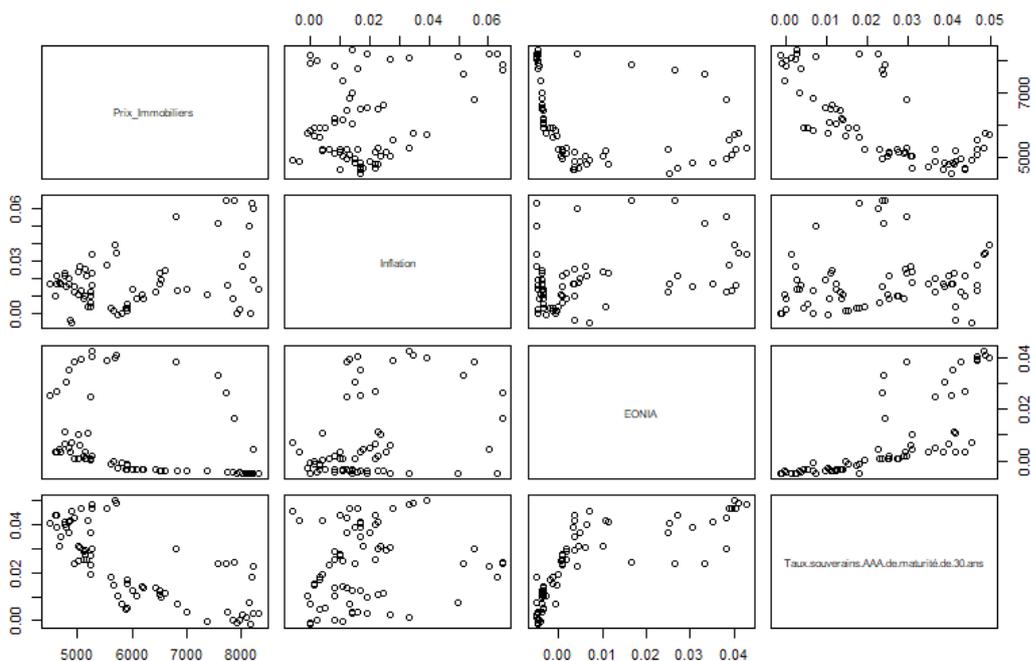


Figure 3.3.1-a : Structures de dépendance des prix immobiliers aux variables explicatives envisagées

Une première étape consiste à normaliser l'indice, puis on s'aperçoit que pour reproduire au mieux la trajectoire, il faut utiliser un lissage des taux longs avec un retard de deux trimestres. Ce retard s'explique certainement d'une part par le temps qui s'écoule entre la contraction d'un prêt immobilier et la transaction pour l'achat du bien et d'autre part par le temps que prennent les vendeurs à s'adapter à la capacité d'emprunt des acheteurs.

La transformation des prix immobiliers par la fonction logarithme permet d'améliorer l'adéquation du modèle ainsi que la forme des résidus.

À l'issue de ces premières investigations statistiques, un modèle approprié pourrait prendre la forme suivante.

$$re_t = re_m + \alpha_{RE} MR_{t-2} + \epsilon_{RE,t}$$

Avec  $re_t = \ln(RE_t/RE_0)$  où  $RE_t$  est l'indice des prix immobiliers

Lissage exponentiel du taux long continu :  $MR_t = 0,2 R_t(\infty) + 0,8 MR_{t-1}$

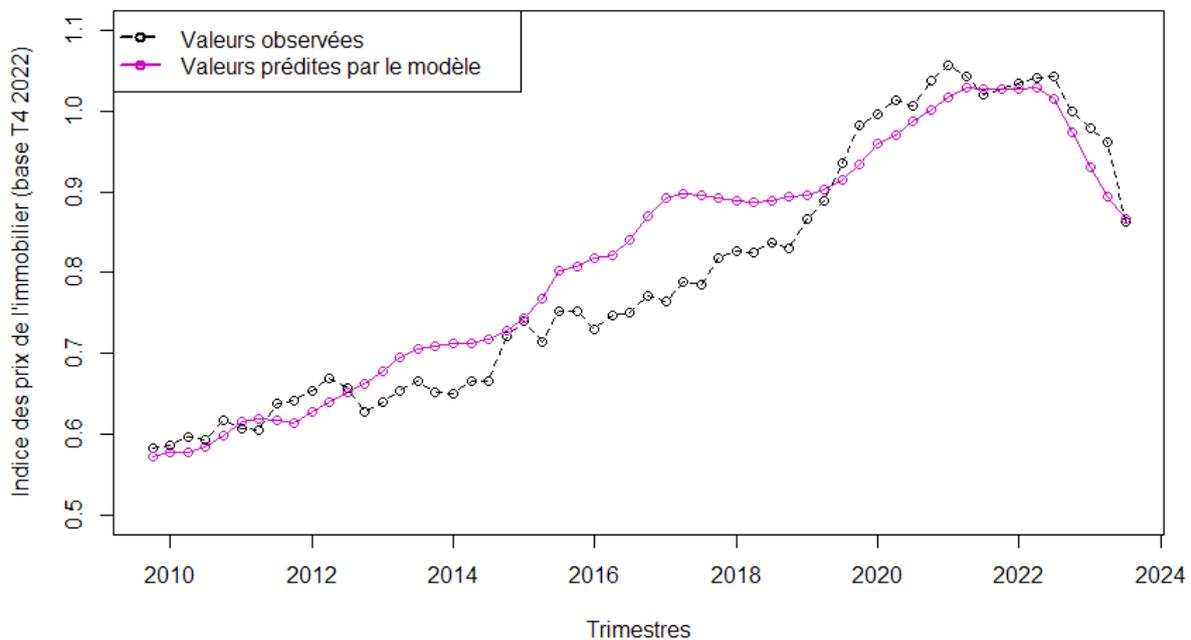


Figure 3.3.1-b : Comparaison des valeurs prédites aux valeurs observées des prix immobiliers

Le terme d'erreur  $\epsilon_{R,t}$  peut-être représenté comme un processus autorégressif d'ordre 1.

$$\epsilon_{R,t} = a \epsilon_{R,t-1} + \sigma_R \times \epsilon_{R,t}$$

Les résidus du modèle estimé  $\widehat{\epsilon}_{R,t}$  vérifient les hypothèses de normalité.

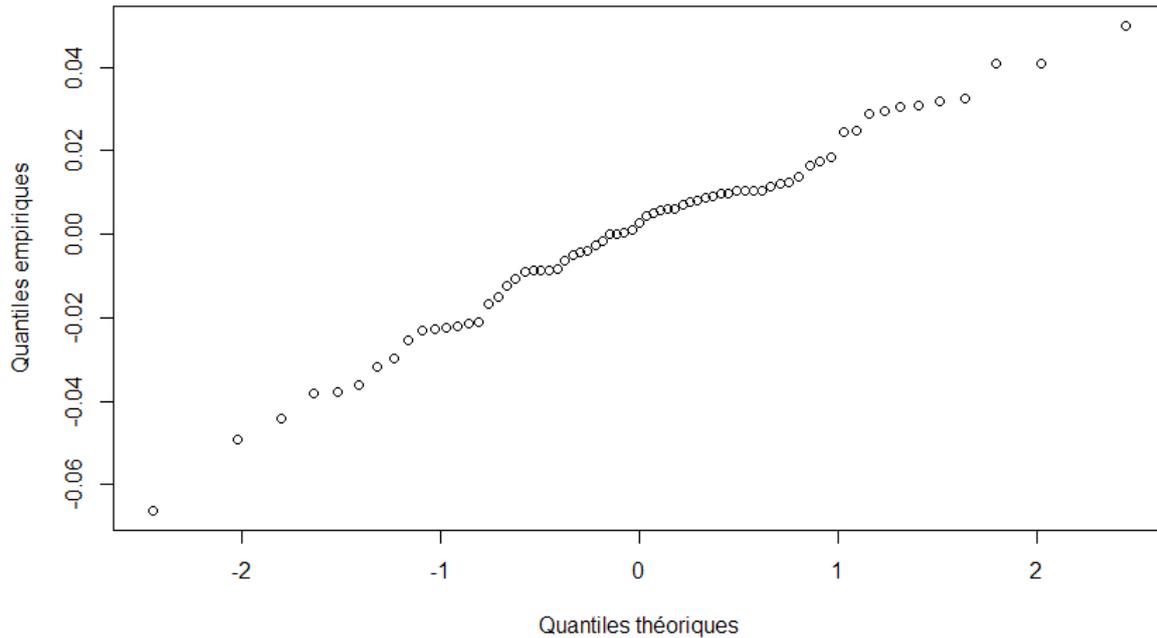


Figure 3.3.1-c : Graphique Quantiles-Quantiles des résidus

L'équation de diffusion prend finalement la forme ci-dessous.

$$RE_t = RE_0 \exp(re_m + \alpha_{RE} MR_{t-2} + AR_t)$$

$$AR_t = a AR_{t-1} + \sigma_{RE} \times \epsilon_{RE,t}$$

$$MR_t = 0,2 R_t(\infty) + 0,8 MR_{t-1}$$

Avec :

- $RE_t$  : indice des prix immobiliers
- $MR_t$  : lissage exponentiel du taux long continu
- $\sigma_{RE}$  : écart type du bruit
- $\epsilon_{RE,t}$  : bruit suivant une loi gaussienne centrée et réduite
- $re_m, \alpha_{RE}, a$  : paramètres constants

Paramètres :  $re_m = 0,062$ ,  $\alpha_{RE} = -14$ ,  $a = 0,93$ ,  $\sigma_{RE} = 0,031$

### 3.3.2 Loyers commerciaux

Depuis la loi de modernisation de l'économie du 4 août 2008, les parties à un bail commercial peuvent utiliser l'indice des loyers commerciaux (ILC) ou l'indice trimestriel des loyers des activités tertiaires publiés chaque trimestre par l'INSEE pour la révision du loyer. À moins d'une modification notable des éléments déterminant la valeur du bien, le taux de variation du loyer applicable lors de la prise d'effet du bail à renouveler, si sa durée n'est pas supérieure à neuf ans, ne peut excéder la variation de ces deux indices. Il ne peut en aucun cas excéder 10 % du loyer acquitté au cours de l'année précédente. L'ILC est calculé comme la somme pondérée de trois indices : un premier indice représentatif des prix à la consommation, un second du coût de la construction et un dernier du chiffre d'affaires du commerce de détail. Nous pouvons donc en premier lieu avoir l'intuition que la variation trimestrielle des loyers commerciaux est

fortement corrélée à l'inflation. Néanmoins, l'inflation n'est qu'un des trois déterminants de l'ILC ; l'indexation sur l'ILC n'est pas obligatoire et une partie seulement des loyers commerciaux est révisée chaque trimestrielle. Par ailleurs, des facteurs économiques et des facteurs relatifs à la zone d'activité jouent un rôle prépondérant dans la fixation des loyers tout comme dans la formation des prix.

La relation proposée par Wilkie a d'abord été testée, c'est-à-dire qu'un modèle faisant intervenir les taux d'inflation passés et les résidus du modèle sur les prix immobiliers a été estimé. Le coefficient de détermination ajusté est de seulement 29 %. Un modèle fondé sur les prix immobiliers permet d'atteindre un coefficient de détermination ajusté de 95 %. L'ajout de l'inflation dans le modèle permet d'améliorer légèrement l'ajustement, notamment sur la période récente. Il paraît donc intéressant de conserver l'inflation comme variable explicative.

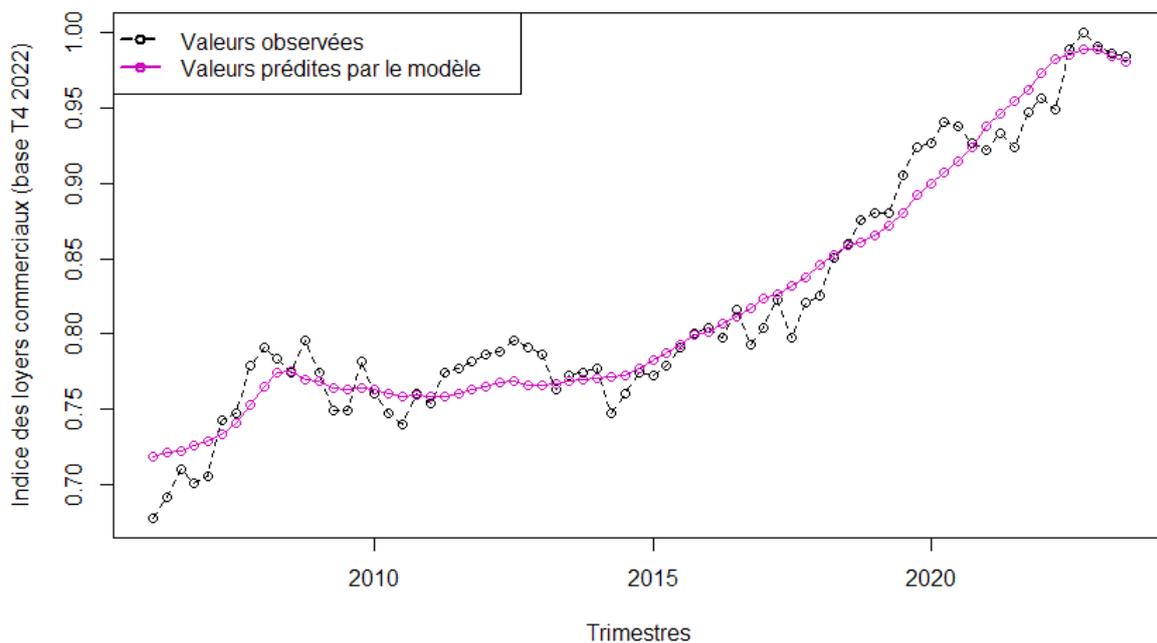


Figure 3.3.2 : Comparaison des valeurs prédites aux valeurs observées de l'évolution des loyers commerciaux

Le modèle retenu prend la forme ci-dessous.

$$L_t = L_0(c_L + \alpha_L \ln(MRE_t) + \beta_L I_t + \sigma_L \times \epsilon_{L,t})$$

$$MRE_t = 0,1 RE_t + 0,9MRE_t$$

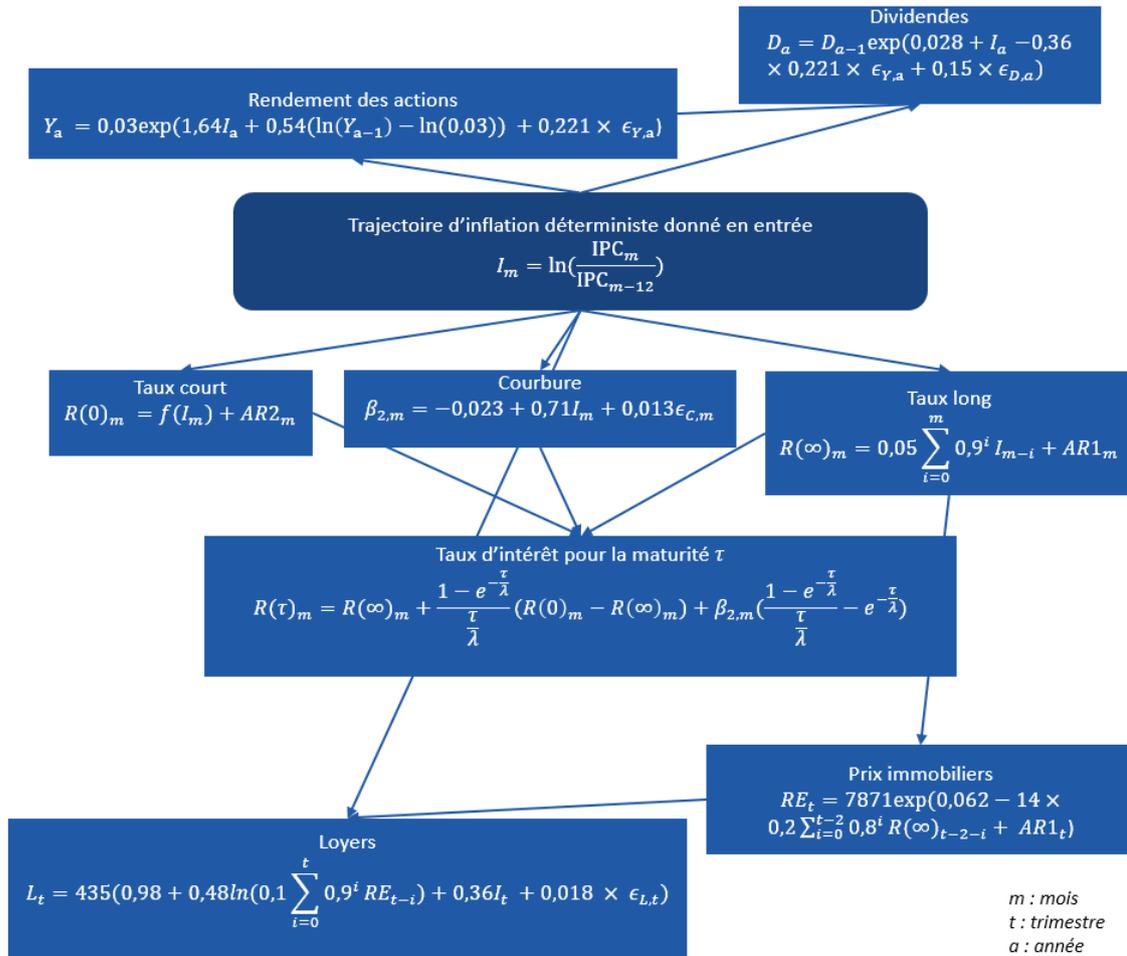
Avec :

- $L_t$ : indice des loyers commerciaux
- $MRE_t$ : lissage exponentiel de l'indice des prix immobiliers
- $I_t$ : taux d'inflation continu
- $\sigma_L$ : écart type du bruit
- $\epsilon_{L,t}$ : bruit suivant une loi gaussienne centrée et réduite
- $c_L, \alpha_L, \beta_L$ : paramètres constants

Paramètres :  $c_L = 0,98$ ,  $\alpha_L = 0,48$ ,  $\beta_L = 0,36$ ,  $\sigma_L = 0,018$

### 3.4 Synthèse du modèle retenu

Le schéma ci-dessous résume les équations de diffusion des différentes séries économiques générées par le GSE qui ont été choisies suite à l'analyse statistique présentée dans cette section.



## 4 Propositions pour une modélisation stochastique de l'inflation

Dans leurs calculs de la Meilleure Estimation des provisions techniques, les assureurs n'appréhendent pas l'inflation d'un point de vue risque. Les flux agrégés composant la Meilleure Estimation sont inflatés à partir d'hypothèses choisies par l'assureur, en appliquant sur l'échéancier de flux une courbe d'inflation future, le plus souvent constante. La pratique de place la plus répandue semble être de retenir un taux constant de 2 % correspondant à la cible d'inflation. De nombreux économistes modernes, tels que Ciccarelli, Kotz, Kuik, Moessner, ou encore Mukherjee, prônent qu'en raison du réchauffement climatique, du ralentissement de la croissance économique et de la fragmentation des échanges commerciaux, l'inflation sera dorénavant durablement plus élevée qu'elle ne l'a été ces deux dernières décennies et que les chocs inflationnistes seront plus courants. Il paraît donc intéressant d'évaluer l'impact sur la Meilleure Estimation de ne plus considérer l'inflation comme une constante déterministe mais de la modéliser par un processus aléatoire. Cette section tente de proposer un modèle – à partir de ce qui a été présenté dans la littérature – qui reproduise assez fidèlement le comportement moyen de l'inflation tout en offrant la possibilité d'en modifier les paramètres et d'ajouter la réalisation aléatoire de chocs inflationnistes.

### 4.1 Les modélisations possibles pour l'inflation

Dans cette partie, on s'intéresse au choix de la modélisation pour l'inflation.

Pour prédire l'inflation on peut:

- Utiliser un modèle économétrique qui ferait appel à plusieurs variables macroéconomiques;
- Exprimer le taux d'inflation en fonction du taux d'intérêt court terme et utiliser des données de marché sur les taux;
- Utiliser des enquêtes d'analystes;
- Utiliser un modèle stochastique.

Afin de savoir quel choix il vaut mieux opérer, on pourra consulter ANG [2006] qui cherche à savoir laquelle de ces méthodes est la meilleure. La réponse dépend bien sûr de l'usage que l'on va en faire. Les enquêtes d'analystes sont certainement la source d'information la plus fiable pour une prédiction de très court terme. Les modèles économétriques sont performants pour une prédiction sur 1 à 3 ans. Une description du modèle utilisé par la Banque de France est disponible dans ULGAZI [2022].

Cependant, pour une prédiction à plus long terme, il faut passer par les données de marché ou un modèle stochastique. Il est presque toujours nécessaire pour les actuaires de simuler différentes trajectoires aléatoires pour avoir une vision du risque qu'ils cherchent à connaître. Pour cela, il est nécessaire recourir à un modèle stochastique qui pourra être calibré par les données de marché, celles-ci fournissant la réalisation la plus probable du futur. Une description de la manière dont la courbe des taux peut être utilisée pour prédire l'inflation se trouve dans MISHKIN [1990].

Pour pouvoir espérer prévoir le futur d'une série chronologique, il est nécessaire que cette série présente une certaine reproductibilité. Cela permet que l'inférence effectuée sur certains

paramètres de loi ou de modèle (moyenne, variance, corrélation, régression linéaire, ...) soit pérenne dans le temps. La plupart des modèles statistiques nécessite en particulier que l'hypothèse de stationnarité soit vérifiée. Les modèles linéaires sont souvent préférés aux autres modèles car ils sont simples à calibrer et à interpréter.

- Un processus aléatoire est dit stationnaire si son espérance, sa variance et ses autocovariances sont stables dans le temps.
- Un modèle statistique est dit linéaire lorsque la variable aléatoire à expliquer s'exprime à partir de variables explicatives sous forme d'un opérateur linéaire.

Dans la suite, on classe les modèles stochastiques qui pourraient être utilisés pour modéliser l'inflation selon que le modèle vérifie ou non les propriétés de stationnarité et de linéarité.

#### 4.1.1 Modèles stochastiques linéaires et stationnaires

Dans les modèles stochastiques, l'inflation est presque toujours régie par une fonction qui revient vers sa moyenne et une fonction aléatoire. Dès lors, le processus autorégressif d'ordre 1 est le modèle le plus simple qui peut être envisagé en monde réel. En monde risque-neutre, le taux instantané d'inflation est souvent modélisé avec une dynamique de type Vacisek, par analogie aux taux d'intérêt, c'est-à-dire avec un processus d'Ornstein-Uhlenbeck.

$$dI_t = \alpha(\mu - I_t)dt + \sigma dW_t^{\mathbb{Q}}$$

Les processus d'Ornstein-Uhlenbeck sont stables par changement de probabilité et il semble donc naturel de choisir un tel processus pour la dynamique du taux d'inflation en monde réel. On retrouve ainsi ce type de processus, par exemple, dans le GSE d'Ahlgrim.

Le recours à la formule d'Itô et la discrétisation du processus d'Ornstein-Uhlenbeck conduit à l'équation de récurrence suivante.

$$I_{t+1} = e^{-\alpha}I_t + \mu(1 - e^{-\alpha}) + \sqrt{\frac{1 - e^{-2\alpha}}{2\alpha}}\sigma\epsilon_t$$

Avec  $\epsilon$  un bruit blanc gaussien

Cette équation est celle d'un processus autorégressif d'ordre 1. Ainsi, simuler un processus d'Ornstein-Uhlenbeck revient à modéliser la série par un processus autorégressif d'ordre 1 (AR1).

Le processus autorégressif d'ordre 1 est donc le premier candidat qui s'offre à nous. Sa simplicité est louable, le paramètre de moyenne à long terme est interprétable et par ailleurs Wilkie a montré sa qualité prédictive sur la période allant de 1983 à 1994. Il semble néanmoins que cette modélisation n'est pas adaptée pour la période récente. En effet, les paramètres utilisés par Wilkie (moyenne et écart type de 5 %) reviennent à considérer que l'inflation évolue globalement entre -5 % et 15 %. Sur la période 2000-2022, la moyenne historique de l'ICP en France est de 1,56 % et l'écart type de 1,06 % (0,75 % si on exclut 2021 et 2022). Utiliser un AR1 avec ces deux paramètres ne permettrait pas de simuler des chocs inflationnistes puisque

les valeurs prises par le bruit seraient comprises entre -2 % et +2 % dans 95 % des cas. Ce modèle présenterait donc peu d'intérêt pour la gestion des risques. Si on remonte jusqu'à 1960, l'écart type est de 3,63 %. Un AR1 calibré avec une moyenne à long terme de 1,56 % ou 2 % et un écart type de 3,63 % conduit à simuler fréquemment des taux d'inflation négatifs ce qui semble assez irréaliste. Nous avons donc cherché une autre modélisation.

#### 4.1.2 Modèles stochastiques linéaires non-stationnaires

Les modèles ARCH permettent de simuler des chocs à la hausse ou à la baisse avec un accroissement de la volatilité lors de ces chocs. Cependant, les modèles ARCH n'intègrent pas les changements structurels dans l'inflation moyenne et ont tendance à générer des scénarios irréalistes d'hyper inflation ou d'hyper déflation.

Les trajectoires historiques montrent que l'inflation se caractérise par des pics haussiers suivis de retour vers la valeur de long terme. Il conviendrait donc de modéliser le bruit par une loi dont la distribution est asymétrique et la moyenne supérieure à 0.

Certains actuaires proposent des modèles de ce type :

- PENTIKAINEN [1989] suggère d'utiliser une loi Gamma à trois paramètres (pour avoir une distribution décentrée). La praticité des lois Gamma vient du fait que la somme de lois Gamma est encore une loi Gamma.
- FRAYSSE [2012] recourt quant à lui à une loi Pareto hybride. Cela permet de reproduire la forme asymétrique et le caractère leptokurtique qu'il observe sur la distribution des résidus.

#### 4.1.3 Modèles stochastiques non linéaires

L'inflation est une série économique qui présente une non-linéarité stochastique. Son évolution est en effet influencée par des événements économiques et par la politique monétaire. La Banque Centrale Européenne a comme objectif de maintenir une variation annuelle de l'IPCH proche de 2% à moyen-terme dans la zone euro. Les interventions de politique monétaire conventionnelle ou non-conventionnelle dépendent directement du niveau de l'IPCH ; il est donc possible de spécifier des modèles qui prennent en considération ce niveau. A contrario, le déclenchement de chocs économiques et les facteurs exogènes qui sous-tendent le niveau des prix sont des variables latentes qu'il n'est pas possible d'intégrer directement dans les équations.

CLARKSON [1991] et WHITTEN et THOMAS [1999] ont proposé des modèles non linéaires pour distinguer les phases de relative stabilité des prix des phases post choc économique. Le modèle *SETAR* pour « *Self-Exciting Threshold AutoRegressive* » de Whitten et Thomas est un modèle à deux paliers : stabilité des prix ou forte inflation ( $\sigma_2 > \sigma$ ).

$$I_t = \begin{cases} I_m + \alpha(I_t - I_m) + \sigma\epsilon_t & \text{si } I_{t-1} < K \\ I_{m2} + \sigma_2\epsilon_{2,t} & \text{si } I_{t-1} \geq K \end{cases}$$

La principale difficulté est la fixation du palier K.

Pour éviter la transition abrupte d'un régime à l'autre, il est possible de recourir à des modèles de type *Smooth Transition AutoRegressive (STAR)*, développement des modèles *TAR* permettant une transition souple. Dans ces modèles, la fonction indicatrice est remplacée par une fonction continue généralement sigmoïde. Le modèle de Whitten et Thomas pourrait être adapté de la façon suivante.

$$I_t = (I_m + \alpha(I_{t-1} - I_m) + \sigma\epsilon_t) (1 - G_{\gamma,K}(I_{t-1})) + G_{\gamma,K}(I_{t-1})(I_{m2} + \sigma_2\epsilon_{2,t})$$

Le plus souvent la fonction logistique est utilisée.

$$G_{\gamma,K}(X_t) = \frac{1}{1 + e^{-\gamma(X_t-K)}}$$

Avec :

- $K$  : un paramètre de seuil entre les régimes  $G_{\gamma,K}(-\infty)=0$  et  $G_{\gamma,K}(+\infty)=1$
- $\gamma$  : un paramètre de souplesse

On parle alors de *Logistic STAR (LSTAR)*.

Si  $\gamma$  est petit, la transition est douce et si  $\gamma$  est grand, la transition est abrupte.

En particulier :

- $G_{\gamma,K}(K)=0,5$
- $G_{0,K}(X_t)=0,5$
- $G_{-\infty,K}(X_t)=1(z_t < c)$
- $G_{+\infty,K}(X_t)=1(z_t > c)$

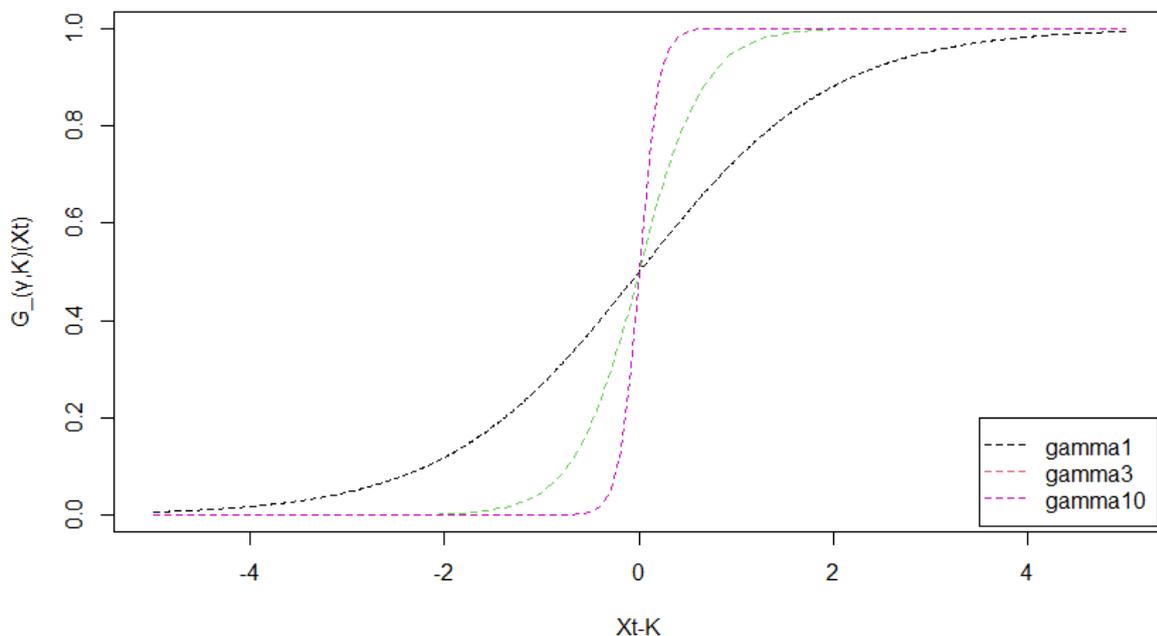


Figure 4.1.3-a : Fonction de transition logistique

La fonction logistique est monotone entre 0 et 1. Pour utiliser cette fonction le changement de régime doit être lié à un dépassement du seuil. Les interventions des banques centrales ont lieu

lorsque l'inflation est trop forte mais aussi lorsque l'inflation est trop faible. Une fonction de transition symétrique semble donc plus adaptée.

On peut par exemple utiliser la fonction exponentielle.

$$G_{\gamma,K}(X_t) = 1 - e^{-\gamma(X_t-K)^2}$$

On parle alors d'*Exponential STAR (ESTAR)*. Ce modèle est à utiliser lorsque le changement de régime est lié à un écartement du seuil (à la hausse ou la baisse).

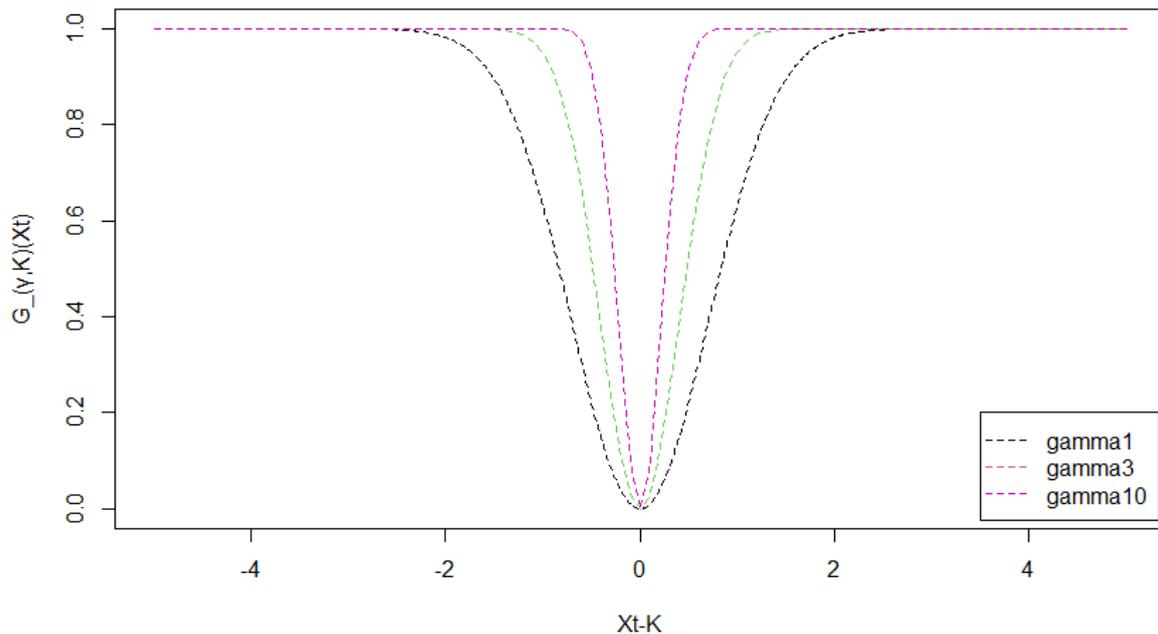


Figure 4.1.3-b : Fonction de transition exponentielle

Choisir  $\gamma = 1$  revient à considérer que les banques centrales déploient un effort maximal lorsque l'inflation s'écarte de plus de 2 % de sa valeur cible et qu'à l'inverse, elles modulent le recours aux instruments de politique monétaire lorsque cet écart est plus faible. Cette valeur offrirait une retranscription assez réaliste si elle venait à être utilisée.

Clarkson ajoute au modèle AR1 une tendance pour retranscrire les cycles inflationnistes, et une loi de Bernoulli pour simuler les chocs.

$$I_t = I_m + (1 - \alpha_I)(I_{t-1} - I_m) + \beta_I Trend_+(I_t) + B(t)F(t) + \sigma_I \times \epsilon_{I,t}$$

avec :

- $I_t = \ln(Q_t/Q_{t-1})$  : taux d'inflation continu
- $I_m$  : inflation à long terme
- $\alpha_I$  : coefficient de retour à la moyenne
- $\beta_I$  : constante à déterminer
- $Trend_+(I_t)$  : lissage exponentiel des valeurs passées du taux d'inflation si la valeur de celui-ci est positive et 0 sinon
- $B(t)$  : variable de Bernoulli qui vaut 1 avec une probabilité  $p$  si  $B(t-1)$ ,  $B(t-2)$  et  $B(t-3)$  sont nuls et qui vaut 0 sinon

- $F(t)$  : une variable aléatoire à choisir qui modélise la force du choc
- $\sigma_I$  : écart type du bruit  $\epsilon_{I,t}$  suivant une loi gaussienne centrée et réduite

Si cette modélisation est très utile pour simuler des scénarios, l'estimation des paramètres est difficile.

On retrouve un modèle similaire à celui de Whitten et Thomas dans MZOUGHFI [2017], qui développe un GSE dans lequel l'inflation est régie par un modèle de type *SETAR*.

$$I_t = \begin{cases} \varphi_0 + \sum_{i=1}^p \varphi_i I_{t-i} + \epsilon_t \text{ si } I_{t-1} < 2 \% \\ \psi_0 + \sum_{i=1}^p \psi_i I_{t-i} + \epsilon_t \text{ si } I_{t-1} \geq 2 \% \end{cases}$$

L'idée de Clarkson de simuler des chocs est reprise dans FRAYSSE [2012], qui se sert de la théorie dite de « l'analyse d'intervention » développée par Box et Tiao en 1975 pour introduire des sauts dans son modèle. Le module d'intervention ponctuelle à effet rémanent qu'il choisit d'ajouter au modèle de base permet de simuler des chocs qui possèdent trois paramètres : la probabilité d'occurrence du saut, l'amplitude et la durée de retour à l'équilibre.

Le module d'intervention peut être écrit sous la forme suivante.

$$\frac{s_0}{1 - \lambda L} (P_T(t))$$

Avec :

- $s_0$  : l'amplitude du choc
- $\lambda$  : vitesse de décroissance de l'effet de l'intervention
- $L$  : opérateur retard
- $P_T$  : fonction d'impulsion en T

$$P_T(t) = \begin{cases} 1 \text{ si } t = T \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

La valeur de  $\frac{1}{1 - \lambda L} (P_T(t))$  correspond au lissage exponentiel des valeurs passées de la fonction d'impulsion.

$$\frac{1}{1 - \lambda L} (P_T(t)) = \begin{cases} \lambda^{t-T} \text{ si } t \geq T \\ 0 \text{ sinon} \end{cases}$$

Cette valeur décroît de manière exponentielle en fonction du paramètre  $\lambda$ . S'il est nul, le choc est résorbé dès le pas de temps suivant. S'il est très proche de 1, le choc se prolonge indéfiniment.

Il est possible d'utiliser la fonction d'intervention ponctuelle à effet rémanent présentée ci-dessus comme la fonction qui modélise la force du choc dans le modèle de Clarkson en remplaçant la fonction d'impulsion par la fonction de Bernoulli, ce qui permet d'avoir des chocs qui se produisent à des dates aléatoires.

## 4.2 Élaboration du modèle retenu

Le modèle à changement de régimes *ESTAR* avec un paramètre de souplesse  $\gamma = 1$  a été adopté comme brique principale du modèle retenu. Ce modèle a été choisi car il permet de retranscrire les principales propriétés de l'inflation. En effet, sa forme permet de distinguer deux régimes : avec ou sans interventions de la BCE. À mesure que l'inflation s'écarte de sa valeur cible sa volatilité s'accroît et elle subit une force de rappel liée à l'intervention de la BCE. Le passage d'un régime à l'autre est progressif en fonction de l'écartement à la cible de 2 %.

$$I_t^B = \frac{1}{1 + e^{-(I_{t-1} - 0.02)}} (I_m + \alpha(I_{t-1} - I_m) + \sigma_2 \epsilon_{2,t}) + \left(1 - \frac{1}{1 + e^{-(I_{t-1} - 0.02)}}\right) (I_m + \sigma_1 \epsilon_{1,t})$$

À cette brique principale il a été choisi d'ajouter une fonction de choc ponctuel à effet rémanent d'amplitude 5 %, décroissant de 50 % par an et dont l'intervention survient à une date T fixée à notre appréciation.

$$I_t = I_t^B + \frac{0,05}{1 - 0,5L} (P_T(t))$$

### 4.2.1 Choix de l'indice pour le calibrage

À la demande d'Eurostat, les instituts statistiques fournissent depuis 1996 des indices des prix à la consommation harmonisé. Cet indice est utilisé pour vérifier le respect du critère sur la stabilité des prix du traité sur le fonctionnement de l'Union européenne. À savoir que la variation annuelle de l'IPCH doit converger vers une valeur inférieure mais proche de 2% à moyen-terme dans les différentes économies de la zone euro. L'IPCH a été conçu expressément à des fins de comparaison internationale. Au départ, les méthodes utilisées par les 15 états membres de la communauté européenne pour calculer leur indice de prix national étaient sensiblement différentes. En particulier, l'indice national (l'IPC), qui reste l'indice de référence pour analyser l'inflation en France, continue d'être publié et bénéficie d'un historique plus profond.

La BCE a présenté, le 8 juillet 2021, un changement de stratégie. Toute déviation par rapport à la cible d'inflation, qu'elle soit positive ou négative, est désormais perçue par la BCE comme indésirable. Autrement dit, la cible est désormais symétrique. L'institution pourrait laisser l'augmentation des prix dépasser le seuil de 2 % par an, afin de compenser une période antérieure d'inflation inférieure à cette cible. Par ailleurs, la construction de l'IPCH a été revue pour mieux prendre en compte les prix immobiliers dans l'inflation.

Dans la majorité des générateurs de scénarios économiques de la littérature, c'est l'IPC qui est utilisé car l'historique de l'IPCH débute en 1997. Ces deux mesures ont évolué de manière similaire et sont historiquement très proches l'une de l'autre. La question de savoir s'il vaudrait mieux choisir l'IPCH pour notre étude se pose toutefois. Ce d'autant plus que c'est l'IPCH qui est scruté par la Banque Centrale Européenne. Dans le cas où on chercherait à évaluer les corrélations entre les décisions de politique monétaire et les niveaux de l'inflation, il vaudrait donc mieux faire ce travail sur l'IPCH. Pour cette raison, le calibrage et l'interprétation du seuil d'un modèle de type *SETAR*, est facilité si on modélise l'IPCH plutôt que l'IPC.

Dans la suite, la mesure de l'inflation mensuelle est la variation annuelle définie à partir du log-rendement de l'indices des prix à la consommation harmonisé au mois considéré.

$$i_m = \ln\left(\frac{IPCH_m}{IPCH_{m-12}}\right)$$

L'inflation annuelle est l'inflation mensuelle constatée au mois de décembre de l'année considérée.

#### 4.2.2 Description de la méthode d'estimation par maximum de vraisemblance

La non-linéarité des modèles à changement de régimes empêchent de recourir aux méthodes classiques d'estimation des paramètres. Cependant l'équation de diffusion étant connue, il est possible de réaliser une estimation par maximum de vraisemblance en se servant de l'équation de diffusion pour estimer la fonction de densité sous différents jeux de paramètres.

À partir d'un échantillon de 6000 simulations du processus  $I_t^B$  pour un jeu de paramètres donné, une fonction de densité peut être estimée par morceaux via la méthode des rectangles par exemple ou en utilisant la fonction *density* du logiciel R. Cette densité permet ensuite d'associer une vraisemblance à chaque point de notre série historique de l'inflation. En sommant les log-vraisemblances de tous les points de la série historique, on aboutit à une log-vraisemblance associée au jeu de paramètres. Une fonction d'optimisation, comme par exemple la fonction *optim* du logiciel R, permet enfin de déterminer les paramètres qui maximisent la vraisemblance sur notre série historique.

En utilisant la fonction *density* imbriquée dans la fonction *optim*, les paramètres suivants ont pu être estimés sur la série historique des taux d'inflation continue de 1997 à 2023.

Paramètres :  $I_m = 0,017$ ,  $\alpha = 0,64$ ,  $\sigma_1 = 0,017$ ,  $\sigma_2 = 0,019$

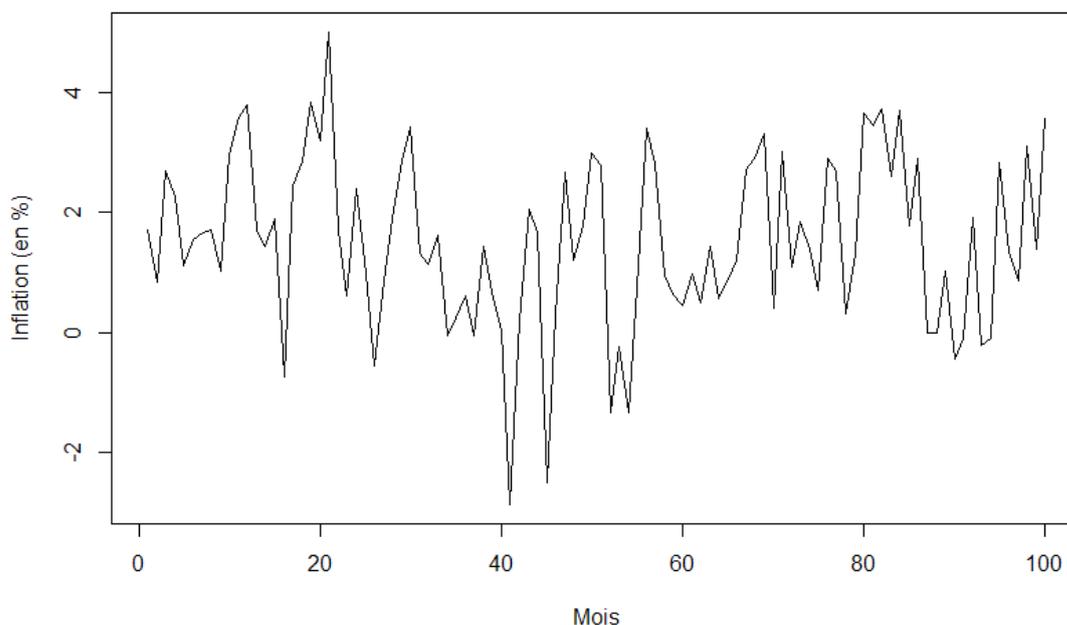


Figure 4.2.2 : Simulation d'une trajectoire de l'inflation mensuelle sur 100 mois avec les paramètres estimés

# 5 Quantifier l'impact de la nouvelle conjoncture inflationniste sur l'Actif des assureurs non-vie

## 5.1 Objectifs et méthodologie de l'étude d'impact

### 5.1.1 Aspects généraux relatifs aux trois chapitres

L'objectif de ce chapitre est de recalculer l'ensemble des valeurs de marché de l'Actif sur un horizon de projection de cinq ans, à partir de fin 2022, en utilisant les sorties du GSE, sous trois scénarios déterministes d'évolution de l'inflation. Dans le chapitre suivant, c'est l'ensemble des valeurs de la Meilleure Estimation des provisions techniques non-vie qui sera recalculé sur le même horizon temporel, sous le même scénario d'inflation et en utilisant les courbes des taux générées par le GSE pour l'actualisation des flux. Cette approche permet d'évaluer l'effet croisé à l'Actif et au Passif du bilan prudentiel d'une trajectoire d'inflation donnée. Les valeurs obtenues dans chaque scénario seront agrégées au niveau du marché français de l'assurance non-vie. Le bilan prudentiel sera recalculé après une mise à l'échelle pour tenir compte des postes qui ne sont pas projetés (notamment la réassurance) et des écarts qui existent entre les états réglementaires S.02.01, S.06.02 et S.18.01 (voir 7.1 pour la méthodologie). La distribution de l'évolution de l'excédent d'Actif par rapport au Passif dans chaque scénario peut alors être obtenue. Les résultats sont présentés et discutés dans le chapitre sept.

### 5.1.2 Présentation des données de l'Actif

Les données d'actifs sont issues des états S.06 des reportings prudentiels annuels des entités individuelles arrêtés au 31/12/2022. Cet état contient une liste, élément par élément, des actifs (y compris les titres sous-jacents aux opérations de prêt de titres et de mise en pension) qui sont détenus directement par l'entreprise d'assurance. Le détail des actifs est disponible en ligne à ligne, avant et après mise en transparence, et est exploité pour construire un *model point* d'actifs. Cette représentation consiste à retenir une ligne par poche d'actifs avec les caractéristiques moyennes de la poche. Les actifs modélisés sont limités aux principales classes d'actifs présentes dans le bilan des assureurs : trésorerie, obligations à taux fixe, actions, immobilier. Les obligations à taux variable sont approchées comme à taux fixe. Les actifs résiduels qui n'entrent dans aucune de ces catégories sont réalloués proportionnellement au poids respectif de ces catégories dans le portefeuille. Les obligations sont distinguées par type d'émetteur (souverains ou entreprise). Les obligations *corporates* sont regroupées par échelon de qualité de crédit et maturité résiduelle alors que les obligations souveraines sont regroupées par maturité résiduelle uniquement. Les projections reflètent ensuite ces différentes caractéristiques.

La construction des *model points* actifs exploite à la fois la base avant mise en transparence, pour disposer des montants de plus-ou-moins-value latentes, et la base après mise en transparence qui fournit la ventilation des actifs par nature.

Les calculs de valeur de marché des actifs pour chaque sortie du GSE ont été effectués grâce à un outil interne à l'ACPR qui n'a pas été développé dans le cadre du mémoire. Ci-dessous sont décrits les principes de modélisation de l'outil ainsi que les paramètres utilisés pour cette étude.

### 5.1.3 Modélisation des prix des obligations

Le niveau initial du *spread* de crédit souverain est renseigné, de même que les *spreads* correspondants aux différents ratings (AAA, AA, A, BBB, BB, B) des obligations *corporates*.

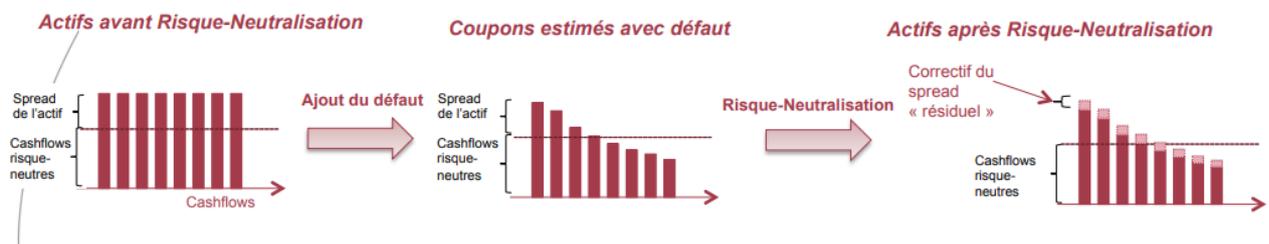
Étant donné une courbe de taux sans risque  $R(t, \tau)$ , la valeur de marché d'une obligation de coupon  $c$ , de nominal  $N$  et de maturité  $m$  est calculée comme la somme des flux futurs actualisés au taux sans risque auquel s'ajoute un *spread* de crédit.

$$VM(t, m) = \sum_{k=1}^m \frac{cN}{(1 + R(t, k) + s_{\text{rating}})^k} + \frac{N}{(1 + R(t, m) + s_{\text{rating}})^m}$$

En pratique, la valeur de marché ainsi recalculée est différente de la valeur réellement observée sur les marchés. Ceci est dû au fait que les investisseurs intègrent des primes de risque (associés aux *ratings* des agences de notation), des parts de perte probabilisée (suite aux défauts) mais aussi d'autres informations issues du marché. Pour assurer la cohérence des valeurs de marché recalculées par le modèle avec les valeurs à l'Actif, le modèle opère une *risque-neutralisation* et ajoute un *spread* de défaut propre à chaque obligation, calculé par optimisation, qui induit ensuite des tombées de coupons et de nominaux moindres dans la projection monde-réel.

$$VM(t, m) = \alpha \left( \sum_{k=1}^m \frac{cN}{(1 + R(t, k) + s_{\text{rating}} + s_{\text{défaut}}(k))^k} + \frac{N}{(1 + R(t, m) + s_{\text{rating}} + s_{\text{défaut}}(m))^m} \right)$$

La *risque-neutralisation* consiste à recaler le *spread* du titre obligataire sur celui associé à sa notation, en ajustant l'ensemble des flux d'un facteur multiplicatif  $\alpha$ . Le schéma ci-dessous disponible sur le site de l'Institut des Actuaire explique le procédé.



L'effet des *spreads* et l'occurrence d'événements de crédit sont découplés de sorte que les probabilités de défaut pour chaque *rating* sont également à renseigner pour la projection monde réel (ainsi qu'un taux de recouvrement fixé à 60 %). Ce découplage permet de refléter l'impact d'une hausse des *spreads* en cours de projection qui se traduirait par une diminution de la valeur de marché des obligations, mais pas nécessairement par une augmentation des probabilités de défaut dans les mêmes proportions. Ceci n'est cependant pas utile dans notre étude puisque les *spreads* sont supposés constants. Les défauts sont pris en compte via des matrices de transition entre *ratings* et vers le défaut.

Rating	Spread initial (bps)	Probabilité de défaut à un an
Souverain	108.0	0 %
Corporate AAA	117.0	0 %
Corporate AA	132.8	0 %
Corporate A	188.9	0 %
Corporate BBB	246.0	0 %
Corporate BB	345.8	0.3 %
Corporate B	534.0	1.1 %

À l'issue de ces opérations le modèle devient capable de recalculer une valeur de marché cohérente avec celle reportée, en fonction de la courbe de taux sans risque simulée par le GSE.

#### 5.1.4 Modélisation de la trésorerie, des actions et des actifs immobiliers

Les actions, l'immobilier et la trésorerie sont renseignés sous la forme d'un pourcentage de l'Actif total. Les actions et l'immobilier suivent les indices dont les variations sont simulées par le GSE. Outre ces variations de valeur de marché, ils détachent des dividendes et loyers suivant un taux également simulé par le GSE.

La trésorerie, qui regroupe l'ensemble des actifs monétaires, est quant à elle revalorisée chaque année en suivant le taux 1 an.

#### 5.1.5 Mécanique générale du modèle de projection

Pour chaque pas de projection, le modèle débute par valoriser l'Actif en début d'année. Le rendement comptable des actifs sur l'année est déterminé à partir des tombées de coupons pour les obligations, ajusté des amortissements surcotes-décotes et d'éventuelles prises en compte de défauts réalisés ou attendus. Aux produits des titres obligataires s'ajoutent les loyers et dividendes perçus au cours de l'année, ainsi que le rendement de la trésorerie. Tous les produits alimentent la trésorerie.

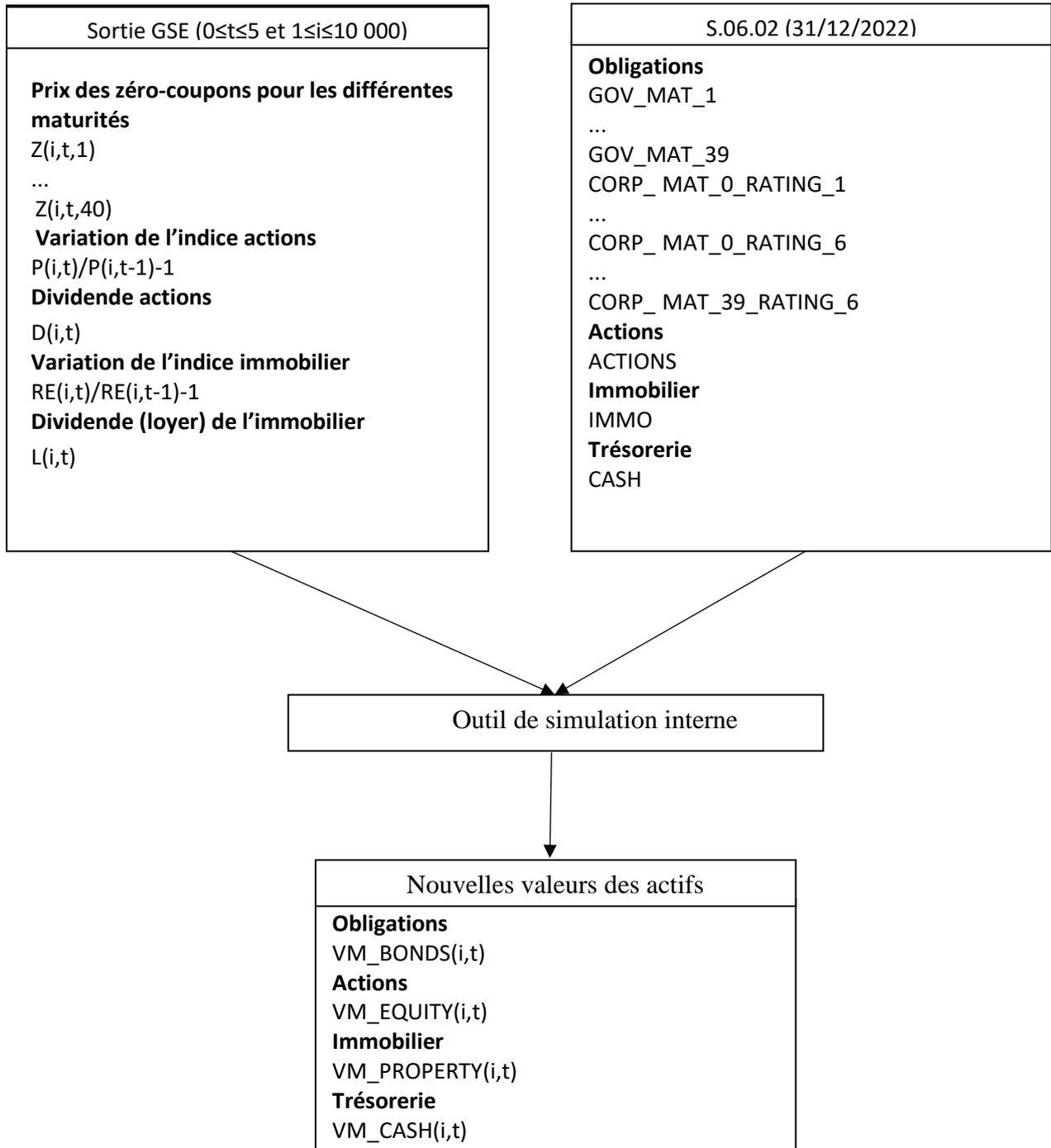
À partir de la deuxième année de projection, une réallocation d'actif est réalisée chaque début d'année, de façon à maintenir constante la proportion du total actifs en trésorerie: :

- Si la trésorerie est en excédent des investissements seront réalisées dans les trois autres classes d'actifs,
- Si la trésorerie est en déficit des cessions seront réalisées.

Les plus-ou-moins-values réalisées dans le cadre de ces réallocations alimentent les produits financiers. Le résultat financier de l'année est complètement réinvesti, rien n'est distribué sous forme de dividendes.

Le modèle produit à chaque pas de temps un fichier de *model point* des actifs vieilliss qui servira de point de départ pour le pas de projection suivant.

Le schéma ci-dessous illustre le processus.

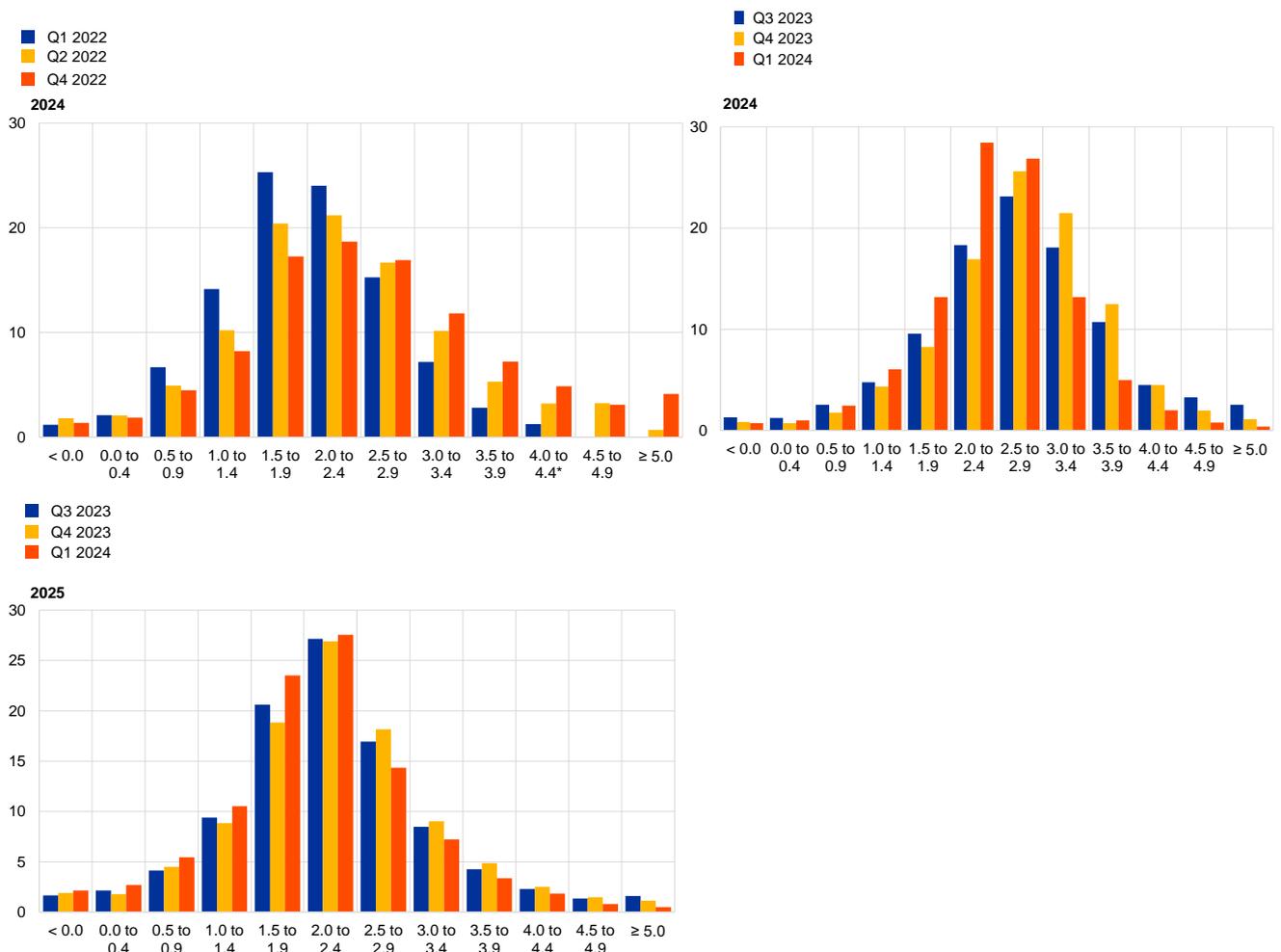


## 5.2 Scénarios d'inflation et distribution des variables en sortie du GSE

### 5.2.1 Construction des trajectoires d'inflation étudiées

Trois scénarios déterministes d'évolution de l'inflation ont été construits pour évaluer l'impact de la trajectoire inflationniste sur l'Actif et le Passif des assureurs non-vie. Le premier scénario, dit central, correspond aux prévisions d'inflation de la Banque de France publiées en décembre 2023 ; soit 5,8 % en 2023 ; 2,6 % en 2024 ; 1,8 % en 2025 ; 1,9 % en 2026 et 2% en 2027.

Chaque trimestre la BCE publie les prévisions d'inflation en zone euro issues de son enquête auprès des professionnels *ECB Survey of Professional Forecasters inflation expectations*. Cette enquête est réalisée auprès de 90 experts produisant des prévisions dans le cadre de leurs fonctions régulières et associés à des établissements financiers ou non financiers ayant leur siège dans l'Union européenne. Les résultats permettent de procéder à une évaluation quantitative de l'incertitude entourant les prévisions à différents horizons. Sur les enquêtes ayant eu lieu entre fin 2022 et début 2024, la distribution des prévisions des analystes suit approximativement une gaussienne.



Une distribution normale présente la propriété d’avoir environ 68 % des données qui se situent dans l’intervalle d’une étendue de deux fois l’écart-type centré sur la moyenne. Ceci est approximativement vérifié sur les figures ci-dessus pour un intervalle d’une étendue de 1,9 et la distribution des réponses peut donc être approximée par une loi normale présentant un écart-type de 0,95.

Par conséquent, il a été décidé de dériver du scénario central deux scénarios, un à la hausse et l’autre à la baisse, en retenant les quantiles à 5 % et à 95 % d’une loi gaussienne centrée sur les valeurs du scénario central et d’écart-type 0,95. Ces scénarios seraient plausibles au regard des prévisions des analystes.

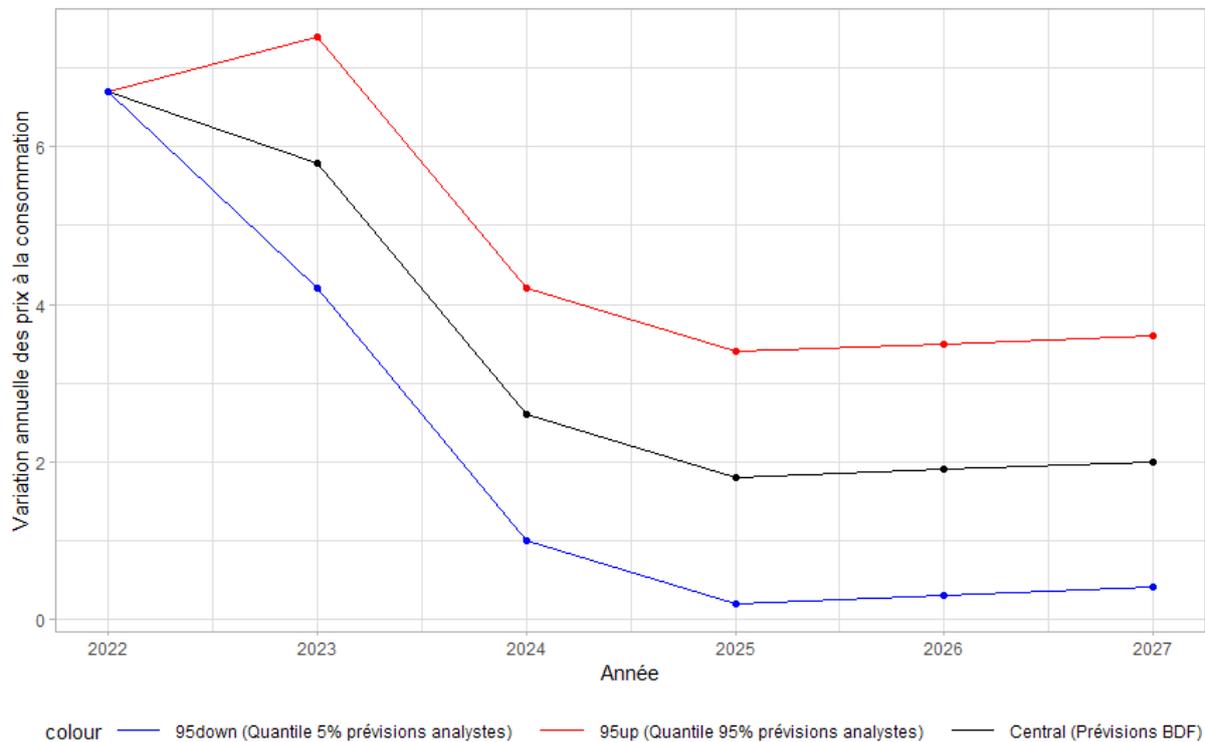
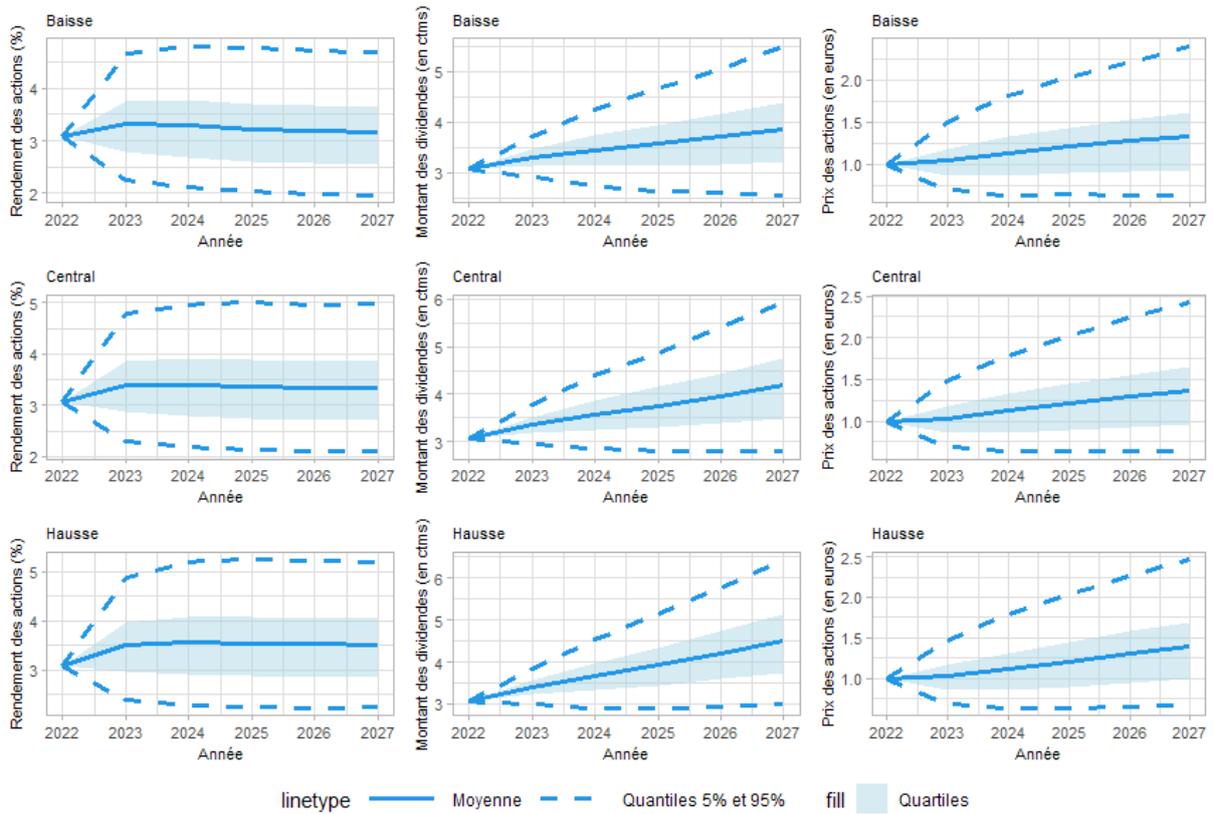


Figure 5.2.1 : Trajectoires d’inflation future étudiées dans le mémoire

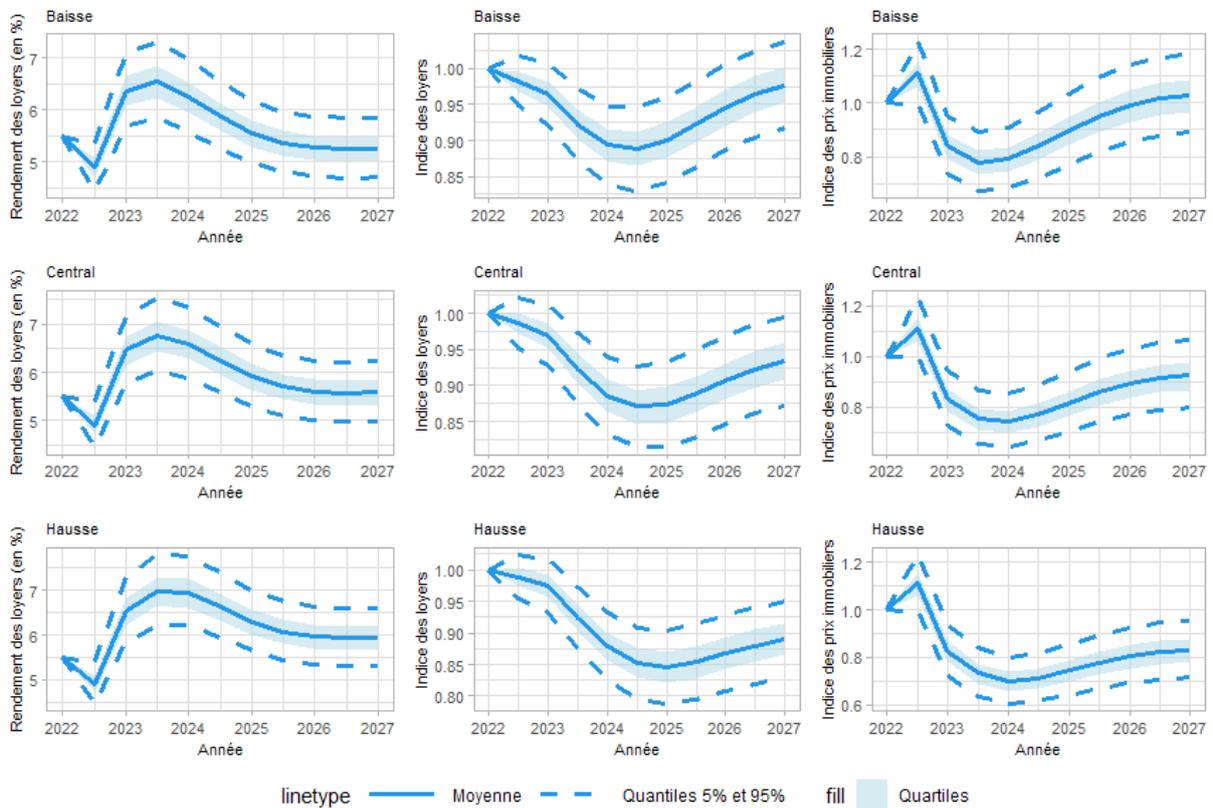
### 5.2.2 Distribution des variables économiques simulées par le GSE

Le GSE dont l’élaboration a été détaillée au chapitre trois a été utilisé pour générer 10 000 simulations des variables économiques taux, actions et immobilier pour chacun des trois scénarios d’inflation. Les graphiques ci-dessous permettent de se figurer la distribution des valeurs prises par les variables d’intérêt dans chaque scénario.

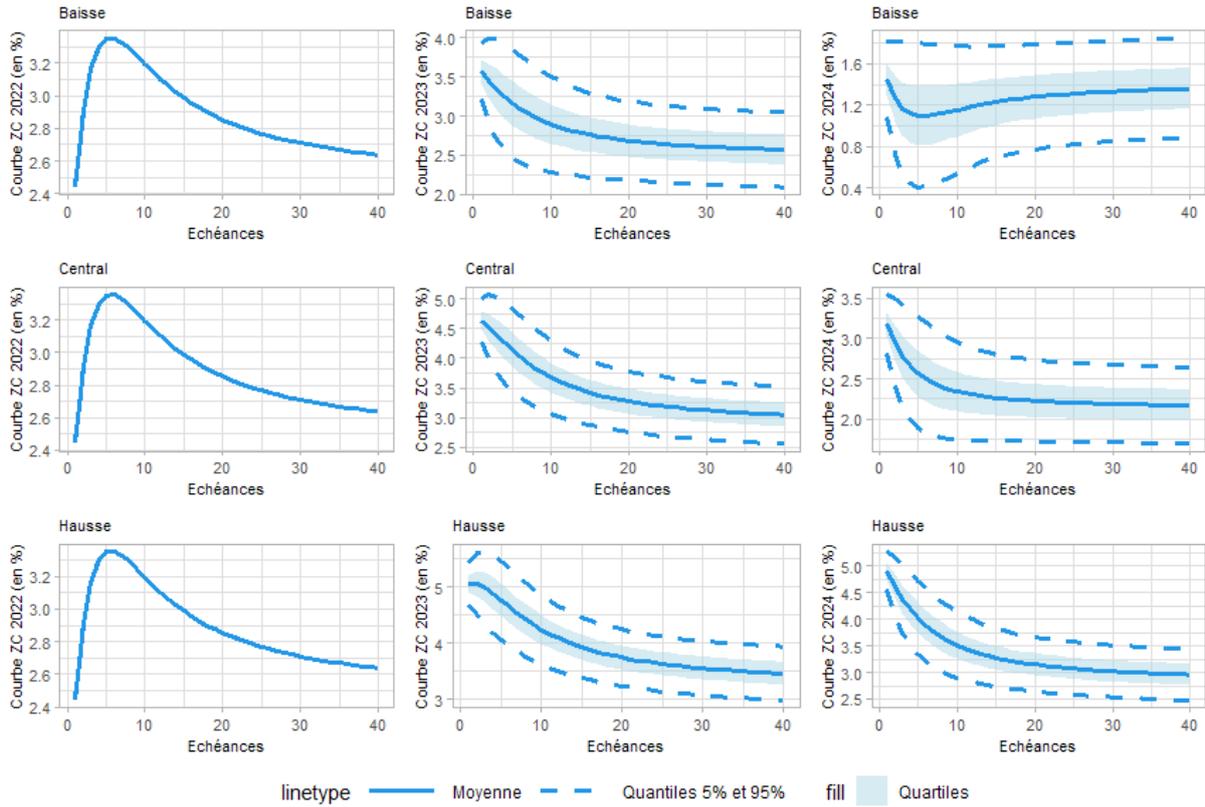
## Figures des variables actions



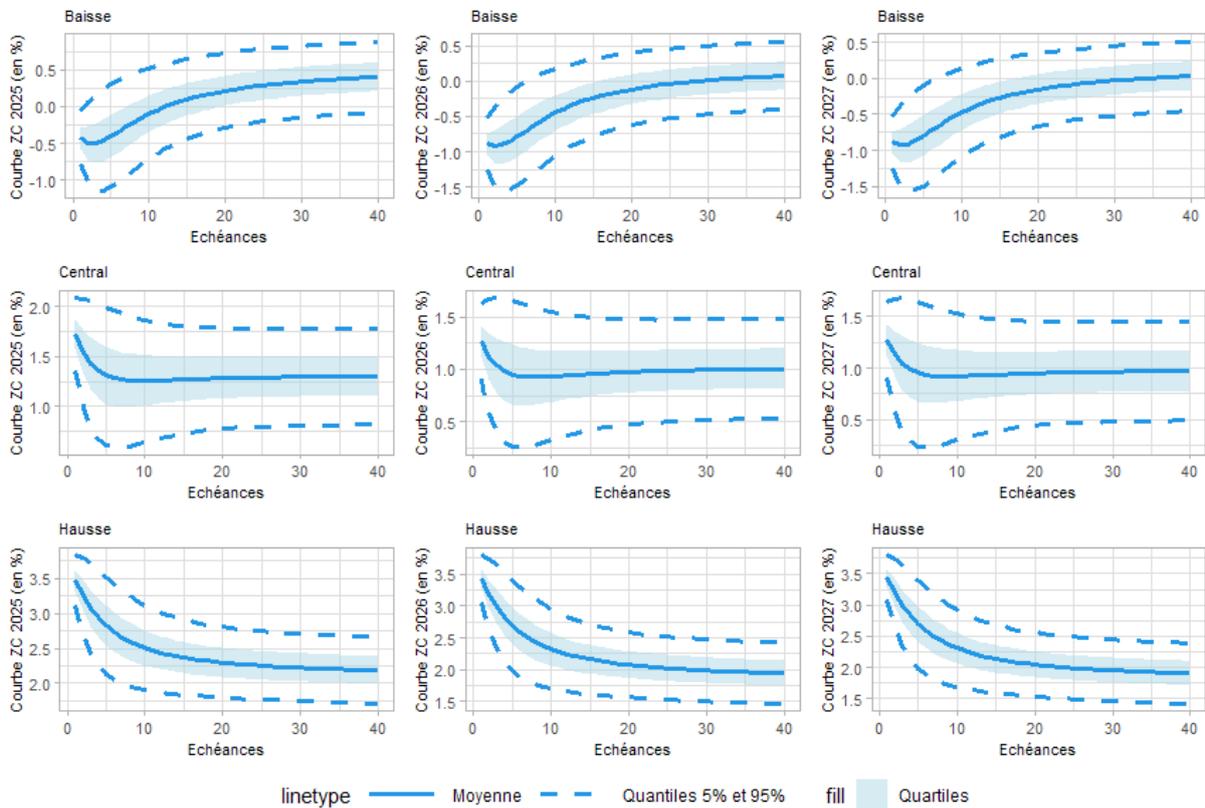
## Figures des variables immobilières



## Courbes des taux zéro coupon de 2022 à 2024



## Courbes des taux zéro coupon de 2025 à 2027



Les variables actions (prix et dividendes) sont caractérisées par une composante aléatoire importante qui conduit à un large faisceau de diffusion au terme de la projection. Le rendement des actions et la croissance du dividende sont faiblement mais positivement corrélés à l'inflation. Les prix des actions diminuent en moyenne lorsque l'inflation augmente et inversement. Si bien que dans les scénarios envisagés les actions octroient en moyenne sur le long terme un rendement positif, qui est plus important dans les scénarios les plus inflationnistes.

Les variables immobilières (prix et loyers) se contractent dans les scénarios où l'inflation est plus forte, du fait de la hausse des taux qui l'accompagne. Les loyers étant positivement corrélés à l'inflation, le rendement des investissements immobiliers s'apprécie dans les scénarios les plus inflationnistes. La composante aléatoire est importante mais tout de même deux fois moindre que pour les actions.

Deux facteurs induisent de l'incertitude autour de la valeur d'un taux : son échéance et sa proximité avec un point d'inflexion. Le bruit qui entoure les taux s'intensifie avec l'échéance (plus l'échéance du taux est lointaine plus celui-ci présente de l'incertitude) du fait que la volatilité du taux long est très supérieure à celle du taux court. Par ailleurs, le bruit porté par le paramètre de courbure conduit à une volatilité accrue au niveau du point d'inflexion qui traduit l'incertitude quant à l'agenda de la politique monétaire. Ce point où la courbure s'annule en changeant de signe, occasionnant une rupture de pente, se situe entre les échéances 4 et 10 ans dans la plupart des courbes simulées. Les assureurs non-vie détenant de nombreuses obligations dont les maturités se situent entre 4 et 10 ans, la valeur de marché de leur portefeuille obligataire se retrouve plus fortement sujette à variation du fait de cet effet. Le point où la monotonie de la courbe s'inverse (passant de décroissante à croissante) matérialise le moment du « retour à la normale » et se rapproche des échéances courtes d'autant plus précocement que l'inflation décroît rapidement. Il apparaît dès 2024 dans le scénario de faible inflation. Dans les trois scénarios, les courbes des taux n'évoluent pratiquement pas entre 2025 à 2027 car le niveau de l'inflation est stable entre ces trois années. Le rendement obligataire est plus élevé dans les scénarios où l'inflation est plus forte car le taux de coupon des obligations nouvellement émises augmente. Le prix des obligations détenues en portefeuille diminue d'autant plus que les taux sont plus hauts.

## 5.3 Étude d'impact sur l'Actif

### 5.3.1 Structure et caractéristiques des placements après mise en transparence

Les proportions en valeur de marché de chaque classe d'actifs montrent que les assureurs non-vie français détiennent principalement des actions et des obligations. Les actions (y compris participations) représentaient 37 % de la valeur totale de leurs placements fin 2022. Les obligations représentaient quant à elles 54 % de la valeur totale de leurs placements dont 19 % en représentation d'obligations souveraines. La plupart des actions et des obligations d'entreprises est détenue indirectement via des fonds d'investissement. Les assureurs non-vie présentent la caractéristique notable de détenir une part d'actions plus importante que les assureurs vie ou à l'activité mixte.

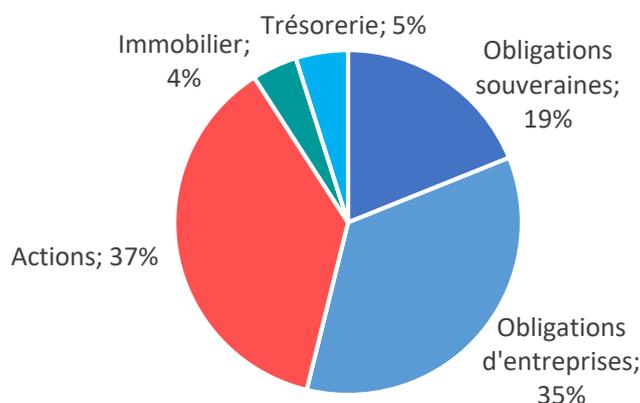


Figure 5.3.1-a : Allocation par classe d'actifs des investissements des assureurs non-vie fin 2022 après mise en transparence des OPC

Les assureurs non-vie français détiennent essentiellement des titres obligataires arrivant échéances dans les 10 prochaines années. L'échéancier obligataire est plus court que celui des assureurs ayant une activité vie ou mixte qui ont aussi des engagements plus longs.

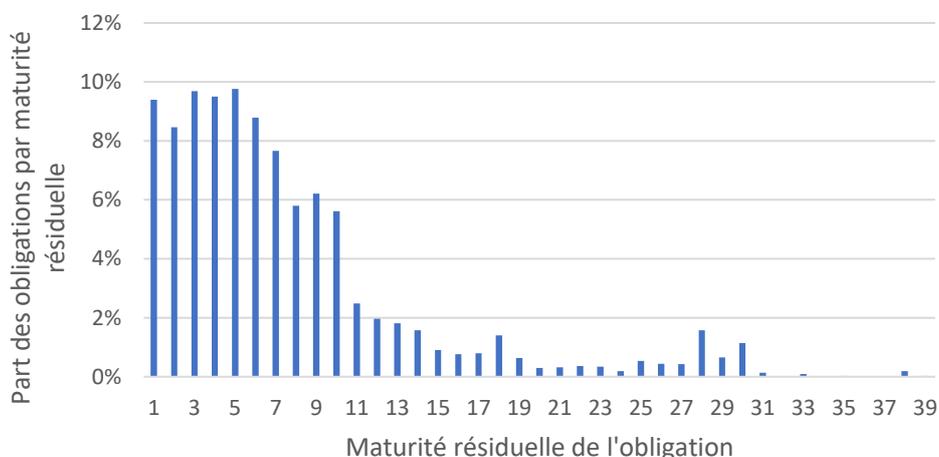
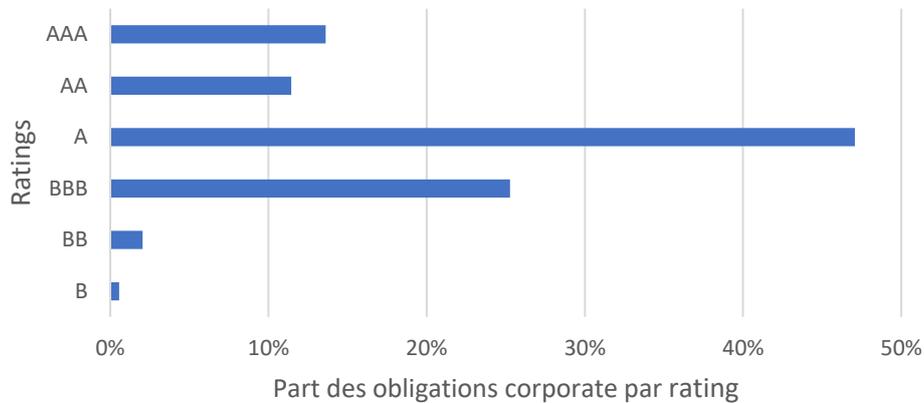


Figure 5.3.1-b : Proportion de la valeur nette comptable du portefeuille obligataire par maturité résiduelle des assureurs non-vie fin 2022 après mise en transparence des OPC

Les assureurs non-vie détiennent très peu d'obligations *high yield* (*rating* < *BBB*). La moitié de leurs obligations *corporate* sont notées *A*, un quart sont notées *BBB* et un quart sont notées *AA* ou *AAA*.

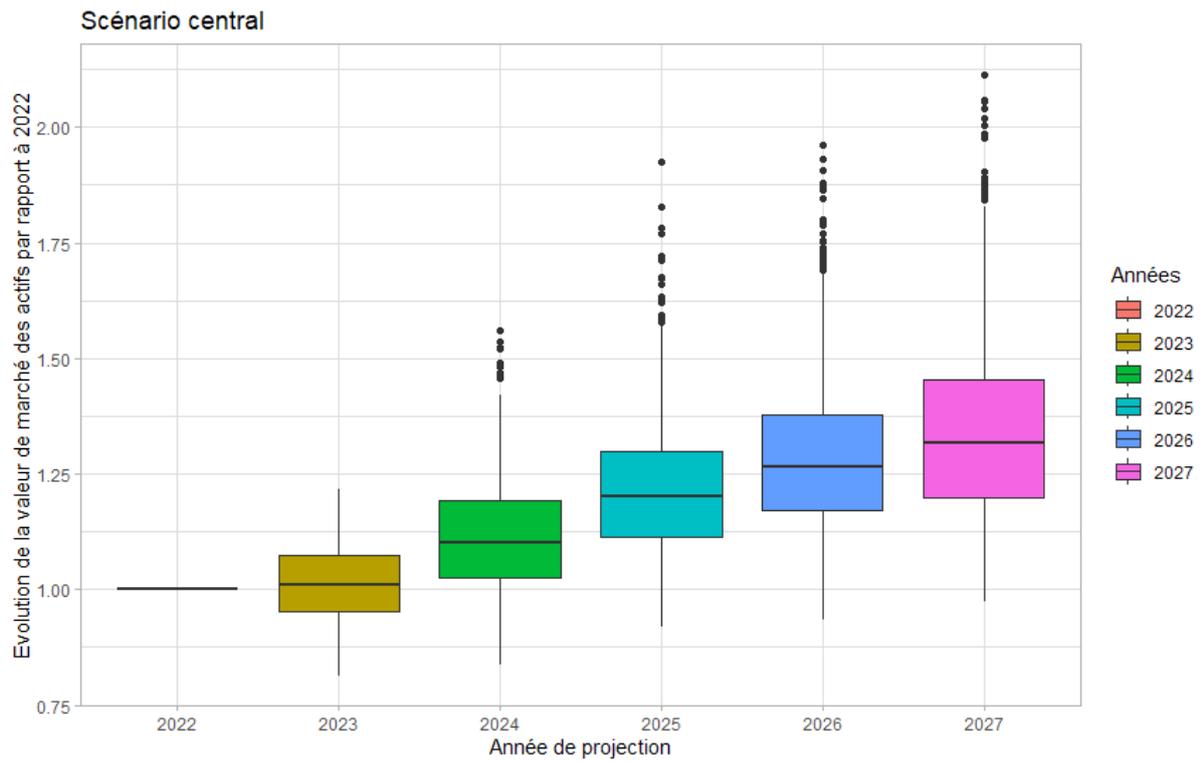


**Figure 5.3.1-c : Proportion de la valeur nette comptable des obligations *corporate* par *rating* des assureurs non-vie fin 2022 après mise en transparence des OPC**

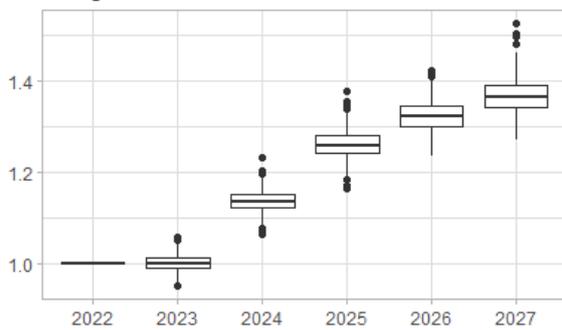
De par sa structure, l'Actif des assureurs non-vie est avant tout sensible aux variations de l'indice action et des taux pour les échéances allant de 1 à 10 ans.

### **5.3.2 Évolution de la valeur de marché des placements dans les trois scénarios d'inflation**

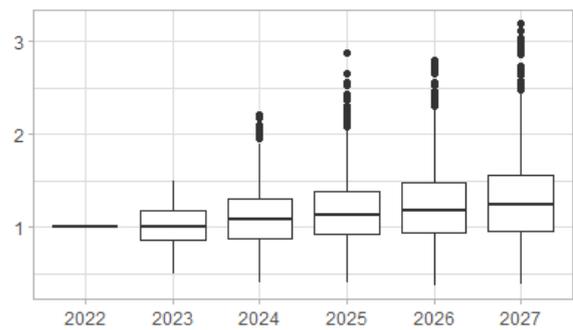
Les sorties du GSE pour les trois scénarios d'inflation étudiés ont été utilisées pour recalculer l'ensemble des valeurs de marché des actifs. Les figures de boîte à moustaches ci-dessous représentent la distribution des évolutions de la valeur de marché du total des placements et de chaque classe d'actifs par rapport aux valeurs fin 2022. Les frontières inférieure et supérieure de la boîte correspondent aux premier et troisième quartiles de la distribution. La barre centrale représente la médiane. Les moustaches s'étendent sur une distance de 1,5 fois l'intervalle interquartile depuis les frontières de la boîte. Les points excentrés au-delà de l'extrémité des moustaches sont représentés individuellement.



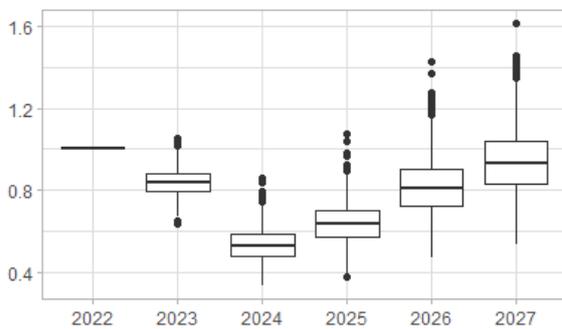
Obligations



Actions



Immobilier



Trésorerie

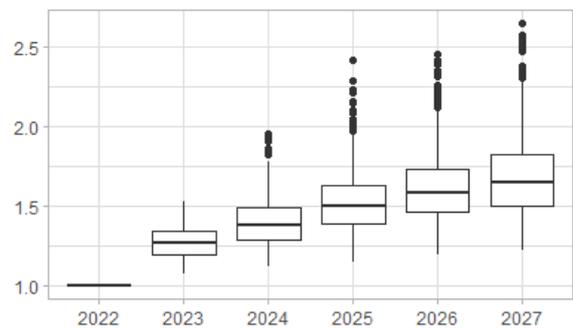


Figure 5.3.2-a : Évolution de la valeur de marché dans le scénario central

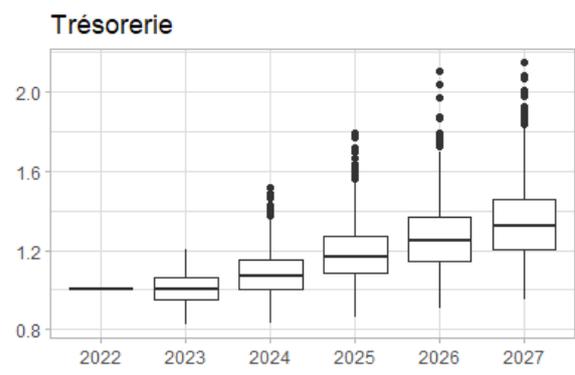
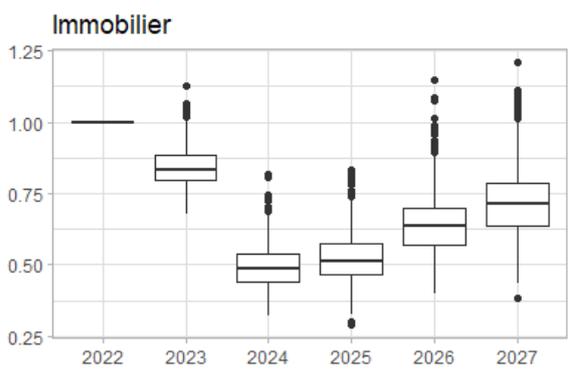
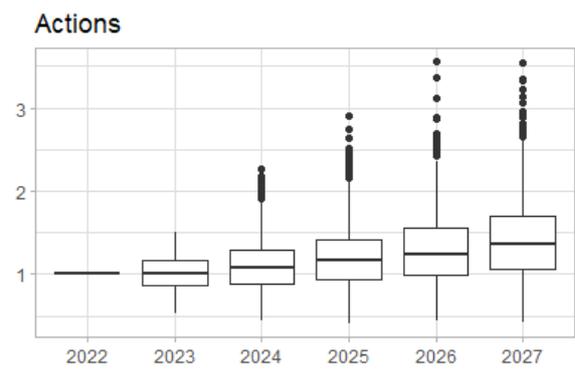
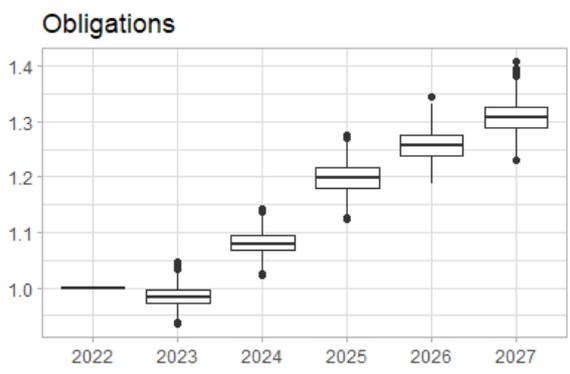
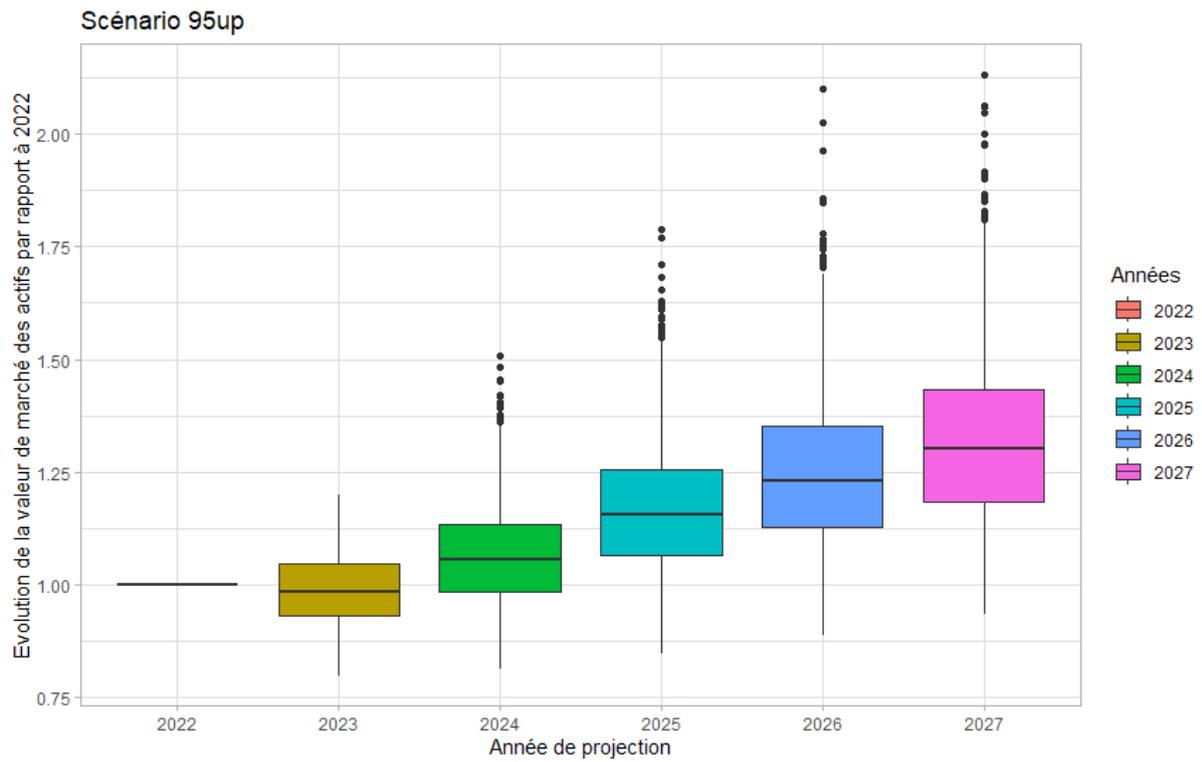
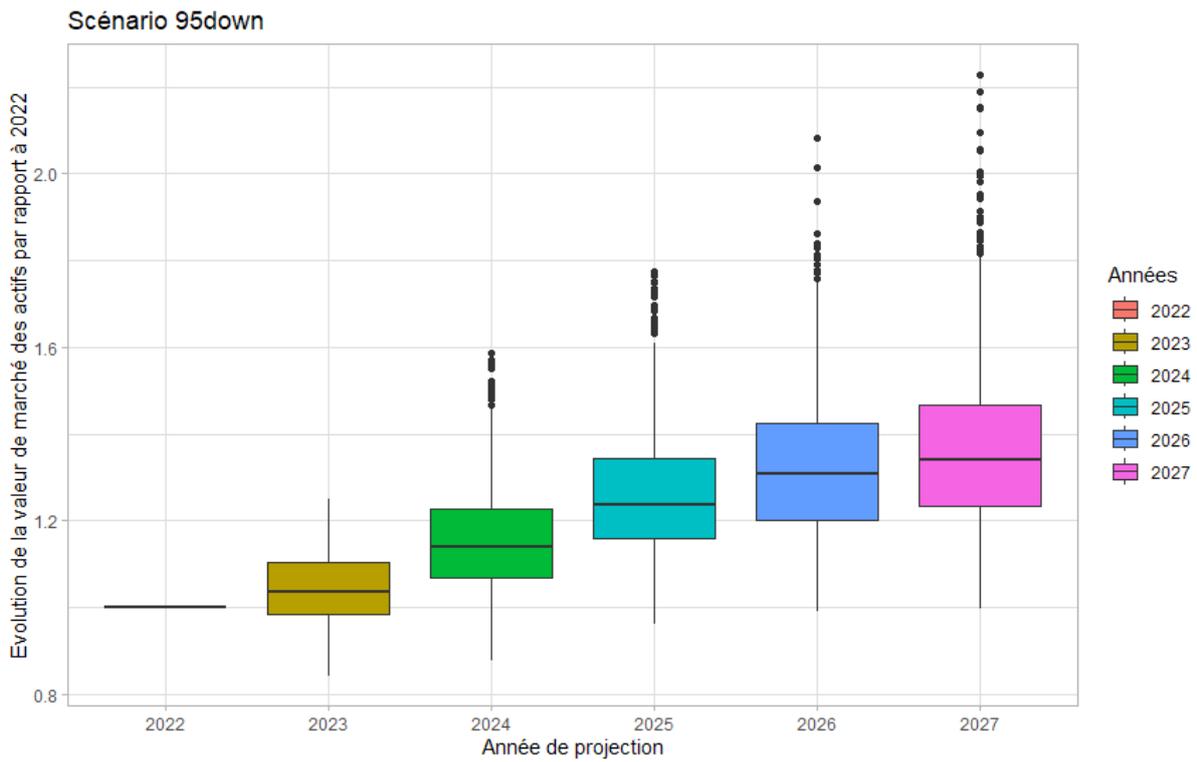
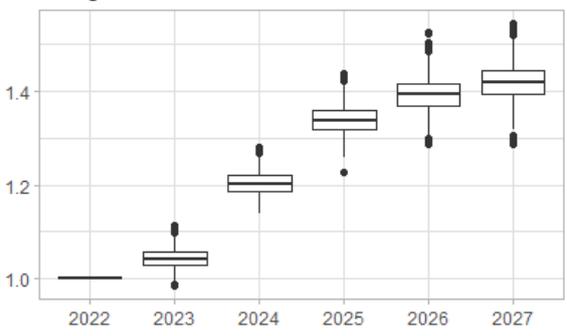


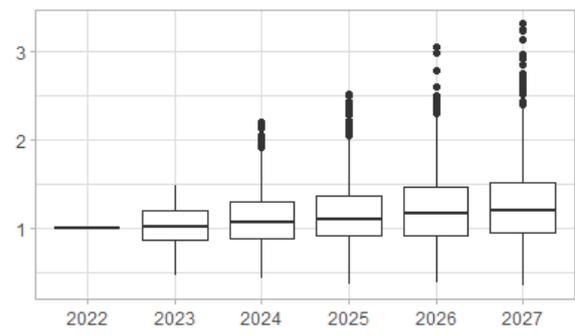
Figure 5.3.2-b : Évolution de la valeur de marché dans le scénario d'inflation élevée



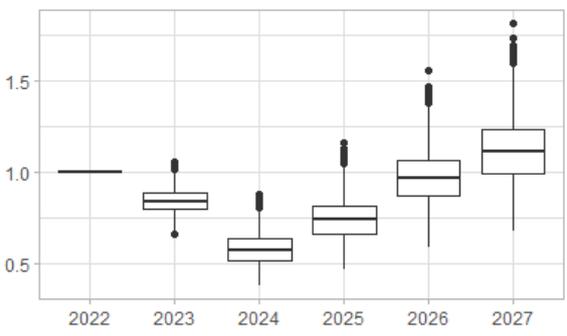
Obligations



Actions



Immobilier



Trésorerie

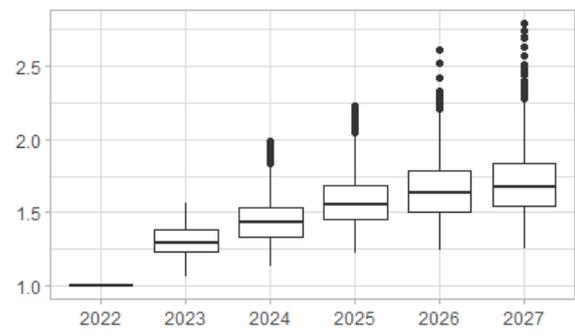


Figure 5.3.2-c : Évolution de la valeur de marché dans le scénario d'inflation faible

La valorisation du portefeuille obligataire (coupons réinvestis) se déprécie en 2023 dans le scénario où l'inflation poursuivrait sa hausse en 2023. Cette valorisation est stable dans le scénario où la prévision de fin 2022 se réaliserait. Enfin, celle-ci s'apprécie dans le cas où l'inflation serait jugulée plus promptement qu'attendue. Par la suite, la valeur des obligations croît chaque année jusqu'en 2027, du fait de la baisse des taux. Plus le scénario présente une inflation faible plus les obligations prennent de la valeur.

Dans le scénario d'inflation élevée, la valeur du portefeuille obligataire fin 2027 serait supérieure de 29 % à 33 % à sa valeur fin 2022, avec une probabilité de 50 %. Dans le scénario central, elle serait supérieure de 34 % à 39 % et dans le scénario d'inflation faible de 39 % à 44 %.

La valeur des actions (dividendes réinvestis) s'apprécie en moyenne en 2023 quel que soit le scénario. Elle s'apprécie plus si le scénario présente une inflation plus faible. Elle continue à s'apprécier en moyenne jusqu'en 2027 et ce d'autant plus que le scénario présente une inflation élevée.

Dans le scénario d'inflation élevée, la valeur des actions varierait entre +6 % et +69 % entre 2022 et 2027, avec une probabilité de 50 %. Dans le scénario central, elle varierait entre -4 % et +57 % et dans le scénario d'inflation faible entre -6 % et +52 %.

La valeur des actifs immobiliers (loyers réinvestis) se resserre jusqu'en 2024 dans les trois scénarios, avant de se redresser. Elle ne retrouve en moyenne le niveau de fin 2022 que dans le scénario d'inflation faible.

Dans le scénario d'inflation élevée, la valeur des actifs immobiliers fin 2027 serait inférieure de -36 % à -23 % à sa valeur fin 2022, avec une probabilité de 50 %. Dans le scénario central, elle varierait entre -17 % et +4 % et dans le scénario d'inflation faible entre -1 % et +23 %.

Les fluctuations de la valeur de la trésorerie ne sont pas directement interprétables, cette dernière jouant le rôle de variable d'ajustement dans le modèle. Chacun constatera qu'il est intéressant pour les assureurs de détenir des actifs cessibles immédiatement et dont la valeur est peu sensible aux mouvements de taux (cash, compte à terme et obligations de courte durée) pour pouvoir faire face à leurs engagements sans avoir à céder des obligations ou des actifs immobiliers en moins-values latentes.

La valorisation totale des placements se déprécie de 1 % en moyenne en 2023 dans le scénario où l'inflation poursuivrait sa hausse en 2023, s'apprécie de 2 % dans le scénario où la prévision de fin 2022 se réaliserait et de 4 % dans le cas où l'inflation serait jugulée plus promptement qu'attendue. Par la suite, la valeur des placements croît chaque année jusqu'en 2027 quel que soit le scénario. Plus le scénario présente une inflation faible plus les placements prennent de la valeur sous l'effet de la baisse des taux qui vient augmenter la valeur des obligations et des actifs immobiliers. L'écart de valorisation se resserre toutefois dans le temps du fait des classes action et monétaire dont le rendement est rehaussé lorsque le niveau de l'inflation est élevé. Tant et si bien que la valeur totale des placements fin 2027 est assez proche dans chaque scénario.

Dans le scénario d'inflation élevée, la valeur des placements fin 2027 serait supérieure de 18 % à 43 % à sa valeur fin 2022, avec une probabilité de 50 %. Dans le scénario central, elle serait supérieure de 20 % à 45 % et dans le scénario d'inflation faible de 24 % à 47 %. Ces chiffres sont à relativiser, sur l'année 2022 la valeur des placements des assureurs non-vie a diminué de -9 %, il s'agit donc en partie d'un effet rattrapage du fait d'un retour des taux vers leurs valeurs de 2021. Rappelons par ailleurs qu'il a été fait l'hypothèse que le résultat de l'année est intégralement réinvesti.

## 6 Quantifier l'impact de la nouvelle conjoncture inflationniste sur le Passif des assureurs non-vie

### 6.1 Méthodologie de projection des provisions techniques non-vie

#### 6.1.1 Présentation des données sur les engagements

Les projections des flux de trésorerie futurs correspondant à l'ensemble du portefeuille d'engagements en non-vie, utilisées dans le calcul du *Best Estimate* des provisions techniques non-vie sont reportées dans l'état S.18.01. Les reportings annuels des entités individuelles arrêtés au 31/12/2022 ont été utilisés. Cet état contient l'ensemble des flux de trésorerie bruts de réassurance et non actualisés. Tous les flux libellés en monnaies différentes sont pris en compte et convertis en euros. Les entrées et les sorties sont reportées séparément. Les flux sont distingués de l'année 1 jusqu'à l'année 30 et groupés en un seul montant au-delà.

	Meilleure estimation des provisions pour primes (Brut)				Meilleure estimation des provisions pour sinistres (Brut)				Réassurance (après l'ajustement)
	Sorties de trésorerie		Entrées de trésorerie		Sorties de trésorerie		Entrées de trésorerie		
	Prestations futures	Dépenses futures	Primes futures	Autres entrées	Prestations futures	Dépenses futures	Primes futures	Autres entrées	
Année									
1									
...									
30									
31 et suivants									

Les sorties de trésorerie futures sont estimées par l'assureur et intègrent une hypothèse d'évolution de l'inflation future des sinistres et des frais. Les méthodes et hypothèses conduisant à l'estimation implicite ou explicite de l'inflation future des sinistres et des frais ne sont pas renseignées dans les reportings prudentiels.

#### 6.1.2 Méthode de projection de la Meilleure Estimation

Pour recalculer le *Best Estimate* sur l'horizon de projection en cohérence avec le scénario d'inflation retenu, la trajectoire d'inflation est utilisée pour inflater les flux sortants. L'ensemble des flux est ensuite actualisé via les courbes des taux sans risque obtenues en sortie du GSE. En réalité, l'inflation des sinistres et des frais est différente de la variation de l'IPCH. Estimer la part de la hausse des sinistres et des frais imputables au seul effet inflationniste est une tâche très difficile. Les données à disposition ne permettent pas de la quantifier. À partir des données

prudentielles entre 2016 et 2022 (voir Figure 1.2), il est tout au plus possible d'estimer que la croissance des sinistres et des frais sur les branches d'assurance non-vie a été environ deux fois supérieure à la variation de l'IPCH cumulée sur la période (estimation réalisée à partir des reportings S.05.01 des entités individuelles entre 2016 et 2022). Cependant de nombreux effets à dissocier du pur effet inflationniste ont conduit à cet accroissement des charges pour les assureurs.

Chaque année le *Best Estimate* est calculé à partir du nouvel échéancier des flux espérés et de la courbe des taux sans risque fournie par l'EIOPA. L'étude d'impact menée se place dans le cadre où l'échéancier de flux serait le même chaque année (même souscription et mêmes primes d'années en années), seule une correction relative à l'inflation observée et la courbe des taux viennent modifier le *Best Estimate*. Les engagements ne sont pas en *run off* mais l'hypothèse est faite qu'ils sont reconstitués à l'identique chaque année afin de simplifier l'analyse en évitant d'introduire d'autres effets que ceux de l'inflation et des taux.

Les flux de trésorerie futurs renseignés dans le S.18.01 intègrent une hypothèse d'évolution de l'inflation. Il a été considéré que cette hypothèse est reconduite à l'identique chaque année pour le nouveau calcul, autrement dit, que la structure des flux anticipés reste la même. Les flux sortants espérés sont réajustés chaque année en fonction de l'inflation des charges sur l'année que l'on suppose égale à la variation de l'IPCH. Il a également été fait l'hypothèse que les tarifs n'évoluent pas, si bien que, les entrées de trésorerie sont constantes dans le temps.

À chaque pas de projection les flux sont ajustés de la manière suivante.

$$\forall 2023 \leq t \leq 2027, \forall 1 \leq k \leq 31, Flux\ Sortant(t, k) = \prod_{j=2023}^t (1 + I_j) Flux\ Sortant(2022, k)$$

$$\forall 2023 \leq t \leq 2027, \forall 1 \leq k \leq 31, Flux\ Entrant(t, k) = Flux\ Entrant(2022, k)$$

Le *Best Estimate* est modifié du fait de l'inflation des flux sortants et de la modification de la courbe des taux sans risque.

$$BE(t) = \sum_{k=1}^{31} \frac{Flux\ Sortant(t, k) - Flux\ Entrant(t, k)}{(1 + R(t, k))^k}$$

## 6.2 Étude d'impact sur le Passif

### 6.2.1 Échéancier des flux de trésorerie

L'échéancier ci-dessous représente le cadencement des flux de trésorerie futurs entrants et sortants pour l'ensemble des engagements non-vie pris par tous les assureurs du marché. Le marché de l'assurance non-vie se caractérise par des engagements et des cadences de règlement assez courts, bien que certaines branches d'activité comme la responsabilité décennale de l'assurance construction peuvent présenter des cadences de règlement très longues, mais ces branches ont un poids assez faible à l'échelle du marché. Ainsi 32 % des flux sortants s'écoulent en un an, 60 % au bout de trois ans et 87 % au bout de dix ans.

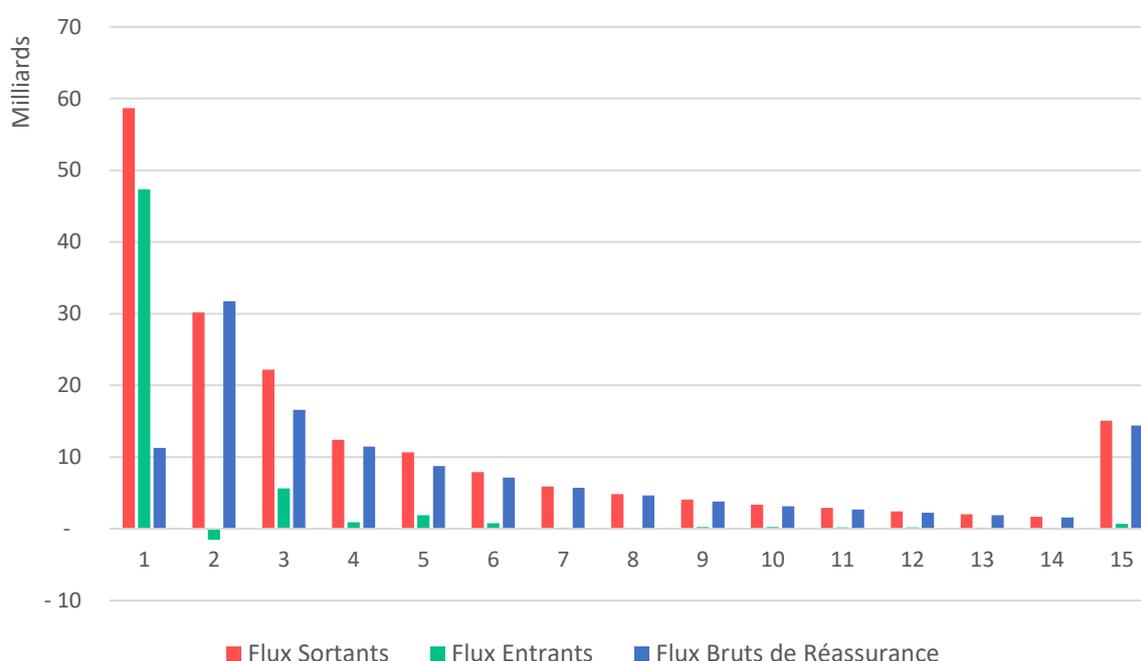


Figure 6.2.1: Échéancier des flux de trésorerie futurs entrants et sortants pour des engagements non-vie

De par la structure de leurs engagements, les assureurs non-vie ont des provisions techniques avant tout sensible aux variations des taux pour les échéances allant de 1 à 10 ans.

### 6.2.2 Évolution de la Meilleure Estimation des provisions techniques non-vie dans les trois scénarios d'inflation

Les trajectoires d'inflation et les courbes des taux sans risque en sortie du GSE pour les trois scénarios d'inflation étudiés ont été utilisées pour recalculer le *Best Estimate* entre 2022 et 2027. Les figures ci-dessous représentent la distribution de l'évolution de la valeur des provisions techniques non-vie par rapport à fin 2022. La barre en pointillés rouge indique la position du *Best Estimate* suite à la correction de l'inflation des charges. La boîte à moustaches signale les points remarquables (décrits en section 5.3.2) de la distribution des *Best Estimate* après actualisation par les courbes des taux sans risque associées au scénario d'inflation.

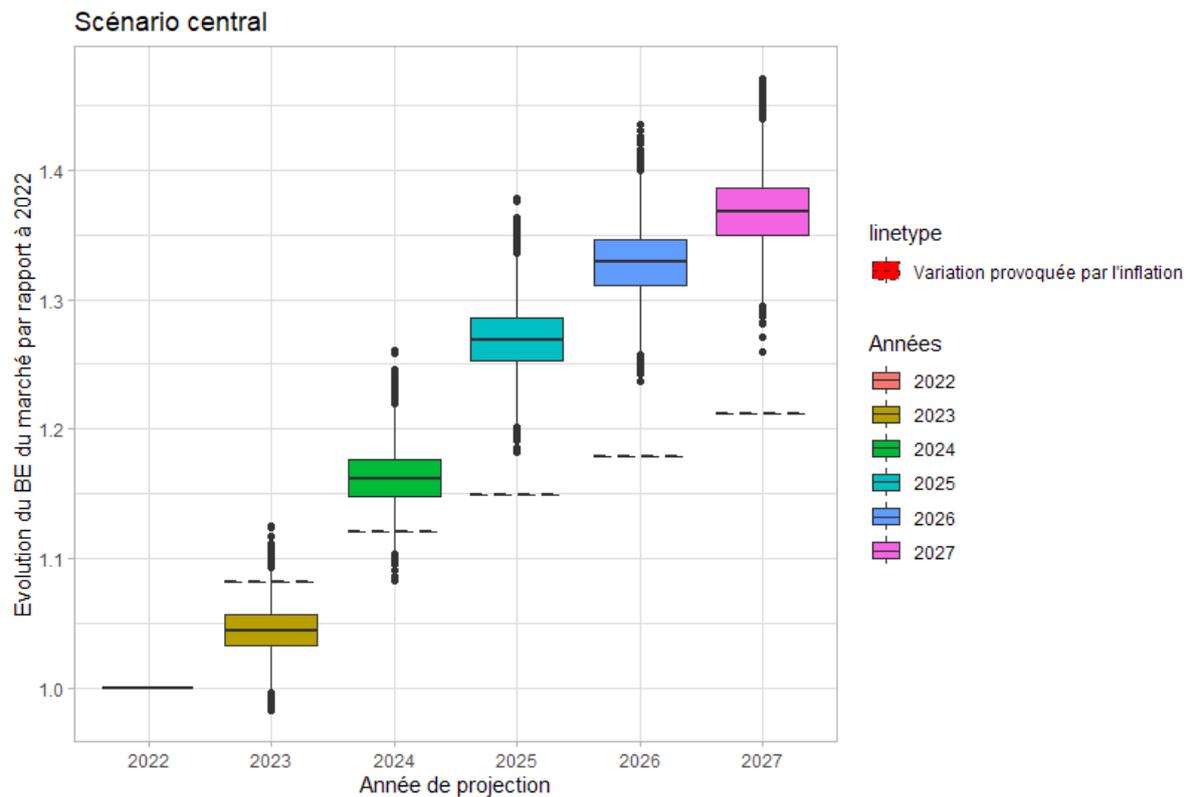


Figure 6.2.2-a : Évolution de la Meilleure Estimation des provisions techniques non-vie dans le scénario central

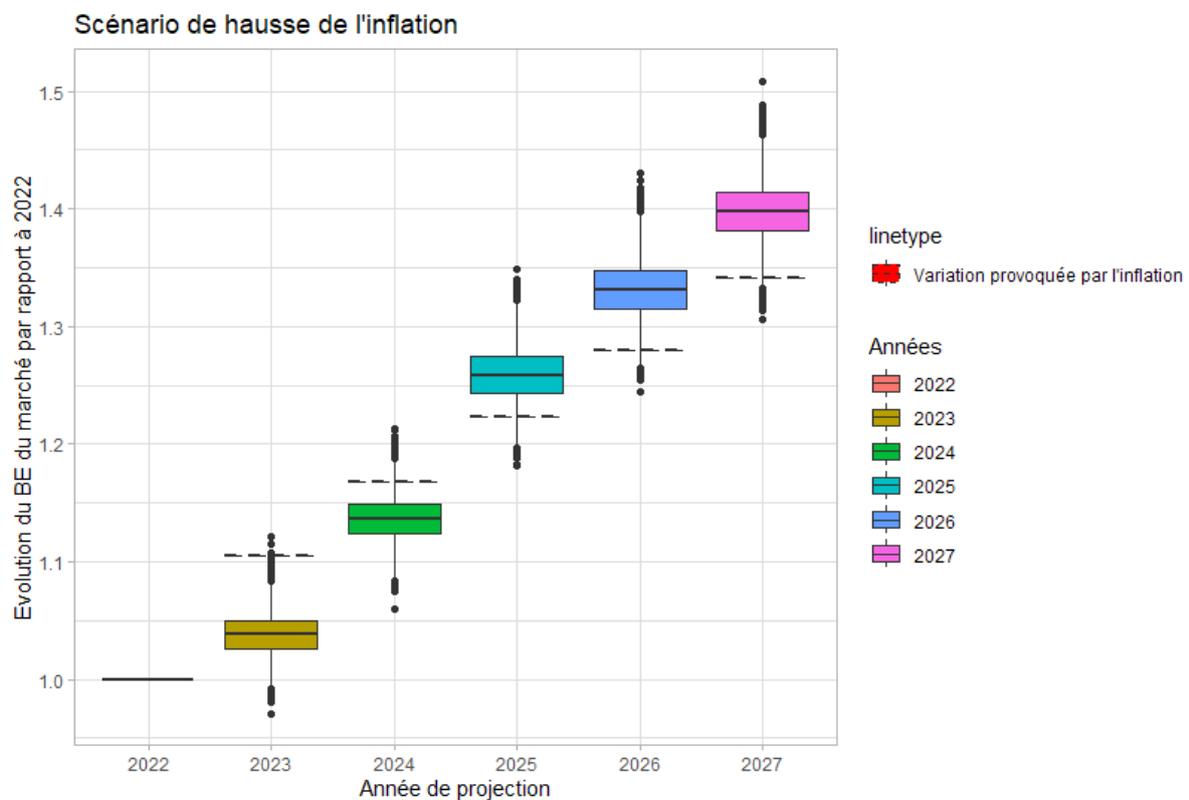
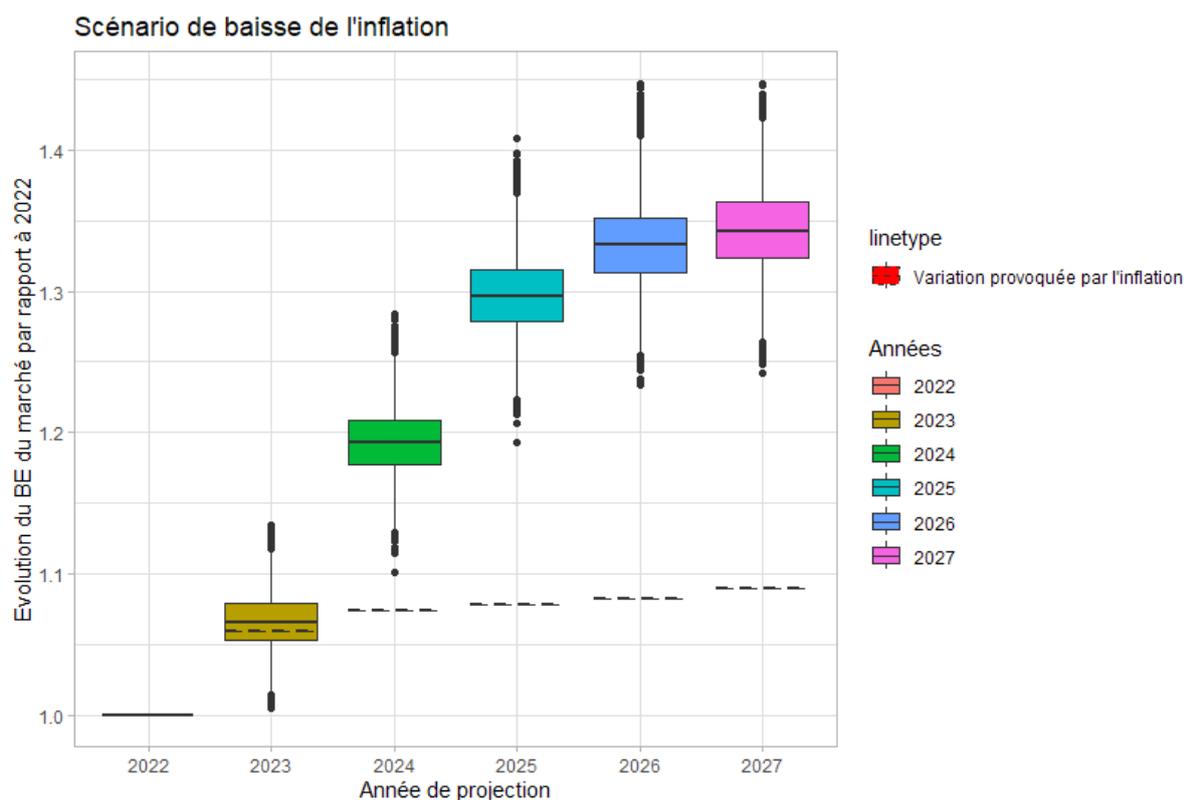


Figure 6.2.2-b : Évolution de la Meilleure Estimation des provisions techniques non-vie dans le scénario d'inflation forte



**Figure 6.2.2-c : Évolution de la Meilleure Estimation des provisions techniques non-vie dans le scénario d'inflation faible**

L'impact cumulé sur cinq ans de l'inflation conduit à rehausser la Meilleure Estimation des provisions techniques non-vie en 2027 de 21 % par rapport à sa valeur fin 2022 dans le scénario central. La hausse est de 34 % dans le scénario d'inflation forte et de 9 % dans le scénario d'inflation faible.

La hausse des taux qui accompagne l'inflation vient en moyenne réduire l'effet négatif sur la Meilleure Estimation de cette dernière de -4 % en 2023 dans le scénario central. La Meilleure Estimation est réduite de -7 % en 2023 et -3 % en 2024 du fait de la hausse des taux dans le scénario d'inflation forte. Dans tous les scénarios, la baisse des taux qui survient une fois la baisse de l'inflation amorcée, conduit à réévaluer la Meilleure Estimation en forte hausse.

Jusqu'en 2025, la Meilleure Estimation est supérieure dans le scénario d'inflation faible à cause de l'amorçage plus précoce de la baisse des taux. En 2026, la distribution est assez similaire dans les trois scénarios. En 2027, les rapports s'inversent, c'est finalement le scénario le plus inflationniste qui conduit à la plus forte hausse de la Meilleure Estimation. La hausse serait en 2027, avec une probabilité de 50 %, entre 35 % et 39 % dans le scénario central, entre 38 % et 41 % dans le scénario d'inflation forte et entre 32 % et 36 % dans le scénario d'inflation faible, à la fois sous l'effet des taux et de l'inflation.

À la différence du résultat d'actualisation qui n'est valable qu'à un instant donné, la conséquence inflationniste est pérenne et se cumule dans le temps. Ainsi, l'effet compensatoire de la hausse des taux qui accompagne la hausse de l'inflation finit par disparaître. La surcharge non anticipée occasionnée par l'inflation ne peut être compensée durablement que par une hausse des tarifs ou des actions pour réduire les coûts. Néanmoins, grâce à la hausse des taux d'intérêt, l'assureur a la possibilité d'augmenter progressivement ses tarifs, du fait de l'effet

compensatoire sur la valorisation de ses provisions techniques et du surplus de rendement financier qu'il peut tirer du réinvestissement dans des actifs à plus fort rendement. Le scénario d'inflation forte montre qu'une sous-estimation durable de l'inflation future de ses charges peut conduire un assureur à enregistrer chaque année un mali important.

## 6.3 Impact d'une modélisation stochastique de l'inflation future pour le calcul de la Meilleure Estimation

### 6.3.1 Sans choc inflationniste exogène

La Meilleure Estimation des provisions techniques est déterminée en actualisant les flux futurs espérés par l'intermédiaire de la courbe sans risque de l'EIOPA. Les flux futurs espérés intègrent une conjoncture d'inflation. Le plus souvent l'hypothèse qui est faite par les compagnies d'assurance est que l'inflation est constante égale à 2 %. En réalité, l'inflation a été en moyenne inférieure à 2 % mais a pu atteindre des pics bien supérieurs à 2 % lors de chocs inflationnistes.

$$BE(t) = \sum_{k=1}^{+\infty} \frac{Flux\_Espérés(t, k)}{(1 + RFR(t, k))^k}$$

Dans cette section, il est proposé de mesurer l'impact, sur la Meilleure Estimation, d'une modélisation de l'inflation par un processus aléatoire. La construction du modèle stochastique utilisé a été décrite au chapitre 4. Il s'agit d'un modèle à changement de régimes *ESTAR* avec un paramètre de souplesse  $\gamma = 1$  et un seuil de changement de régime  $K = 2$  %. La Meilleure Estimation est recalculée par la méthode de Monte Carlo à partir des simulations stochastiques.

Concrètement, la formule qui suit a été utilisée pour calculer les provisions techniques sous chaque scénario stochastique.

$$BE_{Simul\ i}(2022) = \sum_{k=1}^{31} \frac{Flux\ Sortant(2022, k) \frac{\prod_{j=1}^k (1 + Inflation_{Simul\ i}(j))}{(1 + 0,02)^k} - Flux\ Entrant(2022, k)}{(1 + RFR(2022, k))^k}$$

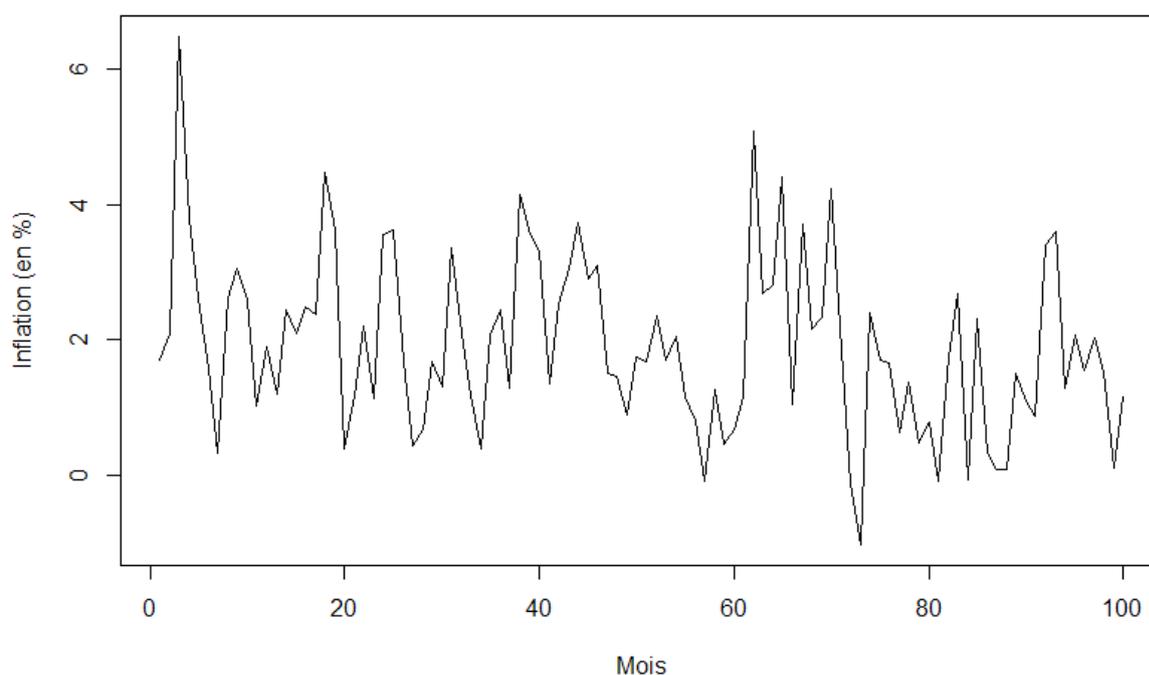
La moyenne des scénarios est retenue comme la Meilleure Estimation.

$$BE_{Recalc}(2022) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N BE_{Simul\ i}(2022)$$

La Meilleure Estimation recalculée de la sorte à partir de 10 000 simulations stochastiques est inférieure de -1,9 % à la Meilleure Estimation calculée sans retraitement.

### 6.3.2 Avec un choc exogène

Un choc à effet rémanent d'amplitude 5 %, décroissant de 50 % par an est maintenant ajouté au modèle stochastique. La table ci-dessous montre les bonis/malis sur les provisions techniques 2022 en fonction de l'année de survenance du choc inflationniste.



**Figure 6.3.2 : Simulation d'une trajectoire de l'inflation mensuelle sur 100 mois avec apparition d'un choc la troisième année**

Année de survenance du choc	1	2	3	4	5	6
bonis/malis (en %)	-9.4	-5.8	-3.7	-2.6	-1.5	-0.9
Année de survenance du choc	7	8	9	10	11	12
bonis/malis (en %)	-0.4	-0.1	0.3	0.4	0.6	0.9
Année de survenance du choc	13	14	15	16	17	18
bonis/malis (en %)	1.0	1.1	1.2	1.2	1.3	1.4
Année de survenance du choc	19	20	21	22	23	24
bonis/malis (en %)	1.3	1.6	1.5	1.4	1.6	1.4
Année de survenance du choc	25	26	27	28	29	30
bonis/malis (en %)	1.6	1.6	1.8	1.6	1.5	1.8

**Table 6.3.2 : Écarts entre la Meilleure Estimation recalculée et la Meilleure Estimation reportée en fonction de l'année de survenance du choc inflationniste modélisé**

Les résultats obtenus dans cette section montrent que faire l'hypothèse que l'inflation sera constante égale à 2 % pour le calcul de la Meilleure Estimation des provisions techniques aboutit à un résultat proche de celui obtenu en recourant au modèle proposé et en calculant la Meilleure Estimation par la méthode de Monte Carlo. L'apparition d'un choc inflationniste inattendu peut occasionner un mali important sur la provision constituée par la compagnie d'assurance. Il reste toutefois assez modique si le choc survient au-delà de quatre ans de la date d'arrêt. Présupposer que l'inflation sera constante égale à 2 % est donc une convention simple qui paraît suffisamment précise voire prudente.

# 7 Résultats de l'impact croisé de la nouvelle conjoncture inflationniste sur l'Actif et le Passif des assureurs non-vie

## 7.1 Méthodologie de projection de l'excédent d'Actif sur Passif

Dans les chapitres cinq et six a été étudié la résultante de trois scénarios d'évolution de l'inflation séparément sur l'Actif et le Passif. Dans ce chapitre, on s'intéresse à l'impact croisé pour l'assureur, en projetant l'indicateur de l'excédent d'Actif sur Passif.

Les différents postes du bilan prudentiel sont reportés dans le S.02.01. Les analyses menées aux deux chapitres précédents portent sur les investissements et les provisions techniques brutes. Pour projeter l'excédent d'Actif sur Passif, il est postulé que les autres postes de l'Actif et du Passif restent constants dans le temps. C'est une hypothèse forte, notamment en ce qui concerne la réassurance et la dette subordonnée qui sont fortement sensibles à l'inflation et aux taux. Cela permet cependant de donner une idée de l'évolution de l'excédent d'Actif sur Passif.

Une mise à l'échelle est nécessaire pour tenir compte des postes qui ne sont pas projetés mais aussi pour tenir compte des écarts qui existent entre les états réglementaires. En effet, le montant total des investissements reporté dans le S.02.01 ne correspond pas exactement à la somme des valeurs de marché de toutes les lignes du S.06.02 Il existe un écart entre le montant des provisions techniques brutes reporté dans le S.02.01 et celui qui a été calculé à partir du S.18.01 pour deux raisons : d'une part le cadencement des flux s'arrête à 30 ans et tous les flux suivants ont donc dû être actualisés au taux à échéance dans 31 ans et d'autre part la courbe des taux utilisée pour actualiser ne correspond pas exactement à la courbe des taux de l'EIOPA.

Il est supposé que la valeur de marché des investissements varie comme celle du total des placements reportés dans le S.06.02, que la valeur de la Meilleure Estimation des provisions techniques varie comme celle de la Meilleure Estimation calculée à partir du S.18.01 et que tous les autres postes du bilan prudentiel restent inchangés, de sorte que les formules suivantes ont été utilisées pour projeter les valeurs totales de l'Actif et du Passif.

$$\text{Total Actif}(t) = \text{Total Actif}_{S02}(2022) - \text{Investissements}_{S02}(2022) + VM_{S06}(t) \frac{\text{Investissements}_{S02}(2022)}{VM_{S06}(2022)}$$

$$\text{Total Passif}(t) = \text{Total Passif}_{S02}(2022) - BE_{S02}(2022) + BE_{S18}(t) \frac{BE_{S02}(2022)}{BE_{S18}(2022)}$$

Les ratios suivants ont été obtenus à partir des états S.02.01 arrêtés au 31/12/2022.

$\text{Investissements}_{S02}(2022)/\text{Total Actif}_{S02}(2022)$	78 %
$BE_{S02}(2022)/\text{Total Passif}_{S02}(2022)$	69%

Les formules prennent la forme qui suit.

$$\text{Total Actif}(t) = \text{Total Actif}_{S02}(2022) \left( 0,22 + 0,78 \frac{VM_{S06}(t)}{VM_{S06}(2022)} \right)$$

$$\text{Total Passif}(t) = \text{Total Passif}_{\text{S02}}(2022) \left( 0,31 + 0,69 \frac{\text{BE}_{\text{S18}}(t)}{\text{BE}_{\text{S18}}(2022)} \right)$$

Une part plus importante du Passif sera figée dans la projection par rapport à l'Actif. Cette part du Passif laissée statique est en réalité sensible aux variations de taux au même titre que la Meilleure Estimation. La hausse de la valeur du Passif sera par conséquent plus sous-estimée que celle de l'Actif.

## 7.2 Étude d'impact sur l'excédent d'Actif sur Passif

Les trajectoires d'évolutions de la Meilleure Estimation des provisions techniques et de la valeur de marché des investissements établies pour les trois scénarios d'inflation étudiés ont été utilisées pour recalculer l'excédent d'Actif sur Passif entre 2022 et 2027.

La moyenne, la médiane et les quantiles 10 % et 90 % des évolutions distinctes de la Meilleure Estimation des provisions techniques et de la valeur de marché des investissements sont reportés dans le tableau ci-dessous. Les valeurs des investissements et des provisions techniques sont en forte augmentation dans chacune des trois trajectoires de décroissance de l'inflation. Rappelons qu'il a été fait l'hypothèse que le résultat de l'année est intégralement réinvesti et que l'assureur n'augmente pas ses tarifs.

Scénario central	Évolutions de la valeur des investissements – $\frac{VM_{S06}(t)}{VM_{S06}(2022)}$ – en %				
	Année	2023	2024	2025	2026
Quantile 10 %	-9	-2,9	4,4	10,2	12,4
Médiane	1,1	10,0	20,0	26,5	31,7
Moyenne	1,8	11,5	21,8	29,0	34,3
Quantile 90 %	14,6	27,7	41,5	52,6	59,6

Scénario central	Évolutions de la valeur des provisions techniques – $\frac{BE_{S18}(t)}{BE_{S18}(2022)}$ – en %				
	Année	2023	2024	2025	2026
Quantile 10 %	2,2	13,6	23,7	29,4	33,6
Médiane	4,4	16,2	26,8	32,7	36,8
Moyenne	4,4	16,3	26,9	32,8	36,8
Quantile 90 %	6,8	19,0	30,3	36,2	40,1

Scénario de hausse	Évolutions de la valeur des investissements – $\frac{VM_{S06}(t)}{VM_{S06}(2022)}$ – en %				
	Année	2023	2024	2025	2026
Quantile 10 %	-10,5	-7,3	-0,7	5,6	10,2
Médiane	-1,4	5,5	15,5	22,9	30,3
Moyenne	-0,5	6,8	17,3	25,2	32,6
Quantile 90 %	11,5	23,1	37,4	48,0	58,8

Scénario de hausse	Évolutions de la valeur des provisions techniques – $\frac{BE_{S18}(t)}{BE_{S18}(2022)}$ – en %				
	Année	2023	2024	2025	2026
Quantile 10 %	1,5	11,3	22,9	30,0	36,5
Médiane	3,8	13,7	25,8	33,1	39,8
Moyenne	3,8	13,8	25,8	33,1	39,8
Quantile 90 %	5,9	16,3	28,9	36,2	43,1

Scénario de baisse	Évolutions de la valeur des investissements – $\frac{VM_{S06}(t)}{VM_{S06}(2022)}$ – en %				
Année	2023	2024	2025	2026	2027
Quantile 10 %	-6,0	1,0	10,0	13,2	16,0
Médiane	3,6	14,1	23,8	30,8	33,9
Moyenne	4,3	15,3	26,2	32,7	36,9
Quantile 90 %	15,9	31,0	45,3	55,6	62,5

Scénario de baisse	Évolutions de la valeur des provisions techniques – $\frac{BE_{S18}(t)}{BE_{S18}(2022)}$ – en %				
Année	2023	2024	2025	2026	2027
Quantile 10 %	4,1	16,6	26,1	29,8	30,7
Médiane	6,6	19,3	29,6	33,4	34,6
Moyenne	6,6	19,4	29,6	33,3	34,6
Quantile 90 %	9,2	22,4	33,3	36,8	38,3

Les figures ci-dessous représentent la distribution de l'évolution de l'excédent d'Actif sur Passif par rapport à sa valeur fin 2022. Le graphique à barres indique la position de l'évolution moyenne dans les trois scénarios d'inflation.

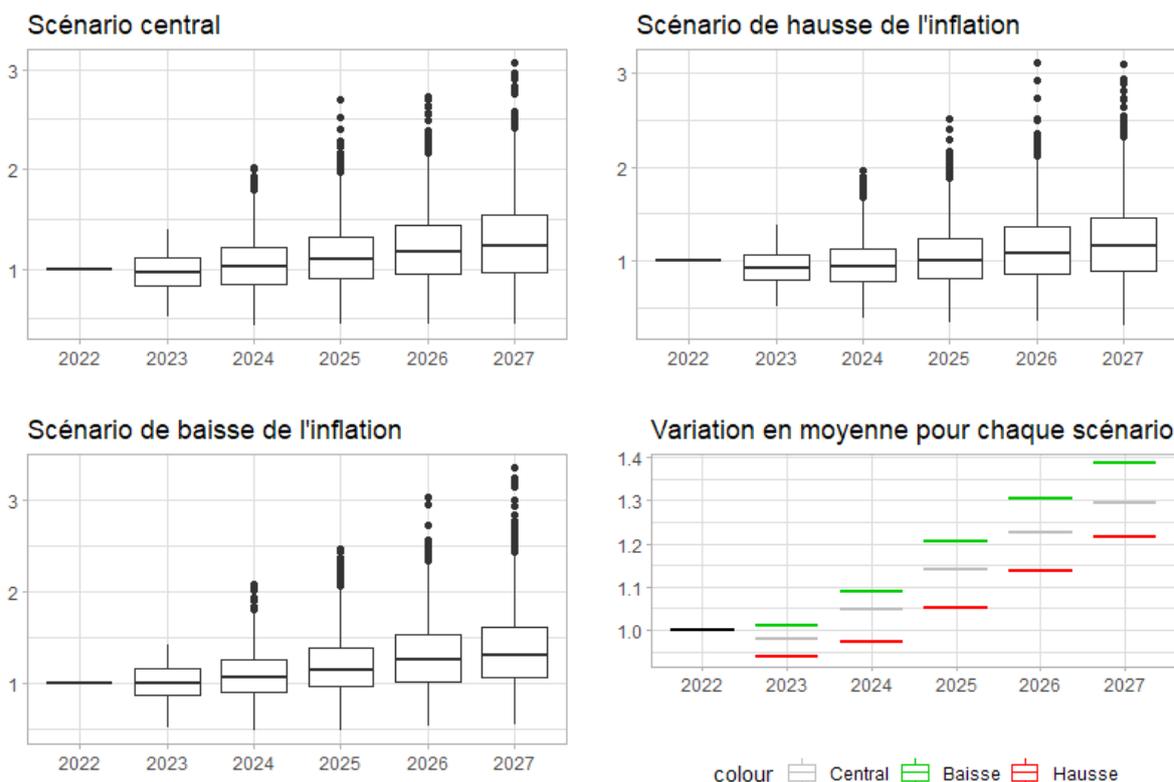


Figure 7.2-a : Évolution de l'excédent d'Actif sur Passif dans les trois scénarios d'inflation

Dans les trois scénarios d'inflation l'excédent d'Actif sur Passif est en augmentation dans la majorité des simulations à partir de 2025. Deux effets se conjuguent. D'une part, la taille du bilan s'accroît sous l'effet de la baisse des taux qui gonfle la valorisation des obligations et des provisions techniques. Ceci conduit mécaniquement à augmenter l'excédent d'Actif sur Passif. D'autre part, une proportion plus importante du Passif (31 % versus 22 % pour l'Actif) est projetée comme constante.

La comparaison entre les trois scénarios d'inflation montre que l'inflation a au global un impact négatif sur le bilan prudentiel des assureurs non-vie. Dans le tableau ci-dessous sont comparées les variations par rapport au scénario central de la moyenne et des quantiles de la distribution de l'excédent d'Actif sur Passif.

Scénario de hausse	Écarts d'excédent d'Actif sur Passif par rapport au scénario central (en %)				
	2023	2024	2025	2026	2027
Année					
Quantile 5 %	-3,1	-9,8	-13,2	-12,4	-13,0
Quantile 10 %	-4,7	-9,0	-14,1	-12,2	-12,0
Quantile 25 %	-5,1	-8,0	-10,5	-9,4	-7,1
Médiane	-4,9	-7,5	-8,3	-8,0	-6,7
Moyenne	-4,4	-7,2	-7,9	-7,4	-6,1
Quantile 75 %	-4,8	-6,9	-6,7	-5,2	-5,2
Quantile 90 %	-4,1	-6,4	-5,2	-6,7	-4,0
Quantile 95 %	-4,6	-6,0	-6,3	-6,9	-5,5

Scénario de baisse	Écarts d'excédent d'Actif sur Passif par rapport au scénario central (en %)				
	2023	2024	2025	2026	2027
Année					
Quantile 5 %	3,2	10,1	13,1	15,5	13,8
Quantile 10 %	3,8	6,7	11,3	11,3	13,6
Quantile 25 %	4,2	6,7	7,4	7,8	11,7
Médiane	3,2	4,0	4,9	7,3	6,1
Moyenne	3,0	4,2	5,7	6,3	7,1
Quantile 75 %	4,0	3,6	4,7	6,6	5,1
Quantile 90 %	0,6	1,6	3,1	3,0	4,7
Quantile 95 %	-0,4	2,2	3,4	1,6	2,6

L'inflation vient, au niveau du marché de l'assurance non-vie, réduire l'excédent d'Actif sur Passif. Dans le scénario envisagé où l'inflation future serait plus haute que la prévision, l'excédent d'Actif sur Passif serait en moyenne plus bas de -4,4 à -7,9 % par rapport au scénario dans lequel l'inflation suivrait sa prévision. C'est en 2025 que l'impact inflationniste serait le plus marqué. Dans le scénario où l'inflation future serait plus basse que la prévision, l'excédent d'Actif sur Passif serait en moyenne plus haut de 3 à 7,1 %. L'amélioration est croissante sur l'horizon de projection.

Lorsqu'on s'intéresse aux scénarios économiques les plus défavorables (quantiles 5 % et 10 % de la distribution), l'impact de la composante inflationniste est plus marqué. Un niveau d'inflation plus faible tend à réduire considérablement le nombre de scénarios économiques défavorables. Ainsi, dans le scénario décennal l'excédent d'Actif sur Passif augmenterait de 13,6% par rapport au même scénario décennal envisagé dans le cas où l'inflation suivrait sa prévision. Inversement, un niveau d'inflation plus élevé exacerbe la survenance de scénarios économiques défavorables. En effet, dans le scénario décennal l'excédent d'Actif sur Passif diminuerait de -12% par rapport au même scénario décennal envisagé dans le cas où l'inflation suivrait sa prévision.

Pour s'affranchir de l'effet d'expansion du bilan, il est intéressant de rapporter l'excédent d'Actif sur Passif à la valeur totale de l'Actif. Les mêmes figures ont été produites pour le ratio de l'excédent d'Actif sur Passif rapporté au total Actif.

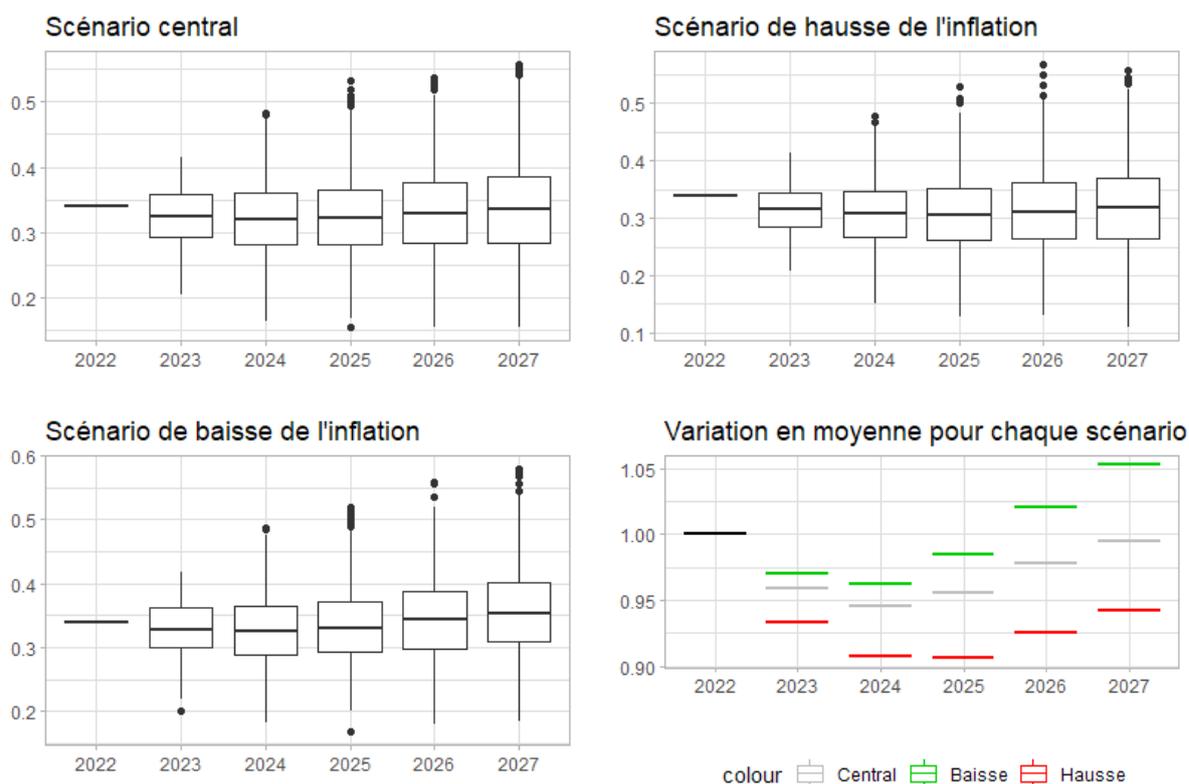


Figure 7.2-b : Évolution du ratio de l'excédent d'Actif sur Passif sur la valeur totale de l'Actif dans les trois scénarios d'inflation

Dans les trois scénarios d'inflation, la valeur de l'Actif augmente moins (en relatif) que celle du Passif les deux premières années et l'excédent d'Actif sur Passif en proportion de l'Actif se réduit en moyenne de -4 à -9 % en fonction du scénario. À partir de 2025, le ratio se redresse pour atteindre en moyenne en 2027 un niveau proche de celui de 2022 dans le scénario central, un niveau plus faible de -6 % dans le scénario de hausse et un niveau 5 % plus élevé dans le scénario de baisse.

L'étendue de la distribution s'élargit d'une année à l'autre, tout particulièrement en 2024 avec un élargissement d'environ 25% par rapport à 2023. Plus le scénario est inflationniste et plus la distribution est étendue, ce qui montre qu'il y a un plus grand nombre de scénarios économiques extrêmes simulés lorsque l'inflation est élevée. La forte volatilité des projections trouve son origine dans la volatilité des projections des valeurs actions, dont la distribution a une allure similaire. Les assureurs non-vie investissant près de 40% de leurs placements en actions, leur position bilancielle résulte in fine en grande partie du comportement des marchés boursiers.

# Conclusion

## Résultats obtenus

Un générateur de scénarios économiques prenant en entrée une trajectoire d'inflation et permettant de simuler des prix d'actions, des montants de dividendes, des prix immobiliers, un indice d'évolution des loyers et des courbes de taux a été construit et calibré à partir de données historiques. Les simulations apparaissent réalistes et fidèles aux évolutions attendues des différentes variables économiques. Un modèle de simulation de trajectoires inflationnistes à changement de régimes reproduisant les principales caractéristiques intrinsèques de l'inflation et offrant la possibilité d'ajouter la réalisation de chocs inflationnistes a également été développé.

Un calcul stochastique de la Meilleure Estimation des provisions techniques non-vie via ce modèle, a permis de montrer que retenir une inflation future constante égale à 2 %, est une convention simple qui paraît suffisamment précise et prudente pour le calcul de la Meilleure Estimation.

Les sorties du générateur de scénarios économiques sous trois trajectoires déterministes de baisse de l'inflation (fidèle aux prévisions, plus lente que prévu, plus rapide que prévu) ont permis de projeter, de fin 2022 à fin 2027, dans ces trois scénarios fictifs : (i) les valeurs de marché des principales classes d'actifs composant l'Actif agrégé au niveau marché des assureurs non-vie, et (ii) la Meilleure Estimation des provisions techniques non-vie.

- L'impact négatif d'un environnement inflationniste sur la valorisation des actifs obligataires et immobiliers, et positif sur le rendement des actions, se traduit au global par un impact négatif sur la valorisation totale des placements. La croissance de la valeur des investissements au bout des cinq ans de projection est, malgré tout, très proche dans les trois scénarios envisagés, du fait, d'une part, des revenus récurrents (dividendes, coupons et loyers) en augmentation dans le scénario d'inflation élevée, et d'autre part, de l'importante proportion des placements allouée aux actions (près de 40 %).
- Concernant les provisions techniques, l'impact inflationniste sur les flux de trésorerie futurs sortants est en partie compensé par la hausse des taux. Toutefois, le bénéfice d'actualisation s'estompe dès lors que les taux baissent, alors que l'inflation des charges se cumule d'un exercice à l'autre. Par voie de conséquence, plus le scénario présente une inflation élevée plus les provisions techniques sont élevées en fin de projection.
- L'analyse qui a été menée montre que l'inflation impacte négativement l'excédent d'Actif sur Passif des assureurs non-vie. Dans le scénario envisagé où l'inflation future serait plus haute que la prévision, l'excédent d'Actif sur Passif serait en moyenne chaque année plus bas de -4,4 à -7,9 % par rapport au scénario dans lequel l'inflation suivrait sa prévision. C'est en 2025 que l'impact inflationniste serait le plus marqué. Dans le scénario où l'inflation future serait plus basse que la prévision, l'excédent d'Actif sur Passif serait en moyenne chaque année plus haut de 3 à 7,1 %.
- La régulation de l'inflation entamée par les autorités monétaires devrait à terme, lorsque les taux baisseront, conduire à l'élargissement du bilan des assureurs. Dans la modélisation proposée, la valeur de l'Actif augmenterait moins (en relatif) que celle du Passif en 2023 et 2024 et l'excédent d'Actif sur Passif en proportion de l'Actif se réduirait en deux ans en moyenne de -4 à -9 % en fonction du scénario. À partir de 2025, le ratio se redresserait pour atteindre en moyenne en 2027 un niveau proche de celui de 2022 dans le scénario fidèle aux prévisions, un niveau plus faible de -6 % dans le

scénario où l'inflation future serait plus haute que la prévision, et un niveau 5 % plus élevé dans le cas où elle serait plus faible.

En 2023, l'inflation a diminué plus rapidement qu'attendu, le glissement annuel de l'IPCH atteignant en France 4,1 % en fin d'année. Le fort recul de fin d'année nous placerait finalement sur la plus optimiste des trois trajectoires analysées dans le mémoire. Le ralentissement de la hausse des prix a par ailleurs été plus important dans le reste de la zone euro. Si la tendance se poursuit, les résultats obtenus dans le mémoire suggèrent que la situation en capital des assureurs français non-vie va s'améliorer durant les quatre prochaines années.

## Limites

Le calibrage des paramètres des équations de diffusion régissant le GSE a été rendu difficile par plusieurs facteurs.

- Le fait que l'inflation soit restée faible et peu volatile de 2000 à 2020 rend délicate l'estimation des corrélations entre l'inflation et les autres variables.
- L'assouplissement quantitatif a modifié de manière artificielle l'environnement de taux entre 2010 et 2020.
- Les crises économiques de 2008, 2011 et 2020 perturbent les données statistiques en introduisant des ruptures dans le comportement des séries historiques.
- Le resserrement monétaire entamé en 2021 influence le comportement des investisseurs qui fondent leurs anticipations sur les informations prospectives des banques centrales qui peuvent ne pas refléter la réalité des marchés.

Les données employées pour construire le modèle ont été sélectionnées dans le souci de représenter le plus fidèlement les actifs détenus par les assureurs. Les choix de modélisation et de calibrage ont été faits de manière à retranscrire au mieux le comportement des variables économiques entre 2021 et 2023 au détriment de l'ajustement sur l'ensemble de l'historique. Les simulations en sortie sont sensibles à certains paramètres, en particulier les paramètres de corrélation à l'inflation du rendement et du montant des dividendes. Les paramètres retenus permettent de retrouver dans les simulations les moyennes empiriques des variables.

Les mécanismes d'investissements et de désinvestissements de l'outil utilisé pour projeter les valeurs de marché des placements ont été paramétrés de façon à refléter une gestion réaliste des investissements. La part détenue en trésorerie est maintenue constante et la stratégie initiale d'allocation est respectée. Ils ne peuvent néanmoins pas retranscrire fidèlement la réalité.

La modélisation des actifs se restreint à quatre classes d'actifs pour faciliter les calculs. Cette simplification conduit à modifier les caractéristiques de certains actifs, en particulier les obligations à taux variables ont été traitées comme des obligations à taux fixe. Une limite importante est l'exclusion des produits dérivés du champ de l'étude.

La méthode employée pour déterminer la Meilleure Estimation des provisions techniques diverge du calcul de l'assureur en raison, d'une part, du fait que le cadencement des flux s'arrête à 30 ans dans les reportings et tous les flux suivants ont donc dû être actualisés au taux à échéance dans 31 ans, et d'autre part, que la courbe d'actualisation ne correspond pas exactement à la courbe des taux de l'EIOPA. En toute rigueur, les taux de maturités supérieures à 20 ans auraient dû être extrapolés à l'aide de *l'UFR*.

Les charges futures ont par ailleurs été projetées sous l'hypothèse que la variation des sinistres et des frais suit la variation de l'IPCH, ce qui n'est pas le cas en pratique. L'écart entre l'inflation des prix et l'inflation des charges d'assurance n'a pas pu être précisément évalué car

cela suppose d'être capable de découpler les très nombreux facteurs alimentant la hausse des sinistres et des frais.

Seuls les investissements et la Meilleure Estimation des provisions techniques ont été projetés pour le calcul de l'excédent d'Actif sur Passif. Les autres postes de l'Actif et du Passif sont pourtant sensibles à l'inflation et aux taux. En particulier, la dette subordonnée est fortement sensible à l'évolution des taux et peut représenter une ligne significative du Passif de certains organismes. Plus encore, la réassurance, non modélisée, peut jouer un rôle très important pour certains assureurs.

## Ouverture

Le nouvel environnement économique et en particulier la manière dont l'inflation affecte les assureurs suscite de nombreuses interrogations. Il serait intéressant de se pencher en détails sur la manière dont l'inflation économique se propage à l'assurance, en étudiant les différents canaux inflationnistes de chaque branche d'activité. Ce travail permettrait de mieux modéliser la transmission de l'inflation économique aux charges de l'assureur.

Le mémoire se focalise sur l'assurance non-vie mais le générateur de scénarios économiques développé pourrait tout aussi bien être utilisé pour étudier l'impact de l'inflation sur l'assurance vie qui présente des enjeux différents. L'analyse se restreint à évaluer l'impact de l'inflation sur le capital en norme Solvabilité II. Il serait intéressant de conduire la même analyse sous d'autres référentiels. Le générateur élaboré pourrait également trouver une utilité dans l'évaluation de l'impact de l'inflation sur le capital de solvabilité requis, la rentabilité et la liquidité des assureurs.

# Bibliographie

- AHLGRIM K., D'ARCY S. [2012] « The Effect of Deflation or High Inflation on the Insurance Industry », *Casualty Actuarial Society, Canadian Institute of Actuaries, and Society of Actuaries*
- AHLGRIM K., D'ARCY S., GORVETT R.W. [2008] « A Comparison of Actuarial Financial Scenario Generators », *Casualty Actuarial Society and Society of Actuaries*
- AHLGRIM K., D'ARCY S., GORVETT R.W. [2005] « Modeling Financial Scenarios: A Framework for the Actuarial Profession », *Casualty Actuarial Society and Society of Actuaries*
- ALLOITEAU R. [2018] « Estimation de couverture du risque de revalorisation des rentes automobiles par l'inflation », *PACIFICA*
- ANG A., BEKAERT G., WEI M. [2008] « The Term Structure of Real Rates and Expected Inflation », *The Journal of Finance*
- ANG A., BEKAERT G., WEI M. [2006] « Do macro variables, asset markets, or surveys forecast inflation better? », *Journal of Monetary Economics*
- ARAMOUNI A. [2024] « L'impact de la hausse de l'inflation et de la remontée des taux en assurance vie », *PwC France*
- BERNAY A. [2008] « Rentabilité des actifs à long terme et risque inflation : enjeux de modélisation pour l'assurance », *ACP*
- BRIGO D., MERCURIO F. [2006] « Interest Rate Models: Theory and Practice - with Smile, Inflation and Credit », *Springer-Verlag*
- CLARKSON, R. S., [1991] « A Non-Linear Stochastic Model for Inflation », *The Scottish Mutual Assurance Society*
- D'ARCY S [1982] « A Strategy for Property-liability Insurers in Inflationary Times »
- DE RAVIN J., FOWLDS M. [2010] « Inflation Risk in General Insurance », *Presentation to the Institute of Actuaries of Australia - Swiss Reinsurance Company*
- DONDJIO KENFACK C. [2020] « Sensibilité du passif à l'inflation en assurance non-vie », *MACSF*
- FRAYSSE H. [2012] « Construction d'un générateur de scénarios économiques à saut permettant la prise en compte de scénarios de crises », *SCOR*
- GEOHEGAN, T. J., CLARKSON, R. S., FELDMAN, K. S., GREEN, S. J., KITTS, A., LAVECKY, J. P., ROSS, F. J. M., SMITH, W. J. & TOUTOUNCHNI, A. [1992] « Report on the Wilkie Stochastic Investment Model », *J.I.A., 119, II, 173-228*
- HUBER, P. [1997] « A Review of the Wilkie's Stochastic Investment Model », *British Actuarial Journal*
- JARROW R., YILDIRIM Y. [2002] « Pricing Treasury Inflation Protected Securities and Related Derivatives using an HJM Model », *Cornell University*
- JONDEAU E., RICART R. [1999] « Le contenu en information de la pente des taux : application au cas des titres publics français », *Économie & prévision, n°140-141, 1999-4-5. Économie des marchés financiers. pp. 1-20*
- KAUFMANN R., GADMER A., KLETT R. [2001] « Introduction to dynamic financial analysis », *The Journal of the IAA, Volume 3*
- KURT K. [2010] « The impact of inflation on insurers », *Swiss Re Economic Research & Consulting, Publié par The Swiss Association of Actuaries, sigma No 4/2010*
- KURT K. [2012] « The impact of inflation on insurers », *Swiss Re Economic Research & Consulting, Présentation à la Swiss Association of Actuaries*
- LOPEZ T. [2017] « Modélisation risque neutre de l'inflation, appliquée aux régimes de retraite », *Actuaris*

LOWE S., WARREN R., WATSON [2010], « Post-Recession Inflation », *An Emerging Risk for P&C Insurers*

LYNCH J., MOORE D. [2022] « Social Inflation and Loss Development », *Research Papers of the Casualty Actuarial Society*

MANSOUR A. [2019] « Mesure et impacts de l'inflation des sinistres en responsabilité civile automobile », AXA

MARTINEZ E. [2021] « Revue de la stratégie d'allocation obligataire dans le cadre de la modélisation de l'inflation pour un portefeuille santé prévoyance », ALLIANZ

MASTERSON N.E. [1968] « Economic Factors in Liability and Property Insurance Claims Costs, 1935-1967 », *Proceedings of the Casualty Actuarial Society No 55*

MISHKIN F.S. [1990] « What does the term structure tell us about future inflation? », *Journal of monetary economics*

MODIGLIANI F., SHILLER R.J. [1973] « Inflation, rational expectations and the term structure of interest rates », *Economica*, 40, 12-43

MURZEAU Y. [2021] « Étude de l'inflation dans le processus d'inventaire non-vie », GENERALI

MZOUGH K. [2017] « Générateur de scénarios économiques : approche par bootstrap avec prise en compte des dépendances de queues », PREDICA

NELSON C., SIEGEL A. [1987] « Parsimonious Modeling of Yield Curves », *The Journal of Business*, Volume 60, Issue N4, pp. 473-489

OUALLALI O. [2021] « Modélisation prospective de l'activité assurantielle d'une compagnie IARD », Addactis

PAIN D [2020] « Social Inflation: Navigating the evolving claims environment », *The Geneva Association*

PENTIKAINEN T, BONSDORFF H, PESONEN M, RENTALA J, RUOHONEN M [1989] « Insurance solvency and financial strength », *Insurance Publishing Company*

RONCALLI T. [1998] « La structure par terme des taux zéro : modélisation et implémentation numérique », *Université Montesquieu-Bordeaux IV*

ROSSPOPOFF B. [2013] « Modèles de taux et d'inflation pour Solvabilité 2 », *Ecureuil Protection Sociale*

SAHIN S., CAIRNS A., KLEINOW T., WILKIE A. D. [2008] « Revisiting the Wilkie Investment Model », *Heriot-Watt University*

SHILLER R.J. [1973] « Rational expectations and the term structure of interest rates », *Ohio State University Press*

STAUDT N. [2015] « Modélisation risque-neutre de l'inflation : implémentation et critique », AXA

THOMSON R.J. [1996] « Stochastic Investment Modelling: The Case of South Africa », *British Actuarial Journal*

ULGAZI Y., VERTIER P. [2022] « Prévoir l'inflation en France : une actualisation du modèle MAPI », *Publications Banque de France*

WHITTEN S.P., THOMAS R.G. [1999] « A Non-Linear Stochastic Asset Model for Actuarial Use », *British Actuarial Journal*

WILKIE A. D. [1986], « A Stochastic Investment Model for Actuarial Use », *M.A., F.F.A., F.I.A.*

WILKIE A. D. [1995], « More on a Stochastic Asset Model for Actuarial Use », *M.A., F.F.A., F.I.A.*

ZAJDENWEBER D, DAIRE J, DRUT B, BOUSSOUKAYA-NASR S, GRIMAUD JP, BERTRAND E, TRAINARD P, ARTUS P [2021] « Assurance, le retour de l'inflation ? » *Analyses et défis -Publié par Revue Risques, N° 126*

## **Autorités de contrôle et de supervision**

BaFin [2023] « Rising inflation: for the time being, it's here to stay », *Expert Articles*

EIOPA [2023] « Report on the Impact of Inflation on the Insurance Sector »

IVASS [2023] « Inflation and Insurance », *Speech by Board Member Riccardo Cesari at the Mondo Economico Panels*

Prudential Regulation Authority [2022] « Insights from PRA thematic review of general insurance reserving and capital modelling »