

Résumé

Mots clés : assurance emprunteur, projection déterministe, projection stochastique, résiliation, table de mortalité, table d'entrée en arrêt de travail

La réglementation du marché de l'assurance emprunteur a beaucoup évolué depuis 10 ans. Les prix sont de plus en plus concurrentiels pour attirer les populations peu risquées. Dans ce contexte, il est important de bien connaître le portefeuille assuré de l'entreprise et les flux futurs associés. L'objectif de ce mémoire est la projection de ces flux avec un modèle déterministe puis un modèle stochastique.

Certaines hypothèses simplifiant le modèle ont été posées grâce à l'étude du portefeuille. La création d'une table de décès et d'une table d'entrée en arrêt de travail est faite grâce à des données historiques du portefeuille.

Les deux modèles ont chacun des avantages spécifiques. Le modèle déterministe est facilement interprétable et se calcule rapidement. Le modèle stochastique, lui, permet de simuler une année type aléatoirement, et d'avoir un grand échantillon de résultats possibles.

L'analyse des résultats a permis de faire ressortir les influences du vieillissement, et de la résiliation sur les résultats. Ceux-ci baissent au fil du temps, notamment à cause de la résiliation.

Des tests de sensibilité sur les modèles ont été faits pour deux risques possibles :

- Le risque de modèle, c'est-à-dire le risque d'inexactitude de certains paramètres.
- Les risques de mortalité, d'arrêt de travail et de résiliation.

Les résultats diminuent ou augmentent suivant les tests. Les écarts et les différences de répartition de sinistres par rapport au modèle initial sont étudiés.

Abstract

Key words : mortgage insurance, deterministic projection, stochastic projection, termination, mortality table, disability table

The regulation of the mortgage insurance market has evolved considerably over the past 10 years. Prices are increasingly competitive to attract low-risk populations. In this context, it is important to be familiar with the company's insured portfolio and the associated future flows. The aim of this dissertation is to project these flows with a deterministic model and then a stochastic model.

Some assumptions simplifying the model were made through the portfolio review. The creation of a mortality table and a disability entry table is done thanks to the historical data of the portfolio.

Both models have specific advantages. The deterministic model is easy to interpret and can be calculated quickly. The stochastic model allows to simulate a typical year randomly, and to get a large sample of possible results.

Analysis of the results revealed the influences of aging and termination on the results. The results decrease over time, particularly because of termination.

Sensitivity tests on the models were performed for two possible risks :

- Model risk, that is, the risk of inaccuracies in certain parameters.
- The risks of mortality, disability and termination.

Results decrease or increase depending on the tests. Deviations and differences in the distribution of claims from the original model are analysed.

Remerciements

Je tiens à remercier en premier lieu mon responsable de stage Jérôme Puthod pour m'avoir encadré pendant l'alternance et guidé par la suite sur ce mémoire, et pour tout ce que j'ai pu apprendre à ses côtés.

Je remercie Jelena Dedic pour m'avoir accueilli au sein du pôle santé et assurance de prêt, et toute l'équipe du pôle pour leur intégration.

Je remercie Louise, Ianis, Marla et toute l'équipe de la direction solution d'assurance avec qui ce fut toujours un plaisir de travailler.

Je remercie mon tuteur universitaire Nicolas Leboisne, et Anne Eyraud pour leurs relectures et leurs remarques sur ce mémoire.

Enfin, je remercie ma famille et mes amis qui m'ont soutenu dans la réalisation de ce mémoire.

Table des matières

Introduction	1
1 L'assurance emprunteur	2
1.1 Définition	2
1.2 Les différents types de prêts	2
1.3 Garanties de l'assurance de prêt	3
1.4 Le marché de l'assurance emprunteur	6
1.5 Réglementation	9
1.6 Alptis Assurance	12
2 Éléments à projeter	13
2.1 Cotisations	13
2.2 Prestations : projection décès	13
2.3 Prestations : projections arrêt de travail et invalidité	14
2.4 Provisions	15
2.5 Résiliation et sortie du portefeuille	17
2.6 Commissions courtiers	17
3 Analyse des données	18
3.1 Récupération des données	18
3.2 Présentation du portefeuille	19
3.3 Etude des portefeuilles emprunteur historique et de prévoyance, et de leur sinistralités	26
3.4 Création de la table décès	31
3.5 Création de la table d'entrée en arrêt de travail	34
4 Modèle déterministe	37
4.1 Présentation	37
4.2 Projection des décès	38
4.3 Projection incapacité et invalidité	38
4.4 Prise en compte de la résiliation	43
4.5 Résultats sans résiliation	43
4.6 Résultats avec résiliation	48
5 Modèle stochastique	52
5.1 Présentation	52
5.2 Présentation des résultats et validation du modèle	55
5.3 Intégration des taux de résiliation du portefeuille	59
6 Tests de sensibilité	68
6.1 Choc sur la mortalité	68
6.2 Choc sur l'arrêt de travail	69
6.3 Choc sur la résiliation	72
6.4 Comparaison entre chocs	75
Conclusion	78
Bibliographie	79
Annexes	80

Introduction

La réglementation encadrant l'activité de l'assurance emprunteur a fortement évolué ces dernières années. De nouvelles lois sont apparues avec pour objectifs la défense du consommateur et l'ouverture à la concurrence du marché. En effet, les banques ont le quasi-monopole du marché, avec plus de 80 % des parts du marché. Dans ce contexte, pour gagner de nouveaux clients, les compagnies d'assurance ont fait le choix de proposer des contrats d'assurance de prêt plus segmentés pour une population peu à risque. Ainsi, dans le cas de ces contrats dits "alternatifs" (par opposition aux contrats groupes bancaires), les caractéristiques de l'assuré sont plus pris en compte pour une tarification plus fine.

Alptis Assurance possède une gamme de produits d'assurance emprunteur qu'elle commercialise à travers son réseau de courtiers. Ce produit contient la plupart des options qui se retrouvent aujourd'hui sur le marché et existe depuis 18 ans, avec de nombreuses générations et changements tarifaires. L'entreprise est un "courtier grossiste", et pas une compagnie d'assurance à proprement parler. Elle conçoit les produits mais n'a pas n'est pas concernée par les calculs de ratio Solvabilité II. Néanmoins, elle est directement concernée par l'évolution de son portefeuille et sa rentabilité au cours du temps. Pour les besoins du contrôle de gestion de l'entreprise, il a été décidé de projeter le portefeuille associé au produit emprunteur sur 5 ans. Cela permettra de surveiller son comportement et d'évaluer ses risques.

Ce mémoire a pour objet d'étudier le portefeuille du produit emprunteur et de le projeter en *run-off*, c'est-à-dire sans affaires nouvelles, celles-ci étant traitées dans une autre direction de l'entreprise. Plusieurs méthodes de projection seront établies pour pouvoir analyser les résultats potentiels des prochaines années. Une méthode de projection déterministe et une méthode de projection stochastique seront utilisées pour construire deux modèles différents de projection. Les sinistres seront projetés à l'aide des tables d'expérience suivantes :

- Une table d'expérience de mortalité
- Une table d'expérience d'entrée en arrêt de travail
- Les tables BCAC de maintien en incapacité et d'entrée en invalidité

Ce mémoire sera composé de plusieurs parties permettant la projection du portefeuille :

La première partie rendra compte du contexte autour de l'assurance emprunteur. Il s'agira d'expliquer le fonctionnement de l'assurance emprunteur et de montrer les enjeux qui entourent le marché et la réglementation.

La deuxième partie énumérera les différentes composantes qu'il faudra projeter, et quelles informations sur le portefeuille seront nécessaires pour la projection.

La troisième partie sera une étude de la population et des contrats du portefeuille. Elle inclura aussi la construction des tables d'expériences à l'aide des données historiques.

La quatrième partie sera dédiée à la projection du portefeuille à l'aide d'une méthode déterministe. Les formules de projection et une analyse du comportement du portefeuille seront présentées.

La cinquième partie concernera la projection du portefeuille à l'aide d'une méthode stochastique et permettra de confirmer les résultats trouvés la partie précédente.

La sixième partie étudiera la sensibilité des hypothèses et paramètres pris pour la projection. Pour cela, des tests incluant différents chocs sur les paramètres seront effectués.

1 L'assurance emprunteur

1.1 Définition

L'assurance emprunteur couvre certains risques empêchant un assuré de rembourser son prêt. Le décès et l'arrêt de travail sont les principales garanties couvertes. Dans le cas de la survenance d'un sinistre, l'assureur se chargera de payer les échéances à la place de l'assuré, que ce soit la totalité du capital assuré ou simplement les mensualités.

Le contrat prend fin quand l'intégralité du prêt est remboursée (que ce soit par l'assuré ou par l'assureur), ou si le contrat est résilié.

1.2 Les différents types de prêts

Les prêts peuvent être de plusieurs types suivant la manière dont il est remboursé et comment il évolue dans le temps. Deux types de prêts sont majoritaires : les prêts amortissables à échéances constantes et les prêts *In Fine*.

1.2.1 Prêt amortissable à échéance constante

C'est le type de prêt le plus classique. Une partie du capital emprunté est remboursée à chaque échéance (mensuelle, trimestrielle ou annuelle), durant toute la durée du prêt. Le capital diminue au fil du temps, et donc le coût des intérêts aussi. Par exemple, pour un prêt de 200000 €, de taux 1 % et de durée 20 ans, la décomposition de l'échéance = intérêts + amortissement est la suivante :

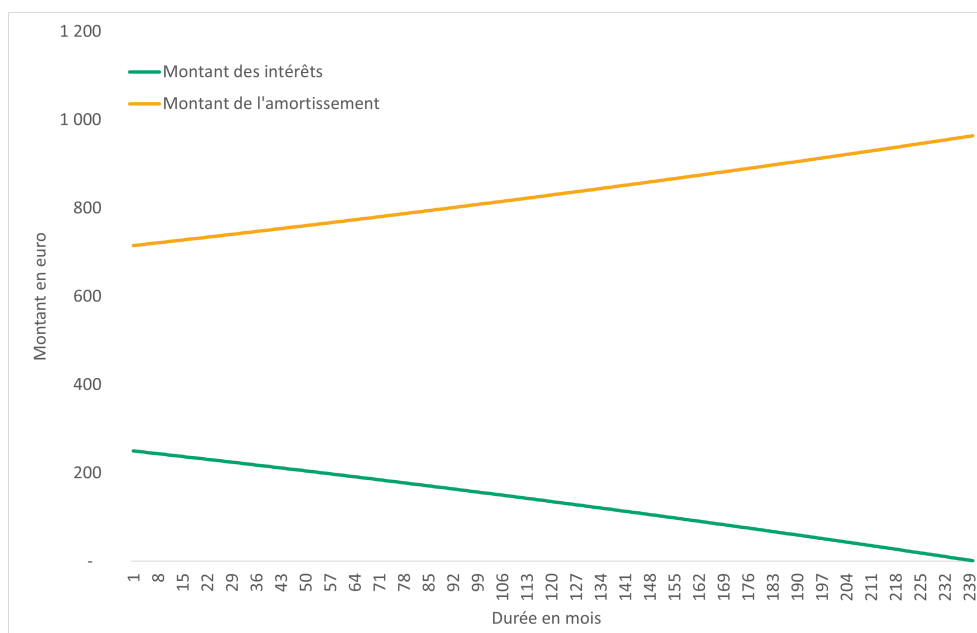


FIGURE 1.1 – Décomposition de l'échéance au cours du temps

Par ailleurs, le tarif brut d'assurance pour ce type de prêt est décroissant. En effet, le capital diminue au cours du temps, donc le capital assuré diminue, donc le coût de l'assurance diminue.

1.2.2 Prêt *In Fine*

Lors d'un prêt *In Fine* le capital total est remboursé à la fin de l'échéance. Seuls les intérêts sont payés lors des échéances. L'échéance est constante au cours du temps, donc le capital assuré et la prime d'assurance le sont aussi. En reprenant l'exemple de la partie précédente, il y a donc une échéance constante de 2000 € par an, soit environ 167 € par mois. Le capital sera remboursé au 240^{me} mois pour un montant de 200000 € en plus des 167 € d'intérêts.

1.3 Garanties de l'assurance de prêt

L'assurance emprunteur permet de se couvrir pour plusieurs risques, ce qui implique qu'il existe de nombreuses garanties proposées. Lors d'une souscription à plusieurs, il est possible de ne pas assurer 100% du capital, selon les garanties, tant que le total est supérieur ou égal à 100%. Ce sont les quotes-parts.

1.3.1 Décès

La garantie décès est la principale garantie d'une assurance emprunteur. En cas de décès de l'assuré, l'assureur rembourse la totalité du capital restant dû (montant du prêt non encore remboursé au moment du sinistre) assurée à la banque. C'est, avec la garantie PTIA, la seule garantie obligatoire lors de la souscription.

1.3.2 Perte Totale et Irréversible d'Autonomie (PTIA)

Deuxième garantie obligatoire, la PTIA est, pour un assuré, l'impossibilité absolue et définitive, suite à une maladie ou un accident garanti, de se livrer à une occupation ou un travail quelconque lui procurant un gain, et dont l'état nécessite l'assistance d'une tierce personne pour effectuer tous les actes ordinaires de la vie quotidienne. Ceux-ci sont définis comme suit :

- Faire sa toilette.
- S'alimenter.
- S'habiller.
- Se déplacer.

Dans le cas d'une survenance de PTIA, comme la garantie décès, l'ensemble du CRD est remboursé. Celui-ci est calculé à la date de reconnaissance de la PTIA après une expertise médicale, et non à la date de la survenance du sinistre en cause. En effet, une PTIA peut être liée à une maladie, et dans ce cas il n'y a pas de date précise de survenance.

1.3.3 Incapacité Temporaire Totale de travail (ITT)

L'ITT est définie comme l'état entraînant par suite d'une maladie ou d'un accident, une impossibilité physique totale et continue d'exercer son travail, pour un assuré en activité professionnelle. Lorsque l'assuré n'a pas d'activité professionnelle, il doit être dans l'impossibilité physique réelle et totale de pourvoir à toutes les occupations de la vie courante (être autonome et s'occuper des affaires ménagères). L'ITT est constatée par un médecin.

Cette garantie n'est pas obligatoire, mais est de plus en plus demandée par les banques pour accorder le prêt. Elle prend en charge le paiement des échéances assurées du prêt tant que l'assuré est en arrêt de travail. Cependant, dans le cas des prêt *In Fine*, elle ne prend pas en charge le dernier règlement (le remboursement du capital emprunté).

La garantie est soumise à une franchise, en général de 90 jours, durant laquelle l'assureur ne paie rien. Les échéances seront donc remboursées à partir du 4^{me} mois d'arrêt de travail.

1.3.4 Invalidité Permanente Totale (IPT)

L'IPT est définie comme l'état résultant d'un accident ou d'une maladie et entraînant une perte de capacité définitive d'au moins 66 %. L'invalidité survient en général au cours de l'arrêt de travail.

L'assureur verse alors, au choix de l'assuré, soit le remboursement total du CRD à la date de reconnaissance de l'invalidité, soit le remboursement des échéances à venir jusqu'à la fin, peu courante, de l'invalidité. En effet, à la différence de l'ITT, une personne entrée en IPT en sort très rarement. Ainsi, pour des soucis de gestion, la plupart des assureurs préfèrent maintenant rembourser directement le prêt en une seule fois.

1.3.5 Invalidité Permanente Partielle (IPP)

L'IPP concerne les personnes ayant un taux d'invalidité compris entre 33 et 66%. Elles peuvent en général exercer une activité professionnelle partielle, et ont donc seulement une baisse de salaire. L'assureur prend en charge dans ces cas-là 50% des échéances de remboursement, la partie restante étant à la charge de l'assuré.

1.3.6 Option Psy/Dos & dépendance

L'option Psy/Dos permet d'assouplir les conditions de remboursement lors d'ITT pour les pathologies suivantes :

- prise en charge des maladies psychiatriques ou psychiques, fibromyalgies, en cas de 10 jours d'hospitalisation, ou sans hospitalion suivant le niveau d'option choisit (au lieu de 30 jours).
- prise en charge des affections disco-vertébrales et para-vertébrales (affections du dos) sans condition d'hospitalisation (au lieu de 10 jours d'hospitalisation).

La dépendance, quant à elle, est un état où l'assuré se trouve dans l'impossibilité permanente et définitive d'exercer totalement, sans l'assistance d'une tierce personne, au moins 3 des 4 actes ordinaires de la vie quotidienne. Elle est disponible pour les assurés à partir de 50 ans. Le remboursement effectué par l'assureur est celui de la totalité du capital restant dû assuré au jour de la constatation de la dépendance. Elle n'est pas disponible pour les prêts *In Fine*.

1.3.7 Limites de garanties

Le capital assuré à la souscription doit être en euro et supérieur ou égal à 15000 €. Les limites d'âge des garanties sont comme suit :

Garanties	Âge minimum	Âge limite d'adhésion	Âge fin de garantie
Décès	18 ans	85 ans (65 <i>In Fine</i>)	90 ans (75 <i>In Fine</i>)
PTIA, ITT, IPT, IPP, Psy/Dos	18 ans	65 ans	67 ans
Dépendance	50 ans	75 ans	90 ans

1.3.8 Schéma des différents états possibles d'un assuré

Pour résumer, il est possible de schématiser les différents états dans lesquels peut se trouver l'assuré en fonction des garanties décrites ci-dessus.

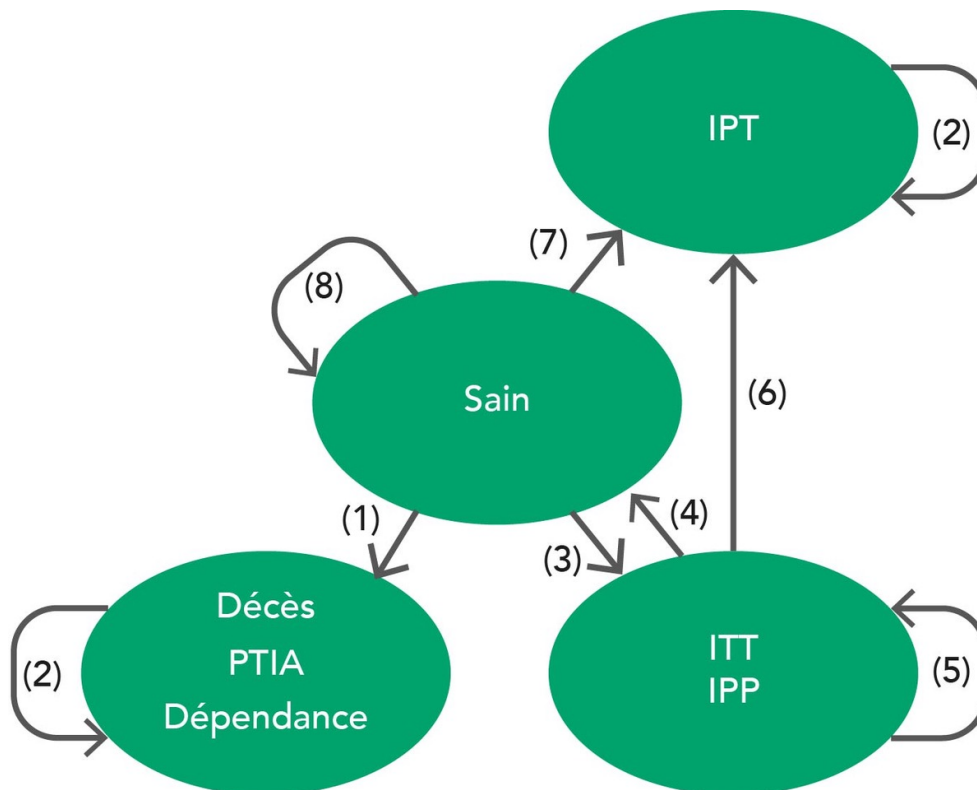


FIGURE 1.2 – États possibles d'un assurés

- (1) : Décès ou passage en PTIA/Dépendance de l'assuré.
- (2) : Remboursement du CRD assuré, fin du contrat.
- (3) : Entrée de l'assuré en arrêt de travail.
- (4) : Rétablissement de l'assuré, fin de l'arrêt de travail.
- (5) : Maintien en arrêt de travail renouvelé chaque mois, remboursement des échéances par l'assureur.
- (6) : Passage en invalidité.
- (7) : Passage en invalidité.
- (8) : Maintien de l'assuré dans l'état sain.

1.4 Le marché de l'assurance emprunteur

Le marché de l'assurance emprunteur représente 10,3 milliards d'euros en 2020 de chiffre d'affaires (9,8 milliards d'euros en 2019). Deux acteurs sont présents sur ce marché : les banques et bancassureurs, et les assureurs. Les banques et les bancassureurs dominent le marché, ils sont responsables de 87,6 % des ventes en 2019. En effet, il est courant pour un consommateur de souscrire directement son assurance emprunteur chez le même organisme fournissant le prêt. Néanmoins, les consommateurs peuvent aussi souscrire à une autre assurance emprunteur que celle proposée par la banque, sous réserve de l'équivalence de garantie entre les deux polices. Cela permet aux assureurs d'être aussi présents sur le marché.

Trois catégories d'assurance emprunteur sont distinguées :

- Les contrats groupes bancaires : Ce sont les contrats d'assurance emprunteur historique qui sont proposés par la banque lors de la souscription d'un prêt.
- Les contrats alternatifs externes : Ce sont les contrats d'assurance emprunteur issus des organismes d'assurance.
- Les contrats alternatifs internes : Ce sont les contrats d'assurance emprunteur issus des organismes bancaires qui se différencient des contrats groupes par une approche tarifaire similaire aux contrats alternatifs externes.

La part de marché des contrats alternatifs est maigre mais augmente d'année en année :

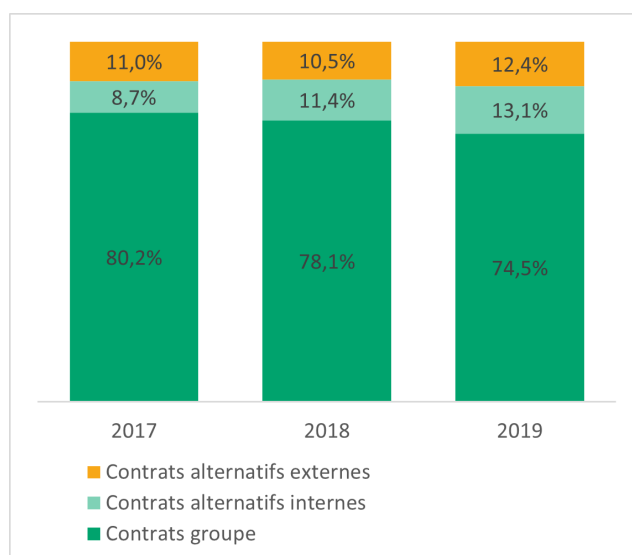


FIGURE 1.3 – Répartition des parts de marchés en nombre de ventes, en fonction du type de contrat. Reproduit à partir du rapport "Bilan de l'assurance emprunteur", par Actélior pour le CCSF, 2020

Entre 2017 et 2019, les parts de marchés des contrats alternatifs internes et externes ont respectivement augmenté de 51 % et 13 % tandis que celles des contrats groupes ont baissé de 7 %

Cette évolution s'explique par les nouvelles réglementations qui ouvrent ce marché à la concurrence entre banques et assurances. Cela a permis à une partie de la population, jeune et en bonne santé, d'accéder à des tarifs très avantageux, mais aussi de baisser le coût général de l'assurance emprunteur pour le consommateur. Tous les acteurs ont dû baisser leurs tarifs au fil du temps et des réglementations successives (Bourquin, Hamon). Ainsi, les tarifs ont baissé de 20 % à 40 % depuis 2010, la garantie décès particulièrement avec une baisse de 33 % (29 % pour la garantie décès + incapacité/invalidité). Cette évolution est plus importante chez les contrats alternatifs externes (assureurs) que chez les contrats groupes (banques). Les deux graphiques suivants représentent les moyennes de tarifs annuels

pour un prêt de 100000 € et les garanties décès/PTIA et incapacité/invalidité.

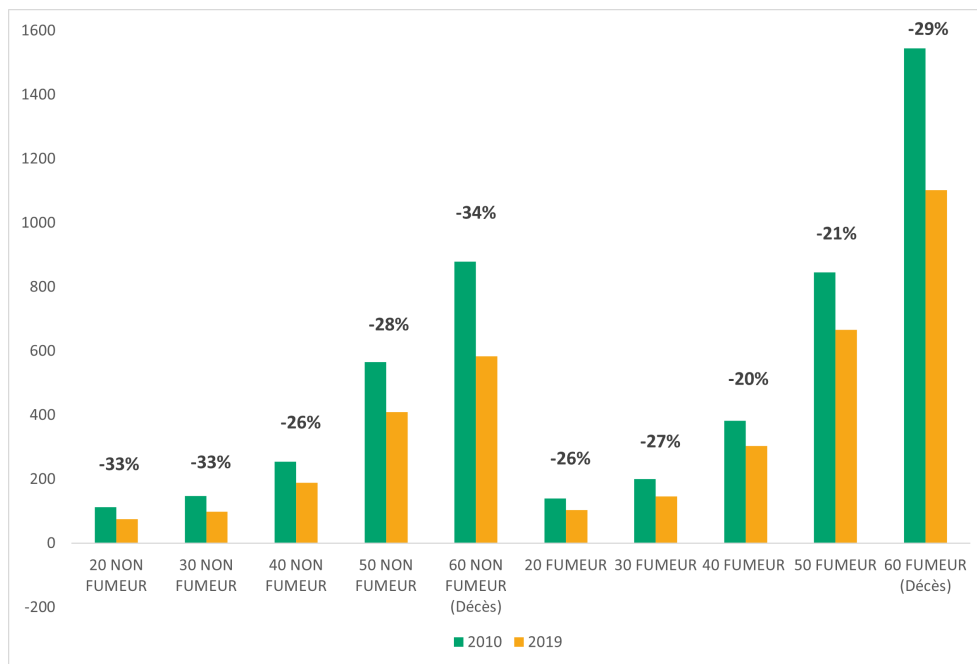


FIGURE 1.4 – Évolution des tarifs annuels des contrats externes alternatifs, en fonction de l'âge. Reproduit à partir du rapport "Bilan de l'assurance emprunteur", par Actélior pour le CCSF, 2020

Ici, plus le risque de la personne est faible, plus le tarif a baissé depuis 2010. La distinction fumeur/non fumeur est faite lors de la tarification contrairement à la plupart des contrats groupes.

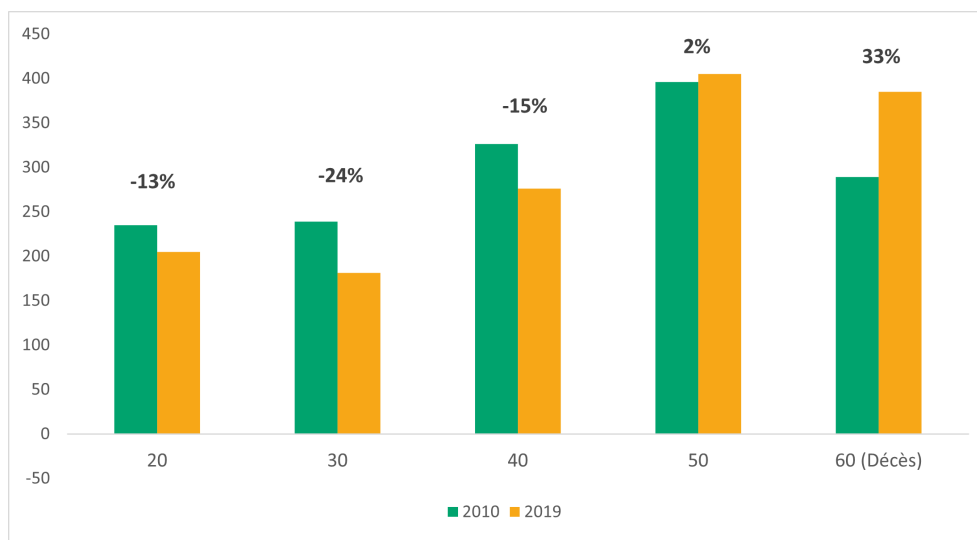


FIGURE 1.5 – Évolution des tarifs annuels des contrats groupes, en fonction de l'âge. Reproduit à partir du rapport "Bilan de l'assurance emprunteur", par Actélior pour le CCSF, 2020

Il y a une évolution différente des contrats groupes. En effet, il y a eu une augmentation de tarif pour les consommateurs plus âgés qui traduit peut-être une tendance à segmenter un peu plus les assurés

des contrats groupes suivant l'âge. Cependant, même s'ils ont augmenté, les tarifs des contrats groupes pour les seniors restent bien plus intéressants que ceux des contrats alternatifs. En effet, il y a dans la méthode de tarification des contrats groupes une volonté de mutualisation des risques (pour toucher tous les clients de l'organisme bancaire). La méthode de tarification des contrats alternatifs est plus segmentée pour pouvoir être compétitive sur une certaine population et prendre des parts de marché. Les trois grands critères de tarification en fonction de l'assuré sont :

- L'âge de l'assuré. La tarification peut être en classe d'âge ou par âge exact
- La classe socio-professionnelle de l'assuré
- Le critère fumeur ou non fumeur de l'assuré

La répartition de ces critères montre les différentes stratégies optées par ces deux types de contrat.

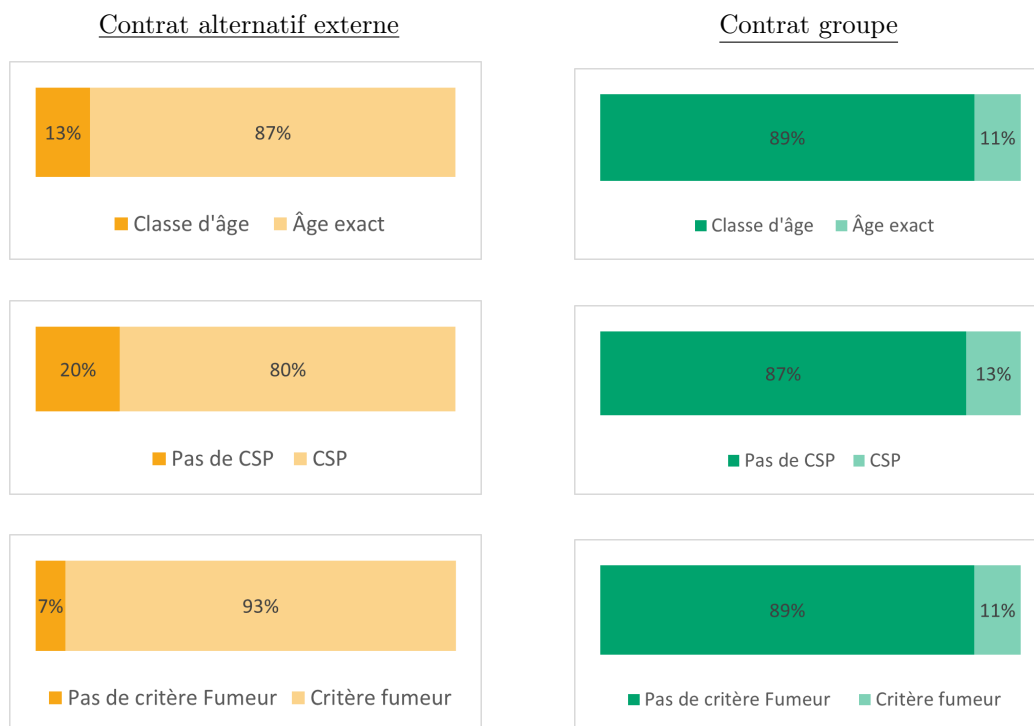


FIGURE 1.6 – Répartition de l'utilisation des critères de tarification. Reproduit à partir du rapport "Bilan de l'assurance emprunteur", par Actélior pour le CCSF, 2020.

Les contrats alternatifs sont tarifés en général sur ces critères de tarification. Cette partie du marché est fortement segmentée. Au contraire, les contrats groupes utilisent peu les critères des assurés, la mutualisation entre les assurés est beaucoup plus forte. Cette différence mutualisation/segmentation s'observe en comparant les tarifs proposés en fonction de l'âge.

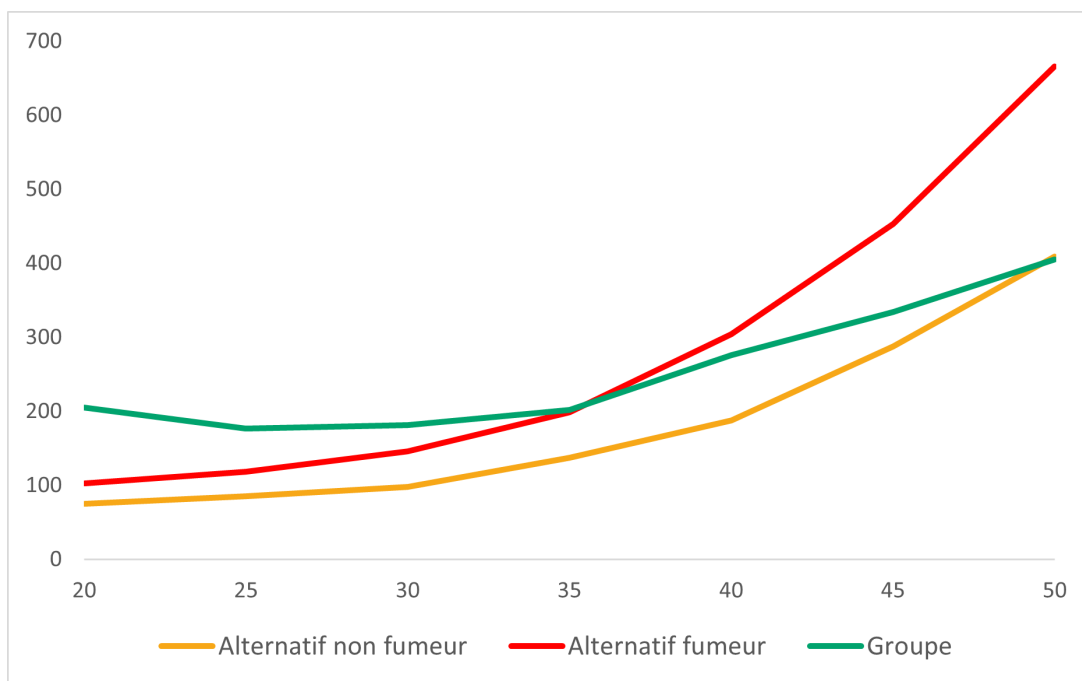


FIGURE 1.7 – Tarif en fonction de l'âge. Reproduit à partir du rapport "Bilan de l'assurance emprunteur", par Actélior pour le CCSF, 2020.

En moyenne, il est préférable sur le marché de prendre un contrat alternatif si l'assuré est âgé de 35 ans ou moins et fumeur ou s'il est âgé de 50 ans ou moins et non fumeur.

1.5 Réglementation

La réglementation de l'assurance emprunteur a subi de nombreuses modifications au cours de ces 15 dernières années, ayant deux buts : ouvrir le marché à la concurrence et permettre à une plus grande partie de la population d'accéder aux prêts.

1.5.1 La convention AERAS (2007)

La convention AERAS, s'Assurer et Emprunter avec un Risque Aggravé de Santé, est une entente signée par trois partis : les pouvoirs publics, les représentants du marché (assureurs et banques) et les associations de consommateur. Elle a pour but de faciliter l'accès à l'emprunt pour les personnes présentant un risque de santé important et dont l'assurance emprunteur coûterait en théorie extrêmement cher. La convention évolue au fil des années et est souvent modifiée pour s'adapter au mieux aux nouvelles réglementations. Son dernier changement date de la loi Lemoine.

Les demandes de prêts de personnes avec un risque aggravé de santé représentaient 12 % du total des demandeurs de prêt en 2021. Parmi eux, 96 % ont pu recevoir une proposition d'assurance pour le risque de décès, dont 70 % n'ont pas eu de surprime appliquée sur leur contrat.

Le montant maximal d'un prêt sous la convention est de 420000 €, et le prêt doit se finir avant les 71 ans de l'assuré. La convention permet à l'assuré de bénéficier du "droit à l'oubli", c'est-à-dire de ne pas spécifier dans le questionnaire médical la survenance d'une maladie grave dans le passé. Ce droit à l'oubli dépend de deux conditions : le type de maladie et un délai minimum sans rechute après la guérison. La convention intègre une "garantie d'invalidité spécifique" (GIS) qui équivaut à une garantie invalidité dont les conditions sont définies dans et pour la convention.

Pour résumer les droits des assurés, la convention possède une grille de référence des conditions de tarification suivant les pathologies. Elle répertorie les pathologies ne pouvant pas être majorées par une surprime, obligeant les assureurs à proposer les tarifs de base aux assurés remplissant certaines conditions.

Type de pathologie	Délai après guérison sans rechute
Cancers du testicule	3 ans
Cancers du sein	1 an
Hépatite C	24 semaines
VIH	1 an

TABLE 1 – Extrait de la grille de référence pour les pathologies sans surprime. Les conditions et spécificités de chaque pathologie n'ont pas été rajoutées.

Par exemple, si un assuré est guéri du cancer du sein depuis plus d'un an sans rechute et répond à certaines conditions médicales spécifiques à la pathologie, il peut bénéficier d'une assurance sans surprime ni exclusion. Il a cependant l'obligation de le déclarer à l'assureur.

Dans le cas où l'assurance demande une surprime sur le contrat, la grille de référence impose des plafonds de tarification. Elle indique pour les assureurs un coefficient maximal de surprime possible à appliquer en fonction de la maladie et de certaines conditions.

Type de pathologie	Délai d'accès à compter du diagnostic	Surprises maximales
Leucémie LMC	5 ans à compter du diagnostic	Décès : 150 % ; GIS : 150 %
Leucémie de Burkitt	5 ans à compter du diagnostic	Décès : 50 % ; GIS : 50 %
Cancers du sein infiltrants	3 ans	Décès : 100 % ; GIS : 100 %
Mucoviscidose	Durée de prêt de 10 ans maximum	Décès : 400 %

TABLE 2 – Extrait de la grille de référence pour les pathologies avec surprime. Les conditions et spécificités de chaque pathologie n'ont pas été rajoutées.

Pour certaines pathologies comme la mucoviscidose, les garanties GIS et PTIA ne sont pas proposées. Pour chaque pathologie il y a tout de même de nombreuses conditions à remplir qui n'ont pas été marquées dans les tableaux ci-dessus.

La convention Aeras fut la première initiative permettant d'élargir l'accès à l'emprunt et reste aujourd'hui essentielle pour de nombreux assurés qui veulent emprunter malgré un risque de santé. Les réglementations apparues plus tard auront tendance à plus se focaliser sur les obstacles financiers que médicaux des assurés pour accéder aux assurances de prêt.

1.5.2 Loi Lagarde (1^{er} juillet 2010)

Cette loi établit plusieurs mesures de contrôle sur les prêts, notamment par la protection des consommateurs des abus provenant des établissements bancaires ou commerciaux forçant l'utilisation de crédits renouvelables ou de consommation. Le but de cette loi était aussi d'aider les personnes surendettées.

L'élément intéressant de cette loi dans le cadre de l'assurance emprunteur est la possibilité de pouvoir choisir l'organisme assureur du prêt. Ainsi, les banques ne peuvent plus imposer l'assurance de prêt qu'elles désirent pour le consommateur. Celui-ci peut désormais choisir n'importe quel organisme si les garanties sont similaires à celles demandées par la banque. Les assurances de prêt avaient par ailleurs obligation suite à cette loi d'être plus transparentes sur les tarifs communiqués aux consommateurs :

les tarifs mensuels doivent être clairement indiqués.

Cette loi a permis de développer la concurrence sur le marché de l'assurance emprunteur, mais avec quelques limites. Ainsi, quelques années après l'application de la loi, les banques assuraient entre 80 et 90 % des prêts sur le marché. Le gouvernement a alors décidé de voter une nouvelle loi en 2014, la loi Hamon.

1.5.3 Loi Hamon (17 mars 2014)

La loi Hamon est une loi dense qui touche de nombreux marchés. En ce qui concerne l'assurance de prêt, elle autorise la résiliation pour tous les assurés à n'importe quel moment durant la première année. Jusqu'alors, il n'était possible de résilier un contrat d'assurance qu'à sa date d'anniversaire, une fois par an. La loi Chatel de 2005 imposait les assurances à informer ses assurés de l'échéance à venir pour pouvoir résilier un contrat. Ainsi, la loi Hamon a permis de rajouter de nouveaux moyens pour résilier un contrat. En combinant la loi Hamon avec la loi Lagarde (choix libre de l'assurance de prêt), les assurés peuvent maintenant changer d'assurance de prêt à n'importe quel moment la première année, s'il y a équivalence de garantie.

1.5.4 Amendement Bourquin (2017-2018)

Suite à la loi Hamon et la loi Lagarde, l'amendement Bourquin rajoute la possibilité de pouvoir résilier et ainsi changer d'organisme assureur à chaque anniversaire du contrat. La seule condition est l'équivalence des garanties entre l'ancien et le nouveau contrat. Malgré ces nouvelles réglementations pour ouvrir encore plus à la concurrence le marché de l'assurance de prêt, les établissements bancaires détiennent toujours entre 80 et 90 % des parts de marché. Néanmoins, ces réglementations ont permis de faire baisser les tarifs des assurances, au bénéfice des consommateurs.

1.5.5 Loi Lemoine (28 février 2022)

La commission des finances après une enquête sur le marché de l'assurance emprunteur a décidé de mettre en place une nouvelle réglementation améliorant les deux principaux points réglementaires de l'assurance emprunteur :

- La résiliation et le choix de l'assurance emprunteur (loi Lagarde, Hamon et Bourquin)
- L'accès à l'assurance emprunteur pour les personnes ayant un risque aggravé de santé (convention AERAS)

C'est dans ce contexte qu'a été voté la loi Lemoine en février 2022. Les principaux points de cette loi sont les suivants :

- Les assurés ont la possibilité de résilier sans frais leur contrat à tout moment pour les crédits immobiliers, et ainsi de changer d'assureur.
- La communication à l'assuré des tarifs des 8 premières années du contrat lors de la signature.
- Le droit à l'oubli inscrit dans la convention AERAS qui passe de 10 à 5 ans pour les maladies cancéreuses et les hépatites C sans distinction d'âge
- La suppression du questionnaire médical pour les prêts inférieurs à 200000 € si le contrat se termine avant les 60 ans de l'assuré

Cette loi change beaucoup de choses dans l'approche actuarielle du risque. En effet, la suppression du questionnaire médicale et le raccourcissement du droit à l'oubli va augmenter le risque des portefeuilles, ce qui va sûrement entraîner une hausse des tarifs pour pouvoir mieux mutualiser les portefeuilles. Ensuite, la résiliation devient infra-annuelle, ce qui pourrait accélérer le roulement des assurés dans le portefeuille : il y aurait une augmentation des départs et des affaires nouvelles.

Cette loi est récente et les conséquences ne sont pas encore connues, il est donc compliqué d'estimer les répercussions qu'elle aura. Il s'agira par la suite d'intégrer dans les modèles les potentiels effets de cette loi sur le portefeuille.

1.6 Alptis Assurance

1.6.1 Courtier grossiste

L'entreprise Alptis n'est pas une entreprise d'assurance classique, mais est un courtier grossiste : elle conçoit les produits d'assurance, les diffuse au travers d'un réseau de courtiers, et s'occupe de sa gestion et de son suivi. Cependant, elle ne porte pas le risque lié au produit. Pour cela, elle passe par des assureurs qui acceptent de supporter le risque des produits, en échange d'une partie des cotisations nécessaire pour leur frais de gestion. Ainsi, il n'y a pas de calcul de ratio de Solvabilité II comme les SCR au sein d'Alptis, ce sont les assureurs qui s'en occupent. Cependant, elle reste soumise à la réglementation sur le PCA (plan de continuité d'activité) et le traitement des données des assurés par exemple. Les relations entre l'entreprise et les assureurs sont gérées par des conventions qui établissent les niveaux de rémunération de chaque parti (commissions).

1.6.2 Le produit Emprunteur Alptis

Le produit est une assurance de prêt qui a été créé en 2004. Il existe 6 versions de ce produit, Emprunteur 1 à Emprunteur 6. La plus récente, Emprunteur 6, est la seule encore commercialisée. Les garanties de ces produits sont les mêmes que celles présentées précédemment, sauf pour la garantie IPP qui n'est présente que dans le dernier produit.

2 Éléments à projeter

Le but de ce mémoire est de projeter le compte de résultats du produit. La projection commence au 01/01/2022, et s'étale sur les 5 prochaines années, soit jusqu'au 31/12/2026. Il y aura donc cinq comptes de résultats à projeter, de 2022 à 2026. Les données prises seront alors celles connues au 31/12/2021.

Le compte de résultat est composé de plusieurs éléments qui devront être projetés, à savoir :

- les cotisations (émissions)
- les frais de gestion (commissions) d'Alptis et de l'assureur
- les prestations décès et arrêt de travail
- les provisions mathématiques (PM) des sinistres en cours à fin 2021
- les provisions pour risques croissants (PRC)

Ces éléments seront définis dans cette partie et leur utilité dans le compte de résultat expliquée.

2.1 Cotisations

2.1.1 Calcul des cotisations

Les cotisations représentent les montants que payent les assurés à l'entreprise pour se couvrir des risques empêchant le remboursement du prêt. Elles sont définies lors de la souscription du contrat d'assurance et dépendent de plusieurs facteurs :

- les caractéristiques personnelles de l'assuré : son âge, sa classe socio-professionnelle, s'il est fumeur ou non.
- les caractéristiques du prêt : le type de prêt, le capital initial, le taux, la durée, les échéances... Tout ce dont a besoin l'assureur pour connaître l'évolution du Capital Restant Dû (CRD) au cours du temps.
- les options prises et les quotes-parts (pourcentage du capital assuré) associées.

Le deuxième et troisième item définissent l'objet à assurer (le montant du capital et des échéances), tandis que le premier item va permettre de calculer la probabilité de survenance d'un sinistre. Certaines émissions devront par la suite être projetées, ces 3 groupes de caractéristiques seront alors nécessaires.

2.1.2 Matrice de déformation

Une matrice de déformation contient des coefficients d'augmentation et de diminution des primes qui sont appliqués lors de la tarification. Ces coefficients sont dépendants de l'ancienneté dans le prêt et de la durée du prêt. Les premières années sont des majorations de primes tandis que les dernières années sont des minorations de primes. Cette déformation de la prime permet d'anticiper les résiliations courantes qui surviennent en milieu de contrat.

2.2 Prestations : projection décès

L'avantage de l'assurance emprunteur par rapport à d'autres branches de l'assurance est que seule la survenance du sinistre est inconnue, le coût lui est toujours connue car il est lié au CRD assuré. Ainsi, la difficulté de la projection sera de retrouver les probabilités de survenance des sinistres.

Le calcul des survenances de sinistres décès se fait à l'aide de tables de mortalité. Ces tables indiquent, pour chaque âge x , la probabilité d'une personne de mourir durant l'année. Il existe deux tables officielles TH02 (table de mortalité homme) et TF02 (table de mortalité femme), qui doivent être obligatoirement utilisées pour des contrats en assurance vie. Il n'existe pas de table réglementaire en emprunteur mais les tables officielles fournissent une base de travail pour modéliser la sinistralité d'un portefeuille.

Âge	0	1	2	3	4
L_x (Population en vie)	100000	99616	99583	99562	99545
q_x (Probabilité de mourir)	0,38 %	0,03 %	0,02 %	0,02 %	0,01 %

TABLE 3 – Début de la table de mortalité TF02. Un nouveau né a 0,38 % de chance de mourir au cours de sa première année

Les probabilités de décès sont calculées à l'aide des données sur les populations encore en vie. Il vient la formule suivante pour q_x :

$$q_x = \frac{L_x - L_{x+1}}{L_x} \quad (2.1)$$

Ce qui donne, en reprenant l'exemple pour $x = 0$ (nouveau né) :

$$q_0 = \frac{L_0 - L_1}{L_0} = \frac{100000 - 99616}{100000} = 0,38 \%$$

2.3 Prestations : projections arrêt de travail et invalidité

Les projections d'arrêts de travail sont, comme les projections de décès, calculées à l'aide de tables. Trois tables seront nécessaires :

- la table d'entrée en incapacité ;
- la table de maintien en incapacité ;
- la table de passage en invalidité.

La première table indique la probabilité selon l'âge d'une personne de passer en arrêt de travail. Il n'existe pas de table officielle, il faut donc la construire de bout en bout avec les données historiques. Elle a la même forme qu'une table de décès, sauf que la probabilité porte sur l'entrée en incapacité et non sur le décès.

Pour la seconde et troisième tables, les variables suivantes sont définies :

- Anc_i le mois d'ancienneté dans l'arrêt de travail de l'assuré i ;
- $L_{x,k}^{incap}$ le nombre de personnes encore en arrêt le mois k ;
- $L_{x,k}^{inval}$ le nombre de personnes encore en arrêt le mois k qui entrent en invalidité durant le mois ;
- $p_{x,k}^{incap}$ la probabilité d'être encore en arrêt au début du mois k sachant que l'assuré est entré en arrêt de travail à l'âge x ;
- $q_{x,k}^{inval}$ la probabilité d'entrer en invalidité durant le mois k , en sachant que l'assuré est en incapacité le mois k .

$$p_{x,k}^{incap} = \frac{L_{x,k}^{incap}}{L_{x,0}^{incap}}$$

$$q_{x,k}^{inval} = \frac{L_{x,k}^{inval}}{L_{x,k}^{incap}}$$

La seconde table indique, sur les 36 mois réglementaires d'arrêt de travail, la probabilité de toujours être en arrêt de travail le mois suivant. La table BCAC 2013 est utilisée. Les probabilités se calculent de la même manière que celles de la table de décès. Cependant, la franchise est à prendre en compte. L'hypothèse est faite d'une franchise de 90 jours (3 mois), les franchises de 30 et 180 jours ne représentent que 2 % du portefeuille et sont donc négligées. L'assureur n'est pas au courant des arrêts de travail inférieurs à 3 mois : elles n'existent pas dans les données. Or la table officielle commence elle dès le premier mois. Il y a donc un décalage de 3 mois entre l'arrêt de travail vu par la table officielle (36 mois au maximum) et l'arrêt de travail vu par l'assureur (33 mois au maximum). Pour pouvoir

utiliser les tables officielles, il faut les tronquer en faisant commencer la table qui va être utilisée au début du quatrième mois :

Ancienneté réelle (en mois) dans l'arrêt k'	0	1	2	3	4
Ancienneté vu par l'assureur (k)	-	-	-	0	1
Nombre de personnes encore en arrêt ($L_{k'}$)	10000	5543	3715	2803	2259
Probabilité d'être en arrêt le mois k ($p_{x,k}^{incap}$)	-	-	-	100%	80,6 %

TABLE 4 – Table incapacité pour un individu de 40 ans

Ici les 3 premières colonnes seront simplement supprimées. La population de départ $L_{k=0}$ dans la table qui sera utilisée sera de 2803 individus.

Enfin, la troisième table indique la probabilité de passer en invalidité alors que l'individu est déjà en incapacité. Elle est aussi soumise à la franchise précédente, et est donc tronquée de la même manière. La table BCAC tronquée donne :

Ancienneté par rapport à la table dans l'arrêt (k)	0	1	2	3
Nombre de personnes entrant en invalidité ($L_{x,k}^{inval}$)	2,81	2,83	2,84	2,86
Probabilité d'entrer en invalidité durant le mois ($q_{i,k}^{inval}$)	0,100 %	0,101 %	0,101 %	0,102 %

TABLE 5 – Table invalidité pour un individu de 40 ans

La projection consistera alors à estimer d'une part les prestations liées aux remboursements des échéances en cas d'arrêt de travail, et d'autre part les prestations liées aux remboursements du capital restant dû en cas d'entrée en invalidité.

2.4 Provisions

Les provisions sont les charges probables que l'assureur devra payer les années suivant celle du bilan comptable. Les charges ne sont pas connues avec exactitude, mais elles sont estimables. Il existe plusieurs sortes de provisions.

Certaines provisions d'ordinaire essentielles n'auront pas à être estimées :

- la Provision Pour Sinistres à Payer (PSAP) : ce sont des provisions pour régler les sinistres qui sont survenus au cours de l'année, qui sont connus, mais dont le traitement n'a pas encore été fait.
- la provision pour sinistres non connus : c'est une estimation des coûts des sinistres étant survenus au cours de l'année, mais dont la déclaration n'a pas encore été faite au moment du bilan comptable.

Ces provisions sont prises en compte dans la sinistralité. En effet, tous les sinistres seront projetés, il n'y aura donc pas de délai de paiement ni de retard de déclaration de sinistres.

Certaines provisions devront être projetées et ne pourront pas être englobées dans la sinistralité :

- les Provisions Mathématiques (PM) ;
- la Provision pour Risques Croissants (PRC).

Des simplifications ont pu se faire pour les calculs de provisions grâce au taux technique non-vie. En effet, celui-ci est de 0 % en 2021, l'actualisation des provisions est donc égale à 1. Par prudence, il est supposé que pour les années à venir, le taux technique non-vie sera toujours à 0 % et pas supérieur.

La partie technique de ce mémoire ayant été construite courant 2022, le taux technique non-vie était encore de 0 %. Le choix fut fait de garder ce taux.

2.4.1 Provisions mathématiques (PM)

Une provision mathématique permet à l'assureur de mettre de côté un capital pour pouvoir rembourser ses assurés en cas de survenance d'un sinistre. Plus exactement, d'après le code des assurances, c'est la "différence entre les valeurs actuelles des engagements respectivement pris par l'assureur et par les assurés". Dans le cas de l'assurance de prêt, la provision mathématique sera là pour couvrir les sinistres d'arrêt de travail et d'invalidité pour les personnes étant déjà en arrêt de travail au moment de la date de calcul. les variables suivantes sont définies :

- IJ_i^{mens} le montant de l'échéance assurée à rembourser en cas d'incapacité, ramené à une échéance mensuelle : si l'échéance est trimestrielle, alors $IJ_i^{mens} = \frac{chance}{12/4}$;
- i_j^{tech} le taux technique non-vie à l'année j ;
- v_j le facteur d'actualisation non-vie tel que $v_k = \frac{1}{1+i_k^{tech}}$.

La PM incapacité est calculée tête par tête, avec la formule de la PM pour l'assuré i suivante :

$$PM_{i,j}^{incap} = IJ_i^{mens} * \sum_{k=Anc_i+1}^{32} \frac{L_{x_{i,j},k}^{incap}}{L_{x_{i,j},Anc_i}^{incap}} * v_j^{k-Anc_i} \quad (2.2)$$

$\forall j \in \llbracket 1; 5 \rrbracket$, $i_j^{tech} = 0$, donc $v_j = 1$. On peut alors simplifier :

$$PM_{i,j}^{incap} = IJ_i^{mens} * \sum_{k=Anc_i+1}^{32} \frac{L_{x_{i,j},k}^{incap}}{L_{x_{i,j},Anc_i}^{incap}} \quad (2.3)$$

La PM incapacité globale est alors définie comme :

$$PM_j^{incap} = \sum_{i=1}^n IJ_i^{mens} * \sum_{k=Anc_i+1}^n \frac{L_{x_{i,j},k}^{incap}}{L_{x_{i,j},Anc_i}^{incap}} \quad (2.4)$$

Il vient ensuite le calcul de la PM invalidité. Une personne a un risque d'entrer en invalidité si elle est en arrêt de travail durant le mois k . Ainsi, il s'agit de calculer pour chaque mois sa probabilité d'être toujours en incapacité et celle de passer en invalidité ce mois-ci :

$$\begin{aligned} PM_{i,j}^{inval} &= \sum_{k=Anc_i}^{33} CRD_{i,k} * \underbrace{\frac{L_{x_{i,j},k}^{incap}}{L_{x_{i,j},Anc_i}^{incap}}}_{\text{maintien en incapacit}} * \underbrace{\frac{L_{x_{i,j},k}^{inval}}{L_{x_{i,j},i}^{incap}}}_{\text{Entre en invalidit}} * v_j^{k-Anc_i} \\ \Rightarrow PM_{i,j}^{inval} &= \sum_{k=Anc_i}^{33} CRD_{i,k} * \frac{L_{x_{i,j},k}^{inval}}{L_{x_{i,j},Anc_i}^{incap}} \end{aligned} \quad (2.5)$$

On trouve alors la PM invalidité globale :

$$PM_j^{inval} = \sum_{i=1}^n \sum_{k=Anc_i}^{33} CRD_{i,k} * \frac{L_{x_{i,j},k}^{inval}}{L_{x_{i,j},Anc_i}^{incap}} \quad (2.6)$$

2.4.2 Provision pour risques croissants (PRC)

Le risque de décès n'est pas mutualisable sur seulement un an, mais sur plusieurs années. Il faut donc recourir à une provision qui permettra de lisser ce risque sur les années à venir. La PRC en assurance emprunteur est généralement liée à la matrice de déformation. Le calcul est fait de la manière suivante :

$$\Delta PRC = Prime\ dforme - Prime\ relle$$

Cette formule permet de calculer la dotation annuelle à la PRC en fonction des primes reçues durant l'année.

2.5 Résiliation et sortie du portefeuille

Les taux de sortie du portefeuille sont calculés suivant deux critères : la génération du produit et la durée du prêt en cours. La résiliation est fortement influencée par cette dernière variable. La moyenne de départ d'un assuré du contrat d'assurance se situe autour de 8 ans de cotisation. Pour trouver ces taux, le rapport Assurés début d'année N / Assurés fin d'année N est calculé en fonction de l'âge du prêt et en excluant les sorties dues à la date limite de fin du prêt. La courbe des taux de résiliation trouvée est la suivante, après lissage de courbe (la méthode utilisée sera expliquée plus tard dans la partie construction de tables) :

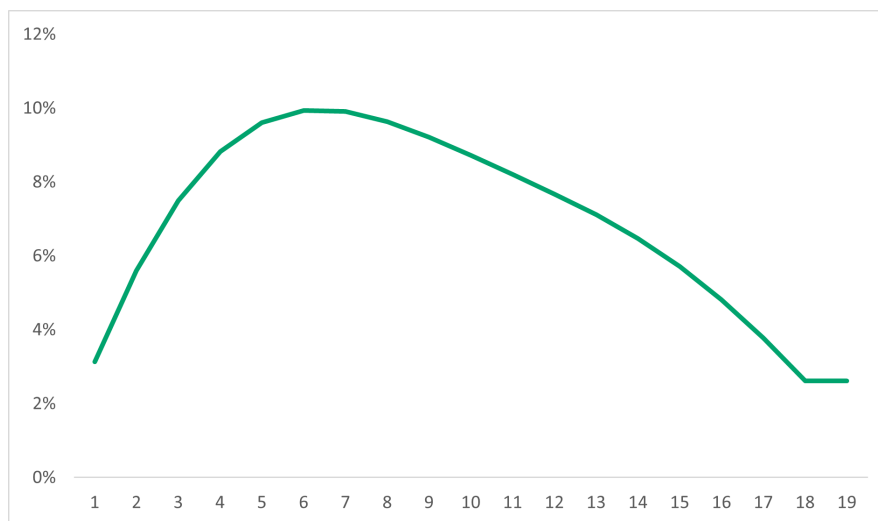


FIGURE 2.1 – Probabilité de sortie du portefeuille en fonction de l'âge du prêt

Les taux des prêts âgés de plus de 18 ans ne sont pas connus dans l'historique. Ces types de prêts sont peu présents dans le portefeuille, et leur probabilité de sortir du portefeuille est basse. Pour ces raisons, il a été décidé de prolonger le dernier taux connu pour tous les prêts de 18 ans et plus.

La courbe est cohérente avec les attentes prévues de sortie de prêt. En effet, les taux sont hauts pour les prêts de 4 à 9 ans, puis baissent à mesure que le prêt vieillit (en effet, passé cet âge, les cotisations sont généralement moins élevées).

L'année 0 est à prendre à part car la tendance est discontinue par rapport aux années ultérieures (les résiliations la première année sont fréquentes). Elle ne sera pas utilisée dans la projection car il n'y aura pas d'affaire nouvelle, et donc pas de contrat étant sur leur première année.

2.6 Commissions courtiers

Les commissions sont des retenues sur les cotisations prises par l'assureur et le courtier pour pouvoir financer les frais de gestion. Elles sont calculées en même temps que les cotisations, par tête car elles diffèrent d'un contrat à l'autre.

3 Analyse des données

3.1 Récupération des données

3.1.1 Stockage des données

L'entreprise utilise SAS pour le traitement de ses données. Celles-ci sont stockées dans de grandes tables contenant beaucoup de variables (entre 100 et 150). Le traitement des données se fait en utilisant peu de tables, ce qui simplifie le code. Les données nécessaires à la projection sont stockées dans 3 types de tables :

- Une partie spéciale assurance de prêt :
 - Une table principale répertoriant le portefeuille au 31/12/2021, avec les éléments essentiels du prêt et de l'assuré.
 - Une table répertoriant les CRD futurs des assurés.
 - Une table répertoriant les émissions futures des assurés.
- Une partie plus globale qui répertorie les émissions de prévoyance et d'assurance de prêt reçues. Cette partie contient des informations importantes comme les taux de commission et l'historique des expositions.
- Les tables de sinistres, ceux qui sont délégués par les assureurs à Alptis et ceux qui sont pris en charge directement par l'assureur (dans le cas de sinistres importants comme les décès).

3.1.2 Extraction

Il y a deux façons d'appréhender le portefeuille lors de l'extraction :

- Le portefeuille est un groupement de personnes.
- Le portefeuille est un groupement de prêts

Le portefeuille par personne ne contiendra pas tous les prêts et sera pertinent pour une étude du risque du portefeuille. Le portefeuille par prêt contiendra tous les prêts. Ainsi, si un assuré a souscrit plusieurs prêts, il apparaîtra plusieurs fois. Ce portefeuille sera utile pour la projection du portefeuille.

Dans l'essentiel, les données étaient de bonne qualité et il n'a fallu faire que peu de modifications. De ces données ont été extraits :

- Le portefeuille "par prêt" et "par assuré".
- les émissions avec le calcul directement sur SAS des émissions, commissions et PRC.
- Les données historiques emprunteur et de prévoyance.
- Les sinistres liés aux données historiques.
- Les CRD.

3.1.3 Projections émissions et CRD

Le seul problème majeur rencontré fut l'absence des données d'émissions des prêts 2020 et 2021 et celles des CRD des prêts 2021. La projection des CRD fut rapide. En effet, il suffisait de recalculer les échéanciers du prêt sur Excel et de garder le capital restant dû à chaque fin d'année

Le calcul des émissions est plus compliqué. Il existe des tarificateurs Excel sur lesquels se basent les projections des émissions. Elles sont calculées à l'aide d'un programme VBA automatisant les calculs. Un test a été d'abord fait sur les émissions de 2019 (qui sont connues) pour examiner les écarts potentiels entre le tarificateur et la réalité. Cela a permis d'obtenir des émissions plus précises. Une fois les émissions calculées, commissions et PRC sont calculées à leur tour.

3.2 Présentation du portefeuille

3.2.1 Capital assuré moyen

Le portefeuille est constitué de 6 générations de produits, du produit 6, le plus récent, dernier encore à être commercialisé, au produit 1, le plus ancien. Il contient 32580 assurés pour 41844 prêts assurés. Parmi ces assurés, la moyenne d'âge est de 46 ans, et le capital assuré moyen par assuré est de 188683 €.

La répartition par âge, avec le capital assuré moyen associé est la suivante :

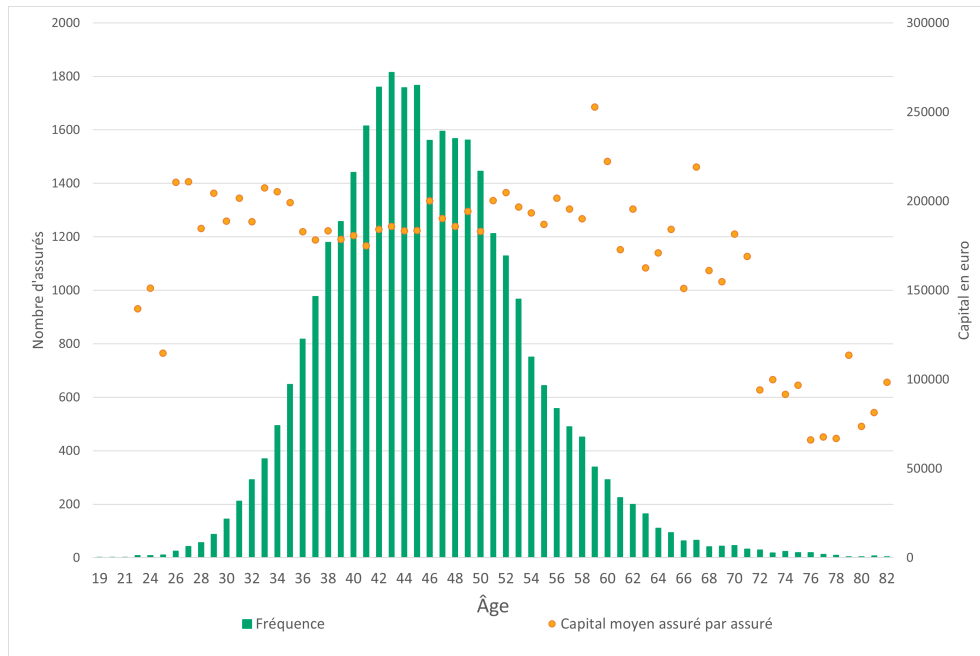


FIGURE 3.1 – Répartition des âges et capital assuré moyen

Il y a une concentration des assurés entre 35 et 55 ans. Le capital moyen reste plus ou moins constant jusqu'à 70 ans. Ensuite, il décroît rapidement, jusqu'à 82 ans. La plupart de ces prêts sont des anciens prêts, présent depuis longtemps dans le portefeuille. Ce sont donc des fins de prêt avec un CRD peu élevé. Ainsi, les assurés plus âgés, plus à risque, ne sont pas ceux qui ont un coût de sinistre très élevé puisque leur capital assuré moyen est deux fois moins important que la moyenne.

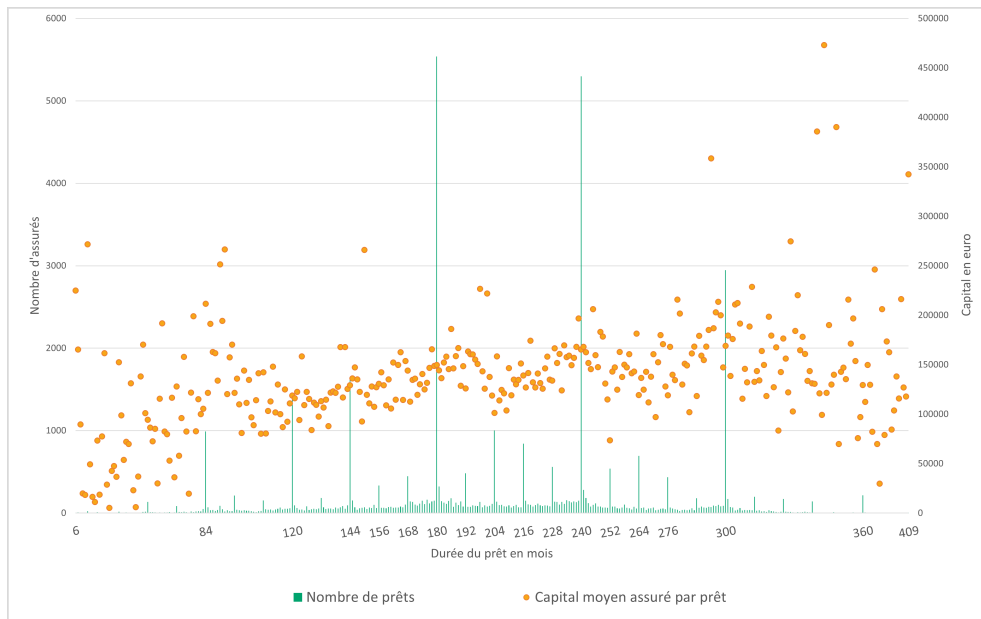


FIGURE 3.2 – Répartition des durées de prêt initiales par prêts et capital assuré moyen

Ici, le capital assuré moyen est calculé par prêt, ce qui explique les différences avec celui de la figure précédente qui lui était calculé par assuré. En effet il peut y avoir plusieurs prêts souscrits par adhérent et donc plusieurs prêts assurés par adhérent. Cela explique les différences de moyennes de capitaux entre les deux graphiques. En effet, un assuré ayant souscrit à plusieurs prêts augmente la moyenne de capital par tête, mais pas forcément la moyenne par prêt. La plupart des prêts ont une durée arrondie : 7, 10, 12, 15, 20 et 25 ans sont les durées de prêt les plus souscrites. Les points représentant le capital assuré moyen indiquent une légère croissance en fonction de la durée, avec des capitaux moyens plutôt bas pour des prêts courts. Enfin, le capital assuré moyen emprunté par prêt est de 146910 €.

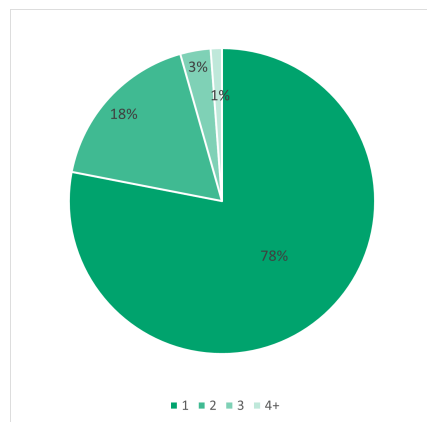


FIGURE 3.3 – Nombre de prêt par assuré

Cette figure montre que près d'un quart du portefeuille possède plusieurs prêts. Cela entraînera des difficultés qu'il faudra prendre en compte, notamment lors des projections stochastiques.

3.2.2 Affaires nouvelles

Le portefeuille possède des prêts ayant débuté en 2004. Le nombre de productions d'affaires nouvelles par année donne une bonne vision de l'ancienneté des prêts.

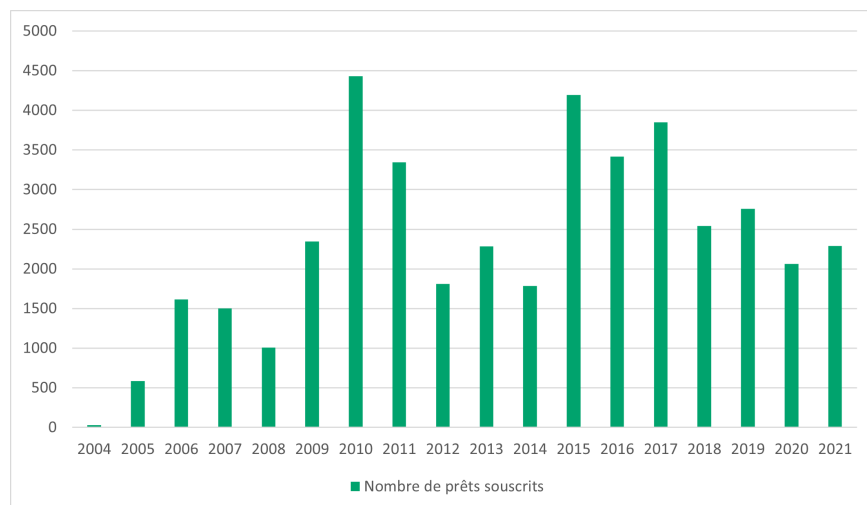


FIGURE 3.4 – Production d'affaires nouvelles par an

Les pics de production sont issus des deux gammes les plus présentes, V5 et V6, sorties respectivement en 2008 et 2014. Cela explique la proportion de ces gammes dans le portefeuille.

De plus, les taux et capitaux moyens ont eux aussi fluctués au cours du temps.

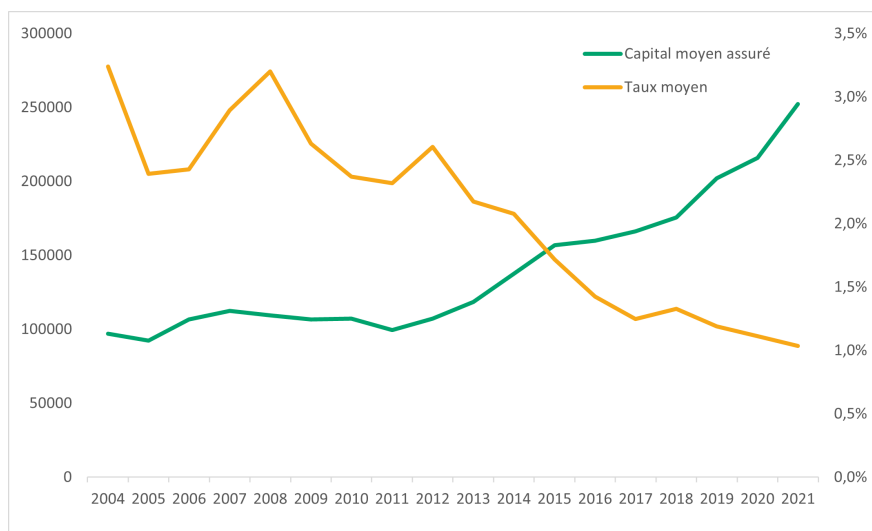


FIGURE 3.5 – Capital et taux moyens des affaires nouvelles

Le capital moyen emprunté n'a cessé d'augmenter au fil des années. La diminution des taux explique cette augmentation, notamment à partir de 2014. Cela a permis de souscrire à un emprunt pour un coût réduit, facilitant les prêts à montants élevés. Le taux moyen global du portefeuille est de 1,89 %.

3.2.3 Date des fins de contrat

Le portefeuille contient de nombreux prêts avec différentes dates de fin de prêt. À la fin du prêt, le contrat est résilié et il sort du portefeuille. Celui-ci n'est pas renouvelé, car les affaires nouvelles ne sont pas projetées. Ainsi, le nombre de contrats dans le portefeuille diminue au cours du temps. En regroupant les dates de fin de prêt par année, il vient la répartition des fins de contrats suivante :

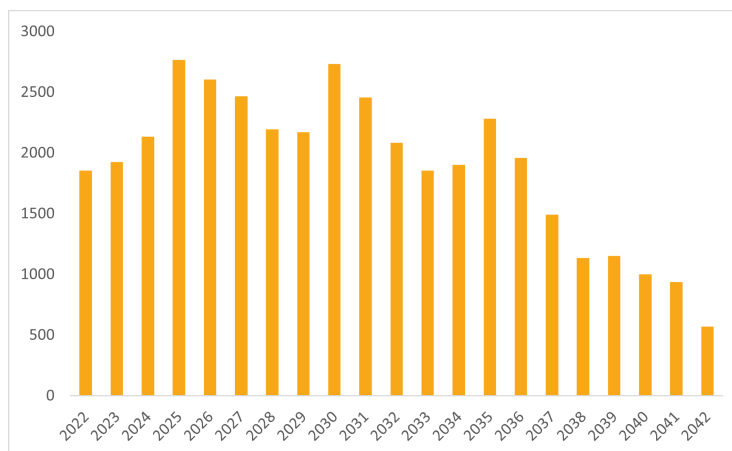


FIGURE 3.6 – Nombre de fin de contrat par année

Le nombre de fins de contrat par an n'est pas constant, et de nombreux pics apparaissent, en 2025 et 2035 notamment. Cela est dû à deux facteurs : les plus grosses productions d'affaires nouvelles ont été faites en 2010 et 2015, et la plupart des prêts ont une durée de prêt qui est un multiple de 5.

Le nombre de fins de contrat étant élevé, le portefeuille est directement impacté avec une baisse constante du nombre de contrats en cours.

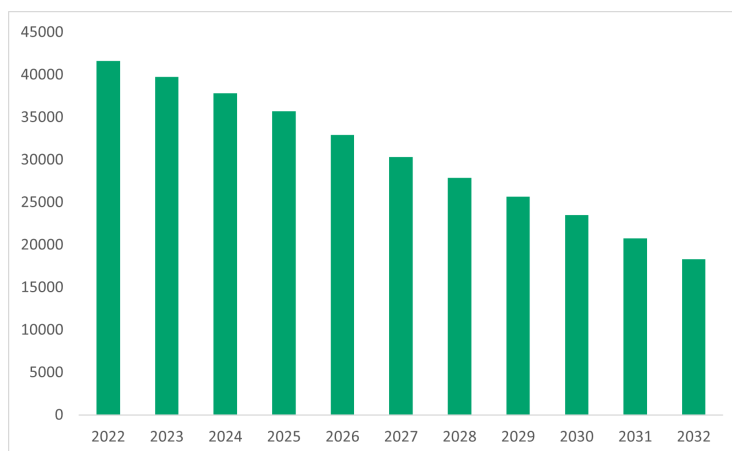


FIGURE 3.7 – Nombre de contrat en cours par année

Chaque année le portefeuille diminue. Or les fins de contrats ne diminuent pas, voir même augmente sur certaines années. Cela entraîne des irrégularités sur le pourcentage de contrat qui sortent du portefeuille chaque année. La part des contrats se terminant l'année N ne fait qu'augmenter. Ainsi, les fins de contrats représentent 4,5 % en 2022, 7,9 % en 2025 et 11,6 % en 2030 :

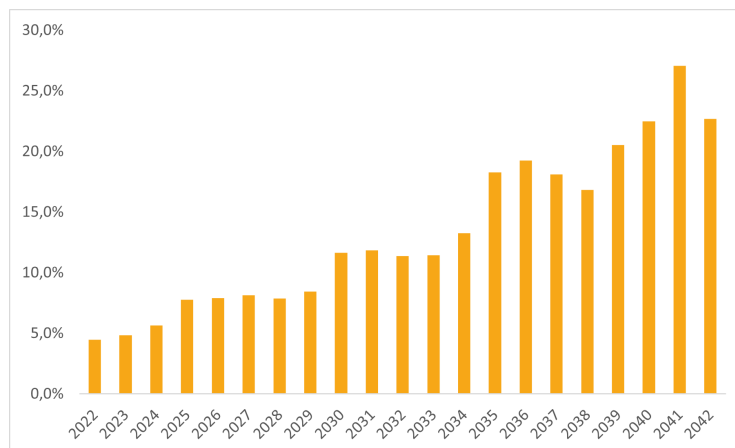


FIGURE 3.8 – Part des fins de contrat dans le portefeuille l'année N

Les sinistres sont impactés par le nombre de contrats présents dans le portefeuille. Ainsi, pour pouvoir comparer années après années le comportement d'un type de sinistre, il faut prendre en compte cette résiliation "naturelle" du portefeuille. Elle aura un impact visible sur les sinistres incapacités.

3.2.4 Répartition par sexe et fumeur

La répartition Homme/Femme est assez homogène. Il faut donc choisir entre l'utilisation d'une table officielle homme par soucis de prudence, ou celle de deux tables pour chaque sexe. La part d'assurés non fumeurs prédomine la part d'assurés fumeurs, mais celle-ci reste non-négligeable.

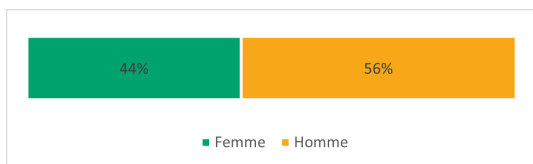


FIGURE 3.9 – Répartition Homme/Femme

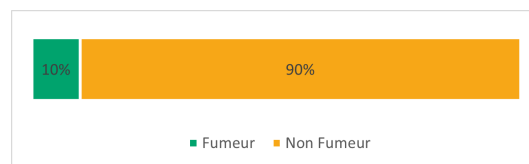


FIGURE 3.10 – Répartition Fumeur/Non fumeur

3.2.5 Arrêt de travail et invalidité

La plupart des adhérents sont assurés en cas d'arrêt de travail et d'invalidité.

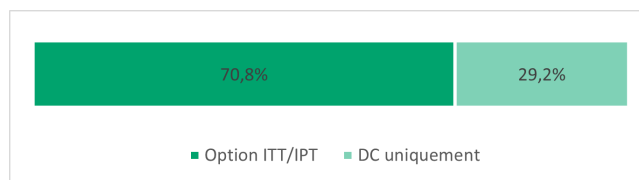


FIGURE 3.11 – Répartition des prêts assurés pour l'arrêt de travail et l'invalidité

Ainsi, l'arrêt de travail et l'invalidité ont un poids important dans la projection puisqu'ils concernent 29633 contrats sur les 41844. La répartition entre les prêts anciens et les prêts récents est assez inégale : les prêts récents ont une proportion plus grande d'arrêt de travail assuré.

3.2.6 Options et quote part

La répartition des options souscrites par prêt (en comptant aussi les prêts qui ne sont pas assurés en arrêt de travail) est ici examinée. Parmi les options significatives, il y a les garanties Dos/Psy et la garantie IPP.

Le pourcentage du capital (quote part) que les assurés ont choisi d'assurer influe sur le capital assuré au global. En général, lors d'une souscription couple, les deux parties vont s'assurer à 100 %. Cependant, il arrive que certains veuillent s'assurer à (50;50), (30;70), ou encore (100;50). Cela peut-être bénéfique ou contraignant pour l'assureur, selon que la personne soit un bon ou un mauvais risque.

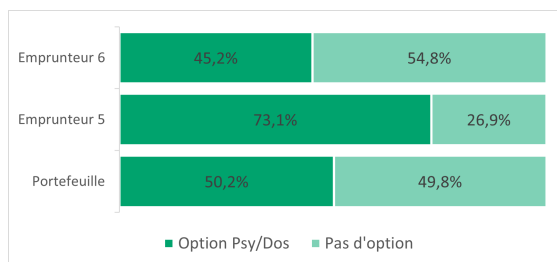


FIGURE 3.12 – Répartition option Psy/Dos

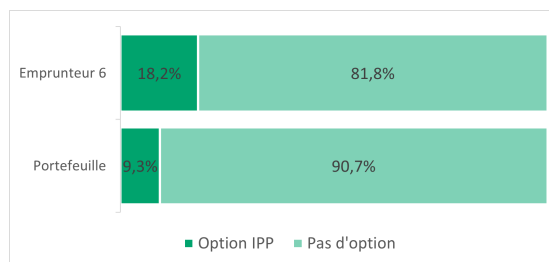


FIGURE 3.13 – Répartition option IPP

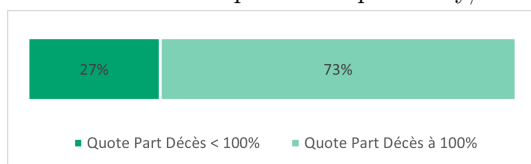


FIGURE 3.14 – Répartition Quote part décès

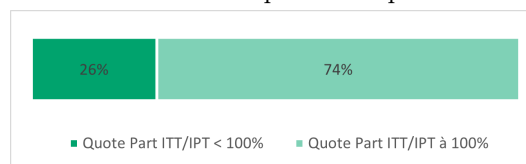


FIGURE 3.15 – Répartition Quote part AT

Ces dernières années, les banques ont demandé de plus en plus aux emprunteurs de souscrire aux options Psy/Dos et IPP. Celles-ci se sont donc démocratisées et comptent maintenant pour une part importante des prêts. L'option Psy/Dos est apparue pour la première fois sur le produit Emprunteur 5, tandis que l'option IPP est apparue pour la première fois sur le produit Emprunteur 6. L'option Psy/Dos est présente dans 50 % des prêts du portefeuille. L'option IPP est, elle, moins souscrite, avec seulement 20 % des prêts Emprunteur 6.

Pour les quotes-parts, la répartition est la même en décès et en arrêt de travail, et représente tout de même un quart des prêts.

3.2.7 Les différentes gammes

Le portefeuille est essentiellement composé des deux gammes les plus récentes, mais il reste aussi des adhérents de gammes antérieures. Les prêts récents concernent la grande majorité du portefeuille.

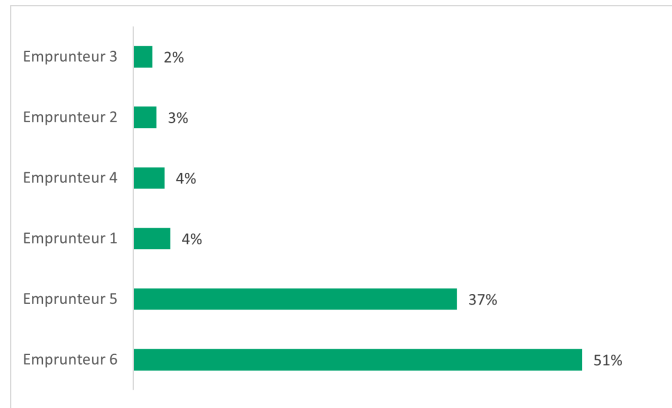


FIGURE 3.16 – Répartition des différentes gammes

3.2.8 Classes Socio-Professionnelles (CSP)

La répartition des CSP est un bon indicateur du niveau de risque du portefeuille. Elle rentre en jeu lors de la tarification et permet de justifier les similitudes entre le portefeuille emprunteur et celui de prévoyance. Les CSP sont connues dans les tables de données pour les gammes Emprunteur V5 et V6. Cela donne une idée satisfaisante de l'ensemble du portefeuille puisque ces deux gammes représentent 88 % du portefeuille.

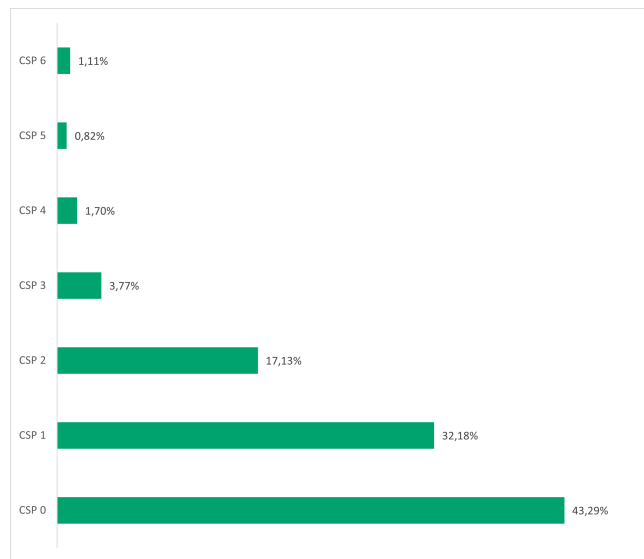


FIGURE 3.17 – Répartition des CSP

Il y a une forte concentration de bon risque avec beaucoup de cadres, de libéraux (CSP 0) et d'employés (CSP 1). Cela renforce l'idée de créer une table adaptée au portefeuille pour avoir une sinistralité plus en accord avec ces bons risques.

3.3 Etude des portefeuilles emprunteur historique et de prévoyance, et de leur sinistralités

Pour pouvoir se rapprocher au mieux de la sinistralité effective du portefeuille, une table décès et une table d'entrée en ITT sont construites à l'aide des données historiques. Par manque de données sur les options, les sinistres PTIA seront englobés dans les sinistres décès, et les sinistres issus des garanties Psy/Dos et IPP dans les sinistres ITT. Une étude d'un portefeuille prévoyance est également présenté car ce portefeuille permettra de compléter les données historiques emprunteurs.

3.3.1 Portefeuille emprunteur historique

Les données proviennent de l'historique des différents produits, depuis 2004 à fin 2021. Elles sont stockées dans une table différente du portefeuille. Les variables CSP et fumeurs sont peu présentes pour les données historiques. Cependant, les données disponibles vont dans le sens des résultats de la partie précédente. Par la suite, la répartition de CSP et des fumeurs des données historiques sera supposée semblable à celle du portefeuille.

Répartition par âge

Les données historiques concernent au total 74435 assurés depuis 2004. Pour connaître leur sinistralité suivant leur âge, il faut regarder la durée d'exposition en année par âge, c'est-à-dire la durée au cours de laquelle ils ont été assurés. La durée d'exposition totale pour l'ensemble des assurés est de 541028 années, ce qui fait une moyenne de 7 ans et 3 mois par assuré.

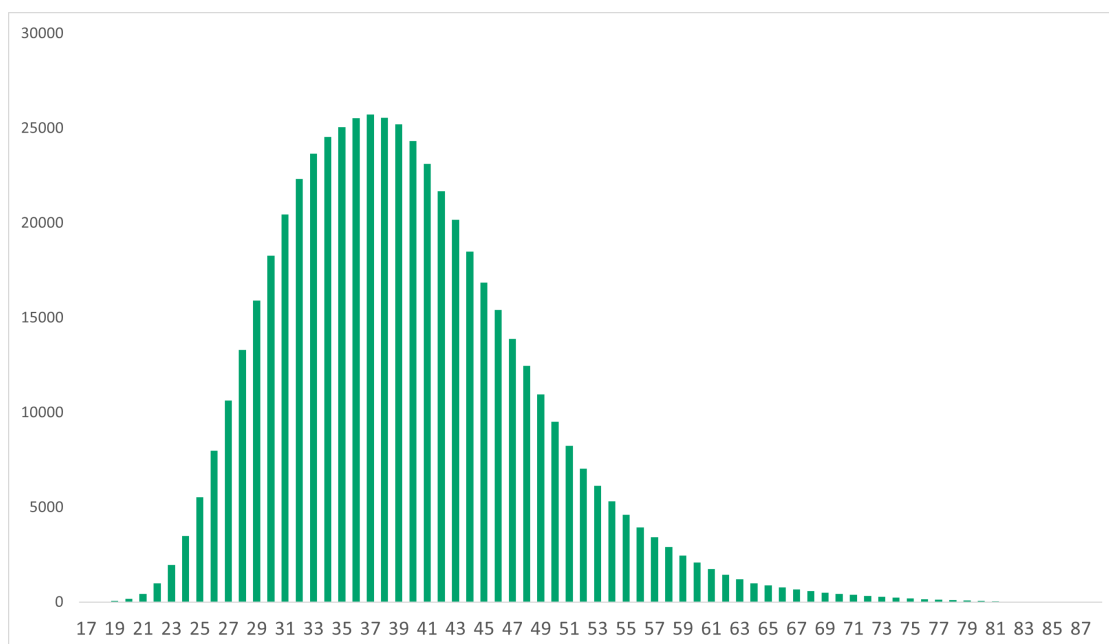


FIGURE 3.18 – Exposition des assurés par âge

La population au total sur les données historiques est un peu plus jeune que celle du portefeuille actuel. Il y a une importante concentration de 25 à 60 ans. La répartition de cette exposition reste la même pour les personnes s'étant assurées pour l'AT, l'exposition est globalement moins importante (toutes les personnes exposées pour le décès ne le sont pas forcément pour l'AT). Les données pour l'arrêt de travail représentent 63940 assurés pour une durée d'exposition totale de 424422 années, ce qui fait une moyenne de 6 ans et 8 mois.

Répartition Homme/Femme

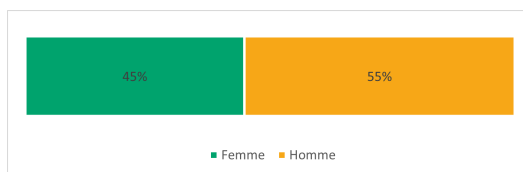


FIGURE 3.19 – Répartition Homme/Femme

La répartition est similaire aux données du portefeuille avec une légère majorité d'homme.

Répartition par gamme

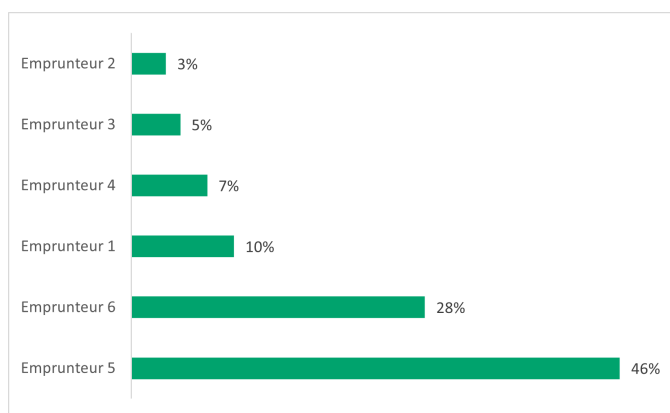


FIGURE 3.20 – Répartition des différentes gammes

Les anciennes gammes sont plus présentes dans les données historiques, en particulier Emprunteur 5 qui correspond à presque 50 % de l'historique.

3.3.2 Portefeuille de Prévoyance

Cette partie porte sur le portefeuille de prévoyance qui va être utilisé en complément pour créer la table de mortalité. Ce portefeuille est issu de 3 produits de prévoyance couvrant le risque de décès, le premier datant de 2010. Le but ici est de montrer que ce portefeuille est similaire au portefeuille emprunteur.

Les trois produits de prévoyance pris ici couvrent un assuré du risque de décès. Si l'assuré meurt durant la période définie, Alptis dédommage un certain montant aux bénéficiaires, lié au salaire annuel de la victime. Dans le cas de l'emprunteur ou de ces produits, c'est un capital élevé qui est assuré.

La sélection médicale

Ces produits de prévoyance sont soumis à une sélection médicale lors de la souscription, qui est dépendante du capital assuré et de l'âge à l'adhésion :

- Questionnaire médical ou déclaration d'état de santé pour la couche de capital assuré basse (inférieure à 150000 €) ;
- Questionnaire et examen médical, analyse sanguine et d'urine, examen cardiologique pour la couche moyenne (entre 150000 € et 400000 €) ;

- Questionnaire et examen médical, analyse sanguine et d'urine, examen cardiologique et rapport financier pour la couche haute (plus de 400000 €);

Le choix de ces produits pour compléter nos données fut motivé par leur sélection médicale qui ressemble pour beaucoup à une sélection médicale du produit emprunteur.

Exposition par âge

L'historique de ces produits de prévoyance est composé de 31975 assurés pour une exposition totale de 181783 années.

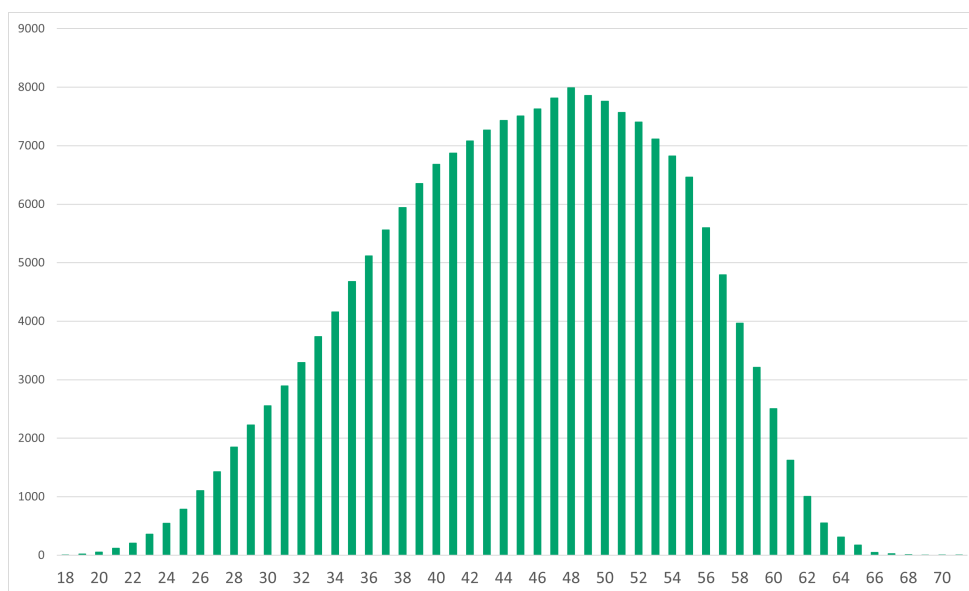


FIGURE 3.21 – Exposition des assurés par âge

L'exposition est plus faible que celle des données emprunteur. En effet, l'exposition des produits prévoyances représentent un tiers de celle de l'emprunteur. Néanmoins, les données de prévoyance ont une exposition plus concentrée sur les personnes âgées de 40 à 60 ans. Cela est utile car l'exposition de l'emprunteur est assez faible sur la tranche d'âge de 50 à 60 ans.

Répartition Homme/Femme

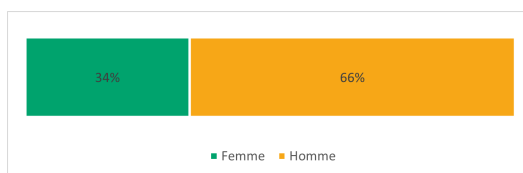


FIGURE 3.22 – Répartition Homme/Femme

Il y a ici une plus grande part d'hommes que de femmes par rapport aux données emprunteurs. Ainsi, la population prévoyance semble plus à risque. Prendre les données de prévoyance dans notre historique va augmenter la sinistralité. Cela permettra d'avoir une projection plus prudente que la réalité, même si cela ne va pas changer la nature des données. En effet, les données de prévoyance ne représenteront qu'un quart des données au total. Néanmoins, il faudra vérifier dans quelle mesure la sinistralité est supérieure à celle de l'emprunteur.

CSP

Les produits de prévoyance s'adressent aux travailleurs non salariés. La population sera essentiellement composée de professions libérales et chefs d'entreprises (CSP 0), et d'artisans et commerçants (CSP 2). Les salariés (CSP 1) sont peu présents. En comparant cette répartition à celle de l'emprunteur, on trouve la répartition suivante :

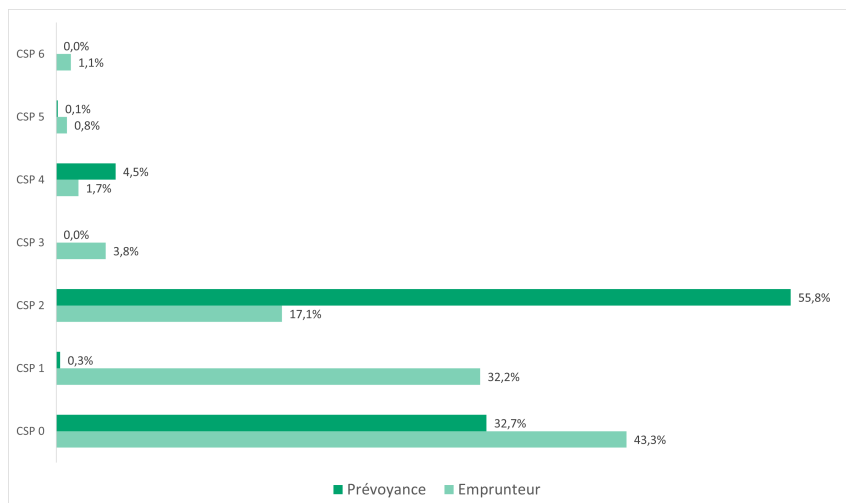


FIGURE 3.23 – Comparaison CSP prévoyance et emprunteur

Comme la répartition Homme/Femme, la population en prévoyance est plus à risque que celle en emprunteur ; la conclusion ici est donc la même : il faudra regarder comment se comportent les sinistres.

3.3.3 Sinistralité de décès

Les sinistralité décès du portefeuille historique sont examinés, pour justifier l'utilisation de données extérieures, prise dans le portefeuille de prévoyance

Sinistralité décès du portefeuille emprunteur historique :

Pour la sinistralité décès, les sinistres décès et PTIA sont récupérés selon l'âge des victimes. La répartition brute se présente de la manière suivante :

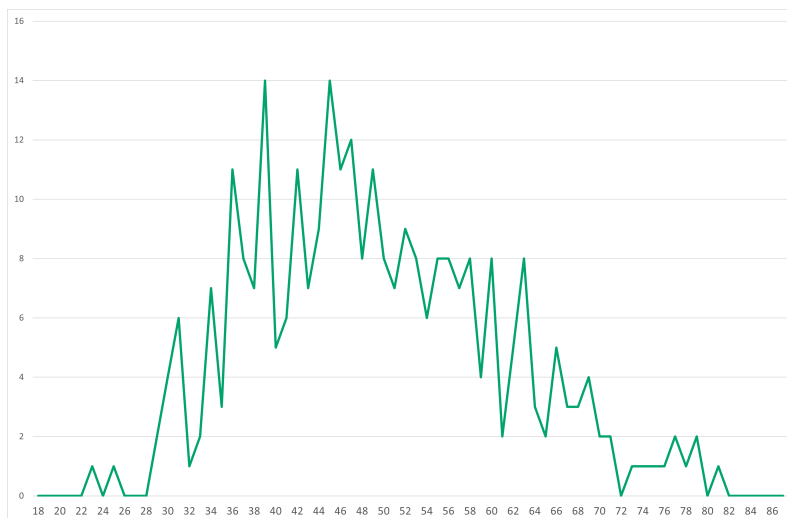


FIGURE 3.24 – Sinistralité historique de décès

Le graphique montre qu'il y a eu un total de 291 décès/PTIA survenus depuis 2004. Il y a eu au moins un sinistre pour chaque âge de 30 à 60 ans, ce qui rend la tranche exploitable (238 décès sur cette tranche). Cependant, ces données restent maigres, il y a moins de survenance qu'en sinistralité AT. Pour combler ce manque, des données issues d'un autre portefeuille de prévoyance seront rajoutées, contenant une population similaire pour pouvoir créer la table de décès.

Sinistralité décès du portefeuille de prévoyance :

Il y a eu 140 décès sur la durée observée, dont 120 sur la tranche 30-60ans.

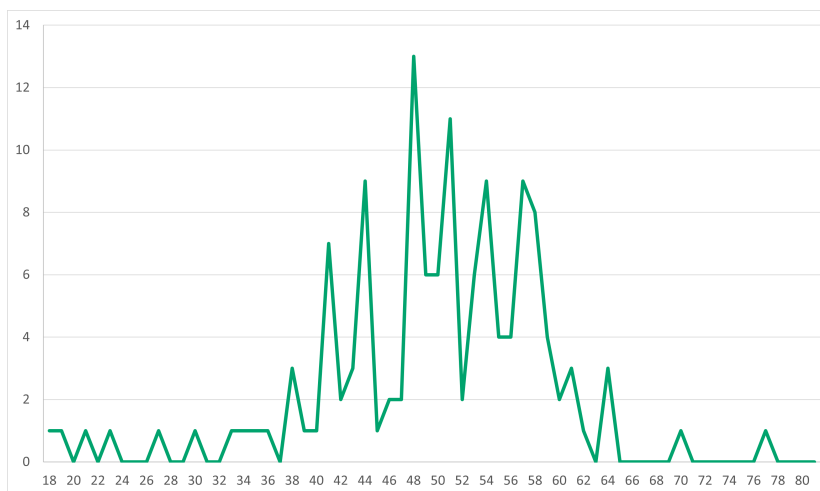


FIGURE 3.25 – Sinistralité prévoyance de décès

La sinistralité est ici essentiellement concentrée entre 40 et 60 ans, ce qui conforte l'utilisation des données de prévoyance pour augmenter la précision de notre table décès, essentiellement sur la tranche d'âge 50-60. Pour rappel, la sinistralité était mal connue sur la tranche 50-60 ans sur les données emprunteurs.

L'utilisation des données de prévoyance pour compléter les données historiques est pertinente car

les assurés ont une sélection médicale à la souscription, sont légèrement plus risqués, et cela permettra d'avoir une meilleure précision sur les tranches d'âge hautes. Cependant, il faudra avant tout comparer la sinistralité des deux jeux de données pour confirmer leur compatibilité.

3.3.4 Sinistralité AT du portefeuille historique

Les sinistres d'arrêt de travail proviennent exclusivement du portefeuille historique, les données de prévoyance ne sont pas utilisées ici. Pour la sinistralité AT, les fréquences d'entrée en arrêt de travail sont récupérées afin de construire la table. Les IPP et les arrêts de travail liés aux option PSY/DOS sont aussi inclus dans la sinistralité.

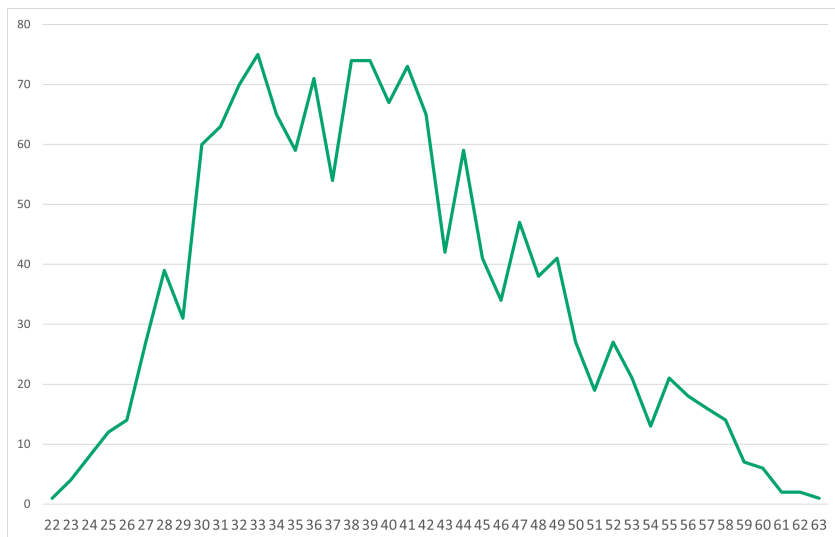


FIGURE 3.26 – Sinistralité historique d'entrée en arrêt de travail

Le nombre total d'entrées en arrêt de travail est de 1502 depuis 2004. Les données sont suffisantes pour construire les tables, néanmoins il manque des données pour les personnes ayant moins de 22 ans et celles ayant plus de 63 ans.

3.4 Création de la table décès

3.4.1 Méthodologie

Taux de mortalité Pour calculer les taux de mortalité, la formule sera différente de la formule de base. Les données connues sont l'exposition totale à l'âge x de départ L_x , et les décès, notés y_x . Comme on a $L_x - L_{x+1} = y_x$, on peut alors écrire :

$$q_x = \frac{L_x - L_{x+1}}{L_x} = \frac{y_x}{L_x} = \frac{\text{Nombre de sinistres l'age } x}{\text{Exposition ge } x}$$

Lissage de courbe, méthode de Whittaker-Henderson Les courbes de mortalité (représentation graphique des taux de mortalité) vont devoir être lissées. Pour cela, le lissage de Whittaker-Henderson sera appliqué sur la courbe. Le but de cette méthode est de rester fidèle aux données brutes de la courbe tout en les lissant. Si on note u le vecteur de taux à lisser et v le vecteur de taux lissés, on a les deux critères suivants :

— Critère de fidélité :

$$F = \sum_{i=1}^n (v_i - u_i)^2$$

— Critère de régularité :

$$S = \sum_{i=1}^n (\Delta_z v_i)^2$$

avec Δ_z la différence d'ordre z entre les valeurs de v . On prend ici $z = 3$.

Les valeurs de v sont alors celles qui minimisent la combinaison linéaire $M = F + h.S$, avec h un paramètre compris entre 1 et 100.

3.4.2 Construction de la table

Les données historiques sont pertinentes sur la tranche d'âge allant de 30 à 60 ans. En effet, les sinistres enregistrés sont nombreux, de 30 à 70 ans, et l'exposition est élevée, de 25 à 60 ans. Ainsi, l'utilisation des données historiques se limite à la tranche de 30 à 60 ans pour calculer les taux de mortalité. Les données de prévoyance sont gardées sur cette même tranche d'âge. Pour les âges inférieurs à 30 ans ou supérieurs à 60 ans, les taux d'une table officielle sont utilisés. Par prudence, le choix se porte sur la table de mortalité homme TH02 plutôt que faire une moyenne des tables hommes (TH02) et femmes (TF02).

Les tables emprunteurs et de prévoyance sont construites avec leurs données respectives. Les courbes obtenues sont ensuite lissées avec la méthode de Whittaker-Henderson, à l'aide d'un outil de lissage interne à l'entreprise.

Âge x	Décès	Exposition	q_x	q_x lissé
40	5	24315	$5/24315 = 0,02 \%$	0,04 %
41	6	23125	$6/23125 = 0,03 \%$	0,05 %
42	11	21681	$11/21681 = 0,05 \%$	0,05 %

TABLE 6 – Exemple pour l'emprunteur, avec $h=30$ pour le lissage

Pour le lissage, les paramètres pour $h = 30$ et $h = 10$, usuellement utilisés, sont testés. Au delà de $h = 30$, la courbe reste quasiment inchangée.

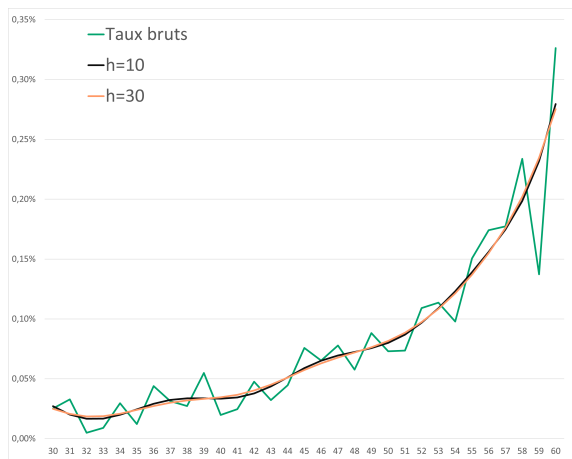


FIGURE 3.27 – Courbes de mortalité emprunteur

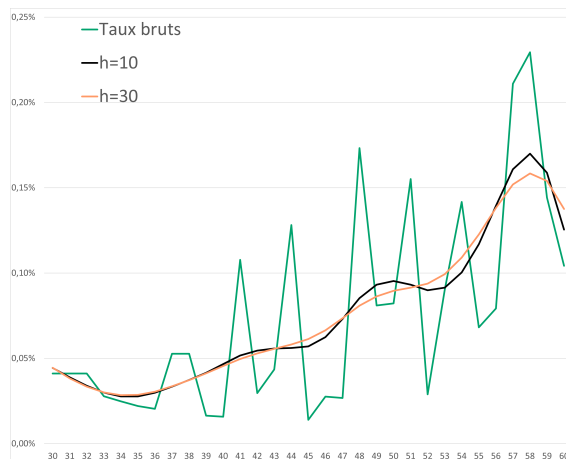


FIGURE 3.28 – Courbes de mortalité prévoyance

Les fluctuations des taux bruts doivent être réduites le plus possible, il est donc choisi de prendre la courbe avec $h = 30$ pour les deux courbes. Malgré le lissage, la courbe issue des données de prévoyance

fluctue plus que celle issue de l'emprunteur. Cela s'explique par son exposition qui est de deux tiers plus faible que celle de l'emprunteur.

La courbe lissée de prévoyance va permettre de comparer les taux de sinistralité de prévoyance avec la sinistralité réelle de l'emprunteur. Pour cela, la moyenne du nombre de sinistres X des données emprunteurs est calculée, en multipliant les taux de mortalité de prévoyance par l'exposition des données emprunteur :

$$\bar{Y} = \sum_{x=30}^{60} \bar{Y}_x = \sum_{x=30}^{60} q_x * Exposition_x \quad (3.1)$$

Il sera ainsi possible de comparer avec la sinistralité réelle de l'emprunteur, qui est connue : il y a eu 238 décès sur la tranche 30-60ans.

x	Décès	Exposition emprunteur	q_x prévoyance	Y_x
40	5	24315	0,04 %	$24315 * 0,04 \% = 9,2$
41	6	23125	0,05 %	$23125 * 0,05 \% = 8,8$
42	11	21681	0,05 %	$21681 * 0,05 \% = 8,3$

TABLE 7 – Exemple d'une partie du calcul pour $x = 40, 41, 42$

La table prévoyance donne une moyenne de 249,5 décès, pour 238 décès effectifs. Le rapport Prévoyance/Emprunteur est de 105 %. Les taux de mortalité de prévoyance augmentent donc de 5 % la sinistralité réelle. Les données de prévoyance peuvent donc être rajoutées. Comme vu dans l'analyse descriptive, elles sont plus à risque (principe de prudence), mais elles sont tout de même proches de la sinistralité réelle. De plus, les données de prévoyance ne remplacent pas les données emprunteur : elles ne représentent qu'un tiers des données emprunteur, ce qui veut dire que la base de la sinistralité reste celle des données historiques emprunteur. Cela permettra cependant d'avoir un apport de données pour les personnes entre 50 et 60 ans notamment.

Pour construire la nouvelle table, les données emprunteur et de prévoyance sont regroupées : les expositions et les sinistres sont agrégés, puis les taux sont recalculés comme fait précédemment. Il y a un total de 358 sinistres pour une exposition de 639871 années sur la tranche d'âge 30-60 ans. Il vient les courbes de mortalité suivantes, en fonction du paramètre de lissage h :

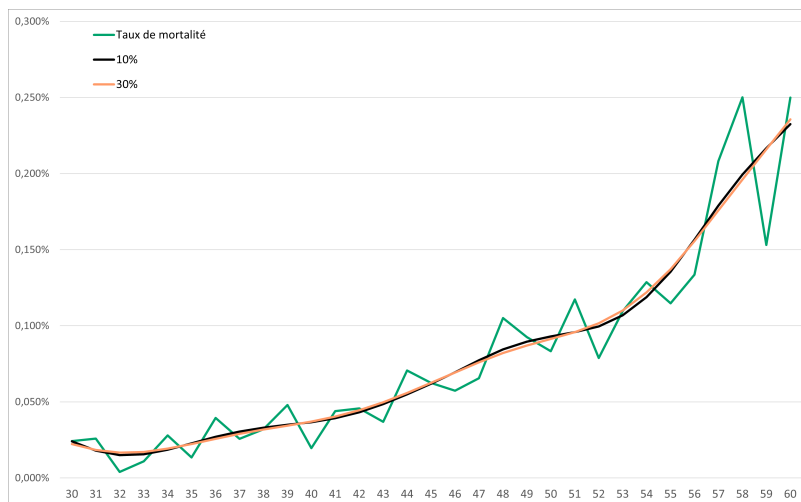


FIGURE 3.29 – Courbes de mortalité finale

Ici aussi, la courbe de paramètre $h=30$ sera prise. Il reste maintenant à compléter la courbe au niveau des âges extrêmes. Pour cela, comme dit précédemment, la table officielle de mortalité homme TH02 sera utilisée. Les taux étant très élevés par rapport à la sinistralité effective, la même comparaison que celle entre la sinistralité emprunteur et la sinistralité de prévoyance est faite : la moyenne de sinistres sur l'exposition globale (639871 années) est calculée avec les taux de la table officielle, et il s'agit ensuite de comparer avec la sinistralité réelle (358 décès), en utilisant la formule pour \bar{Y} .

Il y a en moyenne 2219,5 décès, la sinistralité du portefeuille représente alors $358/2219,5 = 16\%$ de la sinistralité des tables officielles. Ainsi, les taux de mortalité de la table officielle devraient être abattus de 84 % pour être semblable à la sinistralité globale du portefeuille. Par prudence et soucis de lisibilité, l'abattement est arrondi à 80 %.

Âge x	61	62	63
Taux officiel	1,235 %	1,335 %	1,448 %
Taux abbatu	0,247 %	0,267 %	0,290 %

TABLE 8 – Exemple d'une partie des taux abattus

Une fois les taux calculés, il suffit de rassembler tous les taux pour construire la table décès. Il y a dans les intervalles $[18; 30[\cup]60; 85]$ les taux de la table officielle abattue, et dans l'intervalle $[30; 60]$ les taux historiques issus des données emprunteurs et de prévoyance.

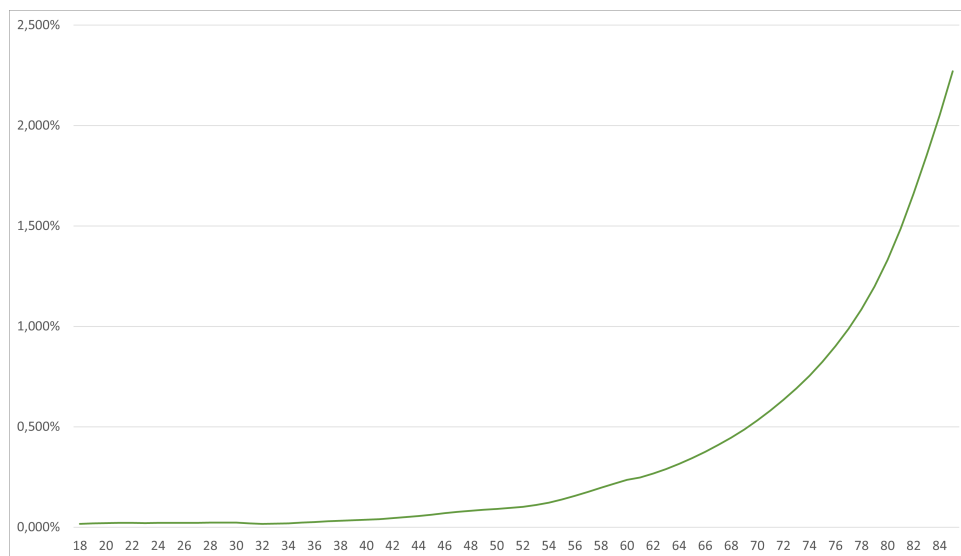


FIGURE 3.30 – Courbe de mortalité finale

La nouvelle table décès construite permettra de projeter les décès avec une meilleure précision que la table officielle.

3.5 Création de la table d'entrée en arrêt de travail

La table d'entrée en arrêt de travail regroupe pour chaque âge la probabilité pour une personne d'âge x de rentrer en arrêt de travail. Elle se calcule de la même manière que la table de décès. Cependant, ici un sinistre représente une personne qui est entrée en arrêt de travail à un moment donné. Ainsi, une personne peut générer 2 sinistres si elle est tombée 2 fois en arrêt de travail au cours de son exposition.

Il n'existe pas de table officielle pour la table d'entrée en arrêt de travail. Les sinistres sont plus courants que ceux pour la mortalité, il y a donc plus de données pour construire une table correcte (figure 3.26).

La table à construire va de 18 ans à 66 ans. Les sinistres vont de 22 ans à 63 ans, une première table entre ces âges est donc créée.

Âge x	Entrée	Exposition	q_x	q_x lissé
40	67	19598	$67/19598 = 0,34 \%$	0,34 %
41	73	18316	$73/18316 = 0,40 \%$	0,35 %
42	65	16762	$65/16762 = 0,39 \%$	0,36 %

TABLE 9 – Exemple pour $x = 40, 41, 42$; avec $h=30$ pour le lissage

On trouve alors une courbe brute et une courbe lissée avec $h = 30$:

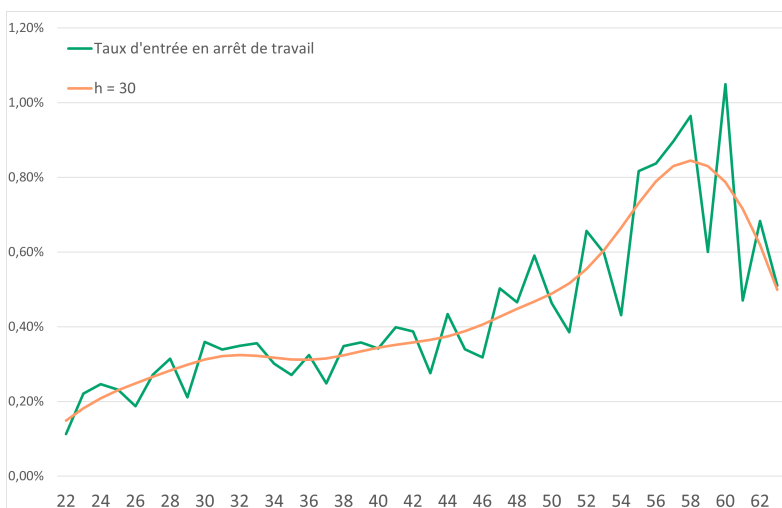


FIGURE 3.31 – Courbes d'entrée en arrêt de travail

La courbe est censée être toujours croissante : plus un assuré vieillit, plus il a de chance d'être en arrêt de travail. Or il y a une chute à partir de 58 ans, ce qui n'est pas représentatif de la réalité. De plus, il manque les taux pour les âges dans les intervalles $[18; 21] \cup [64; 66]$. Comme il n'y a pas de données pour palier à ces deux problèmes, et qu'aucun autre moyen de connaître la sinistralité réelle n'existe, alors la courbe est rallongée par des taux constants tel que :

$$q_x^{\hat{ITT}} = \begin{cases} q_{22}^{\hat{ITT}} & \text{si } x < 22 \\ q_x^{\hat{ITT}} & \text{si } x \in [22; 58] \\ q_{58}^{\hat{ITT}} & \text{si } x > 58 \end{cases}$$

La courbe complète a la forme suivante :

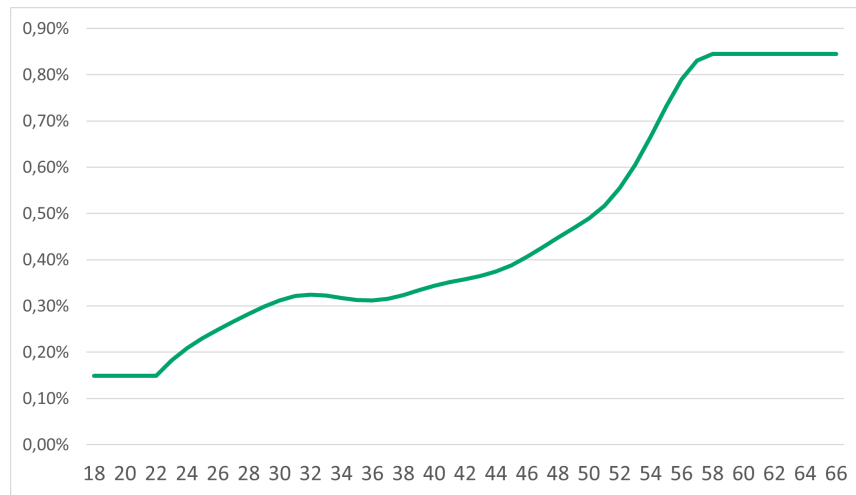


FIGURE 3.32 – Courbe d'entrée en arrêt de travail finale

La légère décroissance autour de la trentaine n'est pas gênante : même si dans la réalité la courbe doit être toujours croissante, ici les différences entre les points sont très légères, elles n'ont que très peu d'impact.

4 Modèle déterministe

4.1 Présentation

Le modèle déterministe se base sur des calculs d'espérance et des ratios pour calculer la sinistralité. Le modèle permet d'avoir des calculs visibles et une bonne rapidité d'exécution. Tous les calculs se font sur des feuilles Excel. Cela permet d'analyser rapidement le comportement du portefeuille au cours des projections, et de déceler les erreurs de modèle.

4.1.1 Notations générales

On note D_j la date de projection, $j \in \llbracket 1; 5 \rrbracket$ le numéro d'année de projection, et donc $D_j \in \llbracket 2022; 2026 \rrbracket$. On note pour chaque assuré i les informations correspondantes à l'année de projection D_j :

- d_i la date de fin de prêt i .
- $a_{i,j}$ l'âge exacte de l'assuré i l'année j .
- $CRD_{i,j}^{prt}$ le CRD du prêt, à l'année j , s'il existe.
- qp_i la quote-part assurée.

L'âge exact de l'assuré pose problème. En effet, les probabilités des tables qui vont être utilisées demande un âge entier. Il faudra donc faire une moyenne entre l'âge entier inférieur et l'âge entier supérieur. Les âges entiers $x_{i,j}^{inf}$ et $x_{i,j}^{sup}$ et les résidus d'âge r_i sont définis comme :

$$\begin{cases} x_{i,j}^{inf} = \lfloor a_{i,j} \rfloor \\ x_{i,j}^{sup} = \lceil a_{i,j} \rceil \\ r_i = a_{i,j} - x_{i,j}^{inf} \end{cases}$$

Le CRD assuré de i $CRD_{i,j}$ à la date de projection D_j se calcule de la manière suivante :

$$CRD_{i,j} = \begin{cases} 0 & \text{si } d_i < D_j \\ CRD_{i,j}^{prt} * qp_i & \text{sinon} \end{cases}$$

En effet, si $d_i < D_j$, c'est-à-dire si le prêt est fini lors de l'année de projection D_j , alors le CRD n'existe pas, il est nul.

On note $diff_{i,j}$ la différence, en jour, entre le 1^{er} janvier $D_{i,j}$ et d_i , et $r_{i,j}^{prt}$ le ratio d'exposition liée au prêt pour l'année $D_{i,j}$:

$$diff_{i,j} = \max(0; d_i - 01/01/D_{i,j})$$

$$r_{i,j}^{prt} = \min\left(1; \frac{diff_{i,j}}{365,25}\right)$$

L'exposition de l'assuré i sur l'année D_j , notées $e_{i,j}^{inf}$ et $e_{i,j}^{sup}$, est alors calculée en fonction de son âge et de la fin de son prêt.

$$e_{i,j}^{inf} = \min(1 - r_i; r_{i,j}^{prt})$$

$$e_{i,j}^{sup} = \min(r_i; \max(r_{i,j}^{prt} + r_i - 1; 0))$$

Exemple pour un assuré d'âge 50,6 ans avec une fin de prêt le 01/08/2022, pour l'année de projection $D_1 = 2022$:

- $r_i = 60\%$
- $diff_{i,1} = 212 \text{ jours}$
- $r_{i,1}^{prt} = \frac{212}{365,25} = 58 \%$
- $e_{i,1}^{inf} = 40 \%$
- $e_{i,1}^{sup} = 58 \% - 40 \% = 18 \%$

Donc l'exposition de l'assuré en 2022 à 50 ans est de 40%, celle à 51 ans est de 18%.

4.2 Projection des décès

Le but est de calculer ce que coûtent en moyenne les assurés sur un an. Pour cela, le montant de sinistralité moyen est calculé pour chaque assuré, tête par tête. La table de mortalité décès construite dans la partie précédente est utilisée.

On note q_x la probabilité de mourir à l'âge x . La probabilité de mourir est supposée uniforme sur toute l'année. Les assurés meurent donc en moyenne au bout de 6 mois, le 1^{er} juillet N. Alors le CRD moyen remboursé, noté $CRD_{i,j+\frac{1}{2}}$, devient une moyenne des deux CRD annuels :

$$CRD_{i,j+\frac{1}{2}} = \frac{CRD_{i,j} + CRD_{i,j+1}}{2}$$

Cette approximation est acceptable car les différences de CRD de 6 mois d'écart ne sont pas très importantes, et cela se rapproche plus de la réalité que si le CRD en début d'année avait été gardé.

L'espérance du montant de sinistralité décès notée $S_{i,j}^{DC}$ peut être calculée :

$$\mathbb{E}[S_{i,j}^{DC}] = CRD_{i,j+\frac{1}{2}} * (q_{x_{i,j}}^{inf} * e_{i,j}^{inf} + q_{x_{i,j}}^{sup} * e_{i,j}^{sup})$$

L'espérance du coût total des sinistres décès à l'année D_j , notée S_j^{DC} , est quand à elle donnée par :

$$\mathbb{E}[S_j^{DC}] = \mathbb{E}\left[\sum_{i=1}^n S_{i,j}^{DC}\right] = \sum_i^n \mathbb{E}[S_{i,j}^{DC}]$$

4.3 Projection incapacité et invalidité

La sinistralité dépend des trois mouvements d'états possibles de l'assuré :

- L'assuré entre en incapacité ;
- L'assuré reste en incapacité ;
- L'assuré entre en invalidité.

4.3.1 Calcul de l'entrée en incapacité

La probabilité d'entrée en incapacité se calcule de la même manière que la probabilité de décès. Le pas est annuel, la probabilité est supposée uniforme sur l'année.

On note q_x^{entre} la probabilité d'entrée en incapacité au cours de l'année à l'âge x , et $p_{i,j}^{entre}$ la probabilité d'entrée de l'assuré i l'année D_j :

$$p_{i,j}^{entre} = q_{x_{i,j}}^{entre} * e_{i,j}^{inf} + q_{x_{i,j}}^{entre} * e_{i,j}^{sup}$$

Comme la probabilité de décès, la probabilité d'entrée en incapacité est supposée uniforme sur l'année. Les assurés entrent donc en incapacité au bout de 6 mois en moyenne, c'est-à-dire le 01/07/N.

4.3.2 Calcul du maintien en incapacité

Pour calculer le coût de sinistres lié à l'incapacité, il faut d'abord calculer le nombre de mois moyen pendant lequel la personne va rester en incapacité, en sachant qu'elle est rentrée en incapacité. La franchise est supposée de 90 jours (les franchises de 180 et 30 jours sont négligeables). Le sinistre commence alors au 3^{me} mois d'arrêt de travail. Ainsi, les tables utilisées le sont à partir du 3^{me} mois. La durée maximale du sinistre est donc de 33 mois.

Le montant total de sinistralité se compose du coût du sinistre lors de l'année D_j , plus le coût des sinistres des années suivantes lié à l'entrée en arrêt de travail de l'année D_j . On note :

- $M_{i,j}^{inf}$, respectivement $M_{i,j}^{sup}$, la variable aléatoire comptant le nombre de mois passés en arrêt de travail de l'assuré à l'âge $x_{i,j}^{inf}$, respectivement $x_{i,j}^{sup}$, sachant que l'assuré est entré en incapacité.
- $g_{i,j}^{inf}$ et $g_{i,j}^{sup}$ l'écart d'âge en mois qui sépare l'assuré de ses 67 ans (date de fin de la garantie, qui peut différer selon les produits).

La durée maximale de sinistre de l'assuré i est calculée en fonction de sa limite de garantie liée à l'âge (de 60 à 67 ans selon les produits), de la fin de son prêt, et de la réglementation (33 mois) :

$$m_{i,j}^{inf} = \min \left(33; g_{i,j}^{inf}; \frac{diff_{i,j}}{30,45} \right)$$

On rappelle la formule de $p_{x,k}^{incap}$, la probabilité d'être en incapacité au début du mois k , sachant que l'assuré est entré en incapacité à l'âge k

$$p_{x,k}^{incap} = \frac{L_{x,k}^{incap}}{L_{x,0}^{incap}}$$

On note $q_{x,k}^{incap}$ la probabilité de sortir de l'arrêt de travail au mois k , sachant que l'assuré est entré en incapacité à l'âge k .

$$q_{x,k}^{incap} = \frac{L_{x,k}^{incap} - L_{x,k+1}^{incap}}{L_{x,0}^{incap}}$$

La loi de $M_{i,j}^{inf}$ est alors :

$$\mathbb{P}(M_{i,j}^{inf} = k) = q_{x_{i,j}^{inf}}^{incap}$$

Pour simplifier les notations, on prend $x_{i,j} = x_{i,j}^{inf}$. Le calcul pour $x_{i,j} = x_{i,j}^{sup}$ est le même que celui qui va suivre, il ne sera donc pas montré. L'espérance du nombre de mois passés en sinistre se calcule alors (Les notations des indices sont simplifiées à partir de la troisième ligne) :

$$\begin{aligned} \mathbb{E}[M_{i,j}] &= \sum_{k=1}^{\lfloor m_{i,j} \rfloor} k * \mathbb{P}(M_{i,j} = k) + m_{i,j} * \mathbb{P}(M_{i,j} = \lfloor m_{i,j} \rfloor) \\ &= \sum_{k=1}^{\lfloor m_{i,j} \rfloor} k * q_{x_{i,j},k-1}^{incap} + m_{i,j} * q_{x_{i,j},\lfloor m_{i,j} \rfloor}^{incap} \\ &= \sum_{k=1}^{\lfloor m \rfloor} k * \frac{L_{x,k-1}^{incap} - L_{x,k}^{incap}}{L_{x,0}^{incap}} + m * \frac{L_{x,\lfloor m \rfloor}^{incap} - L_{x,\lfloor m \rfloor+1}^{incap}}{L_{x,0}^{incap}} \end{aligned}$$

Au delà de m mois d'arrêt de travail il y a cessation de garantie pour l'assuré. Il sort donc de l'incapacité. Donc, pour tout $k > m$, $L_{x,k}^{incap} = 0$, en particulier $L_{x,\lfloor m \rfloor+1}^{incap}$. Le calcul se simplifie :

$$\begin{aligned}
 \mathbb{E}[M_{i,j}] &= \frac{1}{L_{x,0}^{incap}} * \left[L_{x,0}^{incap} + \sum_{k=1}^{\lfloor m \rfloor - 1} (k+1) * L_{x,k}^{incap} - \sum_{k=1}^{\lfloor m \rfloor - 1} k * L_{x,k}^{incap} - \lfloor m \rfloor * L_{x,\lfloor m \rfloor}^{incap} + m * L_{x,\lfloor m \rfloor}^{incap} \right] \\
 &= \frac{1}{L_{x,0}^{incap}} * \left[L_{x,0}^{incap} + \sum_{k=1}^{\lfloor m \rfloor - 1} L_{x,k}^{incap} + (m - \lfloor m \rfloor) * L_{x,\lfloor m \rfloor}^{incap} \right] \\
 &= \sum_{k=0}^{\lfloor m \rfloor} \frac{L_{x,k}^{incap}}{L_{x,0}^{incap}} + (m - \lfloor m \rfloor) * \frac{L_{x,\lfloor m \rfloor}^{incap}}{L_{x,0}^{incap}} \\
 &= \underbrace{\sum_{k=1}^{\lfloor m_{i,j} \rfloor} p_{x_{i,j},k-1}^{incap}}_{\text{Partie 1}} + \underbrace{(m_{i,j} - \lfloor m_{i,j} \rfloor) p_{x_{i,j},\lfloor m_{i,j} \rfloor}^{incap}}_{\text{Partie 2}}
 \end{aligned}$$

La première partie du calcul porte sur les mois entiers passés en incapacité. Cela correspond à faire la somme des probabilités d'être en incapacité pour tous les mois. La somme commence à $k = 0$ car la table commence au mois 0 (probabilité d'être en incapacité au début du mois 0, du mois 1, etc). La seconde partie calcule la part résiduelle de l'arrêt de travail dans le cas où $m_{i,j} < 33$. Par exemple, si $m_{i,j} = 10,4$ et $x_{i,j} = 40$. L'espérance d'être en incapacité au début du 10^{me} mois, ramenée à sa part résiduelle est calculée :

$$(10,4 - \lfloor 10,4 \rfloor) * p_{40,\lfloor 10 \rfloor}^{incap} = 0,4 * 25,1 \% = 0,1 \text{ mois}$$

Par ailleurs, si $m_{i,j} = 33$, la formule se simplifie :

$$\mathbb{E}[M_{i,j}] = \sum_{k=1}^{33} p_{x_{i,j},k-1}^{incap}$$

Le montant de sinistre est composé des prestations délivrées l'année N et des provisions liées aux sinistres survenus l'année N. Dans le cas du calcul du maintien en incapacité, on note :

- $C_{i,j}^{incap}$ le coût total des sinistres incapacités de l'assuré i suite à une entrée en incapacité l'année j .
- $PM_{i,j,l}^{incap}$ la provision mathématique de l'assuré i pour les prestations ayant lieu l'année j , pour les survénances de l'année l (avec $l > j$).
- $S_{i,j,l}^{incap}$ le coût des sinistres incapacités de l'assuré i suite à une entrée en incapacité l'année j durant l'année l .

Le coût $C_{i,j}^{incap}$ est égale au nombre de mois passés en sinistre multiplié par le montant de l'échéance mensuelle :

$$C_{i,j}^{incap} = IJ_i^{mens} * \mathbb{E}[M_{i,j}] = \sum_{l=j}^{j+3} S_{i,j,l}^{incap}$$

La probabilité d'entrer en incapacité durant l'année étant uniforme, une personne va entrer en incapacité en moyenne au bout de 6 mois. Il est donc supposé que les assurés entrent en incapacité le 01/01/07. Une date de départ fixe de l'incapacité existe, l'espérance de $\mathbb{E}[M_{i,j}]$ peut alors se décomposer :

- du 1^{er} au pour 6^{me} l'année N.
- du 7^{me} au pour 18^{me} pour l'année N+1.
- du 19^{me} au pour 30^{me} pour l'année N+2.
- du 31^{me} au pour 33^{me} pour l'année N+3.

Cela permet de trouver une formule pour $S_{i,j,l}^{incap}$. Les calculs sont simplifiés en prenant $m = 33$:

$$\begin{aligned} C_{i,j}^{incap} &= IJ_i^{mens} * \left(\sum_{k=1}^6 p_{x,k-1}^{incap} + \sum_{k=7}^{18} p_{x,k-1}^{incap} + \sum_{k=19}^{30} p_{x,k-1}^{incap} + \sum_{k=31}^{33} p_{x,k-1}^{incap} \right) \\ &= S_{i,j,j}^{incap} + S_{i,j,j+1}^{incap} + S_{i,j,j+2}^{incap} + S_{i,j,j+3}^{incap} \end{aligned}$$

La projection se fait au 01/01/N, or la provision s'effectue elle le 31/01/N. Il faut donc multiplier la formule de provision standard par la probabilité que les assurés soient encore en incapacité. Pour rappel, le taux d'actualisation v_j est égale à 1. La formule du calcul de provision est donc simplifiée.

$$\begin{aligned} PM_{i,j}^{incap} &= PM_{i,j,j+1}^{incap} + PM_{i,j,j+2}^{incap} + PM_{i,j,j+3}^{incap} \\ &= IJ_i^{mens} * \left(p_{x,6}^{incap} \sum_{k=7}^{18} \frac{L_{x,k-1}^{incap}}{L_{x,6}^{incap}} + p_{x,18}^{incap} \sum_{k=19}^{30} \frac{L_{x,k-1}^{incap}}{L_{x,18}^{incap}} + p_{x,30}^{incap} \sum_{k=31}^{33} \frac{L_{x,k-1}^{incap}}{L_{x,30}^{incap}} \right) \\ &= IJ_i^{mens} * \left(\sum_{k=7}^{18} \frac{L_{x,k-1}^{incap}}{L_{x,0}^{incap}} + \sum_{k=19}^{30} \frac{L_{x,k-1}^{incap}}{L_{x,0}^{incap}} + \sum_{k=31}^{33} \frac{L_{x,k-1}^{incap}}{L_{x,0}^{incap}} \right) \\ &= S_{i,j,j+1}^{incap} + S_{i,j,j+2}^{incap} + S_{i,j,j+3}^{incap} \end{aligned}$$

Le montant de sinistralité est donc égal aux PM. Chaque année peut être isolée lors de la projection les provisions pour des sinistres de l'année N. Le coût globale du sinistre devient :

$$C_{i,j}^{incap} = S_{i,j,j}^{incap} + PM_{i,j,j+1}^{incap} + PM_{i,j,j+2}^{incap} + PM_{i,j,j+3}^{incap}$$

Une fois que les différentes composantes du coût global des sinistres pour les âges $x_{i,j}^{inf}$ et $x_{i,j}^{sup}$ sont calculées, Il faut calculer le coût réel à l'âge $a_{i,j}$ tel que :

$$C_{i,j}^{incap} = C_{i,j}^{incap,inf} * (1 - r_i) + C_{i,j}^{incap} * r_i$$

En pratique, le calcul selon l'âge exact se fait dès le calcul des probabilités $p_{x,k}^{incap}$. Les deux formules sont équivalentes. Il vient enfin le coût global du portefeuille l'année j :

$$C_j^{incap} = \sum_{i=1}^n C_{i,j}^{incap} = \sum_{i=1}^n S_{i,j}^{incap} + PM_{i,j,j+1}^{incap} + PM_{i,j,j+2}^{incap} + PM_{i,j,j+3}^{incap}$$

Le montant de sinistre peut ensuite être affecté dans le compte de résultat grâce à la décomposition de $C_{i,j}^{incap}$. Pour rappel, $S_{j,l}^{incap} = PM_{j,l}^{incap}$.

Année	(+) Sinistre	(-) PM entrée	(+) PM sortie
2022	$S_{1,1}^{incap}$	-	$PM_{1,(2,3,4)}^{incap}$
2023	$S_{2,2}^{incap} + S_{1,2}^{incap}$	PM_{2022}^{Sortie}	$PM_{1,(3,4)}^{incap} + PM_{2,(3,4,5)}^{incap}$
2024	$S_{3,3}^{incap} + S_{1,3}^{incap} + S_{2,3}^{incap}$	PM_{2023}^{Sortie}	$PM_{1,(4)}^{incap} + PM_{2,(4,5)}^{incap} + PM_{3,(4,5,6)}^{incap}$
2025	$S_{4,4}^{incap} + S_{1,4}^{incap} + S_{2,4}^{incap} + S_{3,4}^{incap}$	PM_{2024}^{Sortie}	$PM_{2,(5)}^{incap} + PM_{3,(5,6)}^{incap} + PM_{4,(5,6,7)}^{incap}$
2026	$S_{5,5}^{incap} + S_{2,5}^{incap} + S_{3,5}^{incap} + S_{4,5}^{incap}$	PM_{2025}^{Sortie}	$PM_{3,(6)}^{incap} + PM_{4,(6,7)}^{incap} + PM_{5,(6,7,8)}^{incap}$

TABLE 10 – Répartition dans le compte de résultat des sinistres et provisions projetés

Il est à noter que pour chaque année de projection, seul le coût global C_j^{incap} des sinistres de l'année j a une influence sur le résultats. Pour les sinistres issus d'années précédentes, les provisions sont simplement une écriture comptable plus élaborée qu'un montant de sinistralité.

4.3.3 Calcul de l'entrée en invalidité

L'entrée en invalidité dépend du maintien en incapacité de l'assuré. Chaque mois passé en incapacité, l'assuré a une faible probabilité d'entrer en invalidité. Dans ce cas-là, la totalité du CRD assuré est remboursée. On note $I_{i,j,k}$ la variable aléatoire de l'assuré i l'année D_j tel que :

$$I_{i,j,k} = \begin{cases} 1 & \text{si la personne entre en invalidité le mois } k \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

La loi de probabilité de $I_{i,j,k}$ sachant que l'assuré est en incapacité au mois k donne :

$$\mathbb{P}(I_{i,j,k} = 1 | M_{i,j} \geq k) = \frac{L_{x,k}^{inval}}{L_{x,k}^{incap}}$$

Alors :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(I_{i,j,k} = 1) &= \mathbb{P}(I_{i,j,k} = 1 | M_{i,j} \geq k) * \mathbb{P}(M_{i,j} \geq k) + \underbrace{\mathbb{P}(I_{i,j,k} = 1 | M_{i,j} < k) * \mathbb{P}(M_{i,j} < k)}_{=0} \\ &= \frac{L_{x,k}^{inval}}{L_{x,k}^{incap}} * \frac{L_{x,k}^{incap}}{L_{x,0}^{incap}} \\ &= \frac{L_{x,k}^{inval}}{L_{x,0}^{incap}} \end{aligned}$$

La probabilité de passer en invalidité au cours de l'incapacité est :

$$\mathbb{P}(I_{i,j} = 1) = \mathbb{P}\left(\sum_{k=0}^{32} I_{i,j,k} = 1\right)$$

s'il existe k tel que $I_{i,j,k} = 1$, alors $I_{i,j,k'} = 0$ pour tout $k' \neq k$, donc :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(I_{i,j} = 1) &= \sum_{k=0}^{32} \mathbb{P}(I_{i,j,k} = 1) \\ &= \sum_{k=0}^{32} \frac{L_{x,k}^{inval}}{L_{x,0}^{incap}} \end{aligned}$$

L'assuré entre en incapacité au bout de 6 mois, le 01/07/N. Le coût global de l'assuré j peut donc être séparé comme pour l'incapacité selon les années dans lesquels l'invalidité aura lieu :

$$\begin{aligned} C_{i,j}^{inval} &= CRD * \mathbb{E}[I_{i,j}] \\ &= \sum_{k=0}^5 \frac{L_{x,k}^{inval}}{L_{x,0}^{incap}} * CRD_{i,j} + \sum_{k=6}^{17} \frac{L_{x,k}^{inval}}{L_{x,0}^{incap}} * CRD_{i,j+1} + \sum_{k=18}^{29} \frac{L_{x,k}^{inval}}{L_{x,0}^{incap}} * CRD_{i,j+2} \\ &\quad + \sum_{k=30}^{32} \frac{L_{x,k}^{inval}}{L_{x,0}^{incap}} * CRD_{i,j+3} \\ &= S_{i,j,j}^{inval} + S_{i,j,j+1}^{inval} + S_{i,j,j+2}^{inval} + S_{i,j,j+3}^{inval} \end{aligned}$$

De la même manière que lors du calcul de l'incapacité, $PM_{i,j,l}^{inval} = S_{i,l}^{inval}$, ce qui permet de retrouver les provisions mathématiques :

$$C_{i,j}^{incap} = \sum_{i=1}^n S_{i,j}^{incap} + PM_{i,j,j+1}^{incap} + PM_{i,j,j+2}^{incap} + PM_{i,j,j+3}^{incap}$$

et

$$C_j^{incap} = \sum_{j=1}^4 \sum_{i=1}^n S_{i,j}^{incap} + PM_{i,j,j+1}^{incap} + PM_{i,j,j+2}^{incap} + PM_{i,j,j+3}^{incap}$$

4.4 Prise en compte de la résiliation

La résiliation dans le cas du modèle déterministe va se baser sur les taux de résiliation de portefeuille trouvés précédemment. Une première méthode consiste à intégrer le taux de résiliation dans le calcul du sinistre et des émissions pour chaque prêt en fonction de son âge $k_i = k$ et son taux de résiliation c_k :

$$\mathbb{E} [S_{i,j,k}^{Rsiliation}] = \mathbb{E} [S_{i,j,k}] * c_k$$

Cette méthode est la plus précise mais nécessite de rajouter un paramètre supplémentaire dans le calcul de chaque sinistre pour chaque prêt. La projection perd en interprétabilité et en rapidité de calcul. Une deuxième méthode est utilisée, où les taux de résiliation sont directement appliqués aux montants de sinistres globaux, et aux émissions. Cependant, en utilisant les montants globaux, il n'y a pas d'âge de prêt défini. Le taux de résiliation appliqué pour les différentes années de projection j sera alors la moyenne des taux de résiliation pondérée par la répartition des âges k dans le portefeuille l'année j :

$$c_j = \sum_{k=0}^{\infty} c_k * r_{j,k}$$

avec $\sum r_k = 1$

Cette méthode permet d'avoir une idée approximative de la résiliation du portefeuille pour chaque année.

Les taux suivants sont trouvés :

Année de projection	2022	2023	2024	2025	2026
Taux de résiliation	7,9 %	8,0 %	8,1 %	7,8 %	7,5 %

TABLE 11 – Taux de résiliation global du portefeuille

Les taux précédents ne sont pas directement appliqués. En effet, tous les assurés ne résilient pas en début d'année. L'hypothèse est faite d'une résiliation en milieu d'année, en moyenne. Ensuite, pour appliquer la résiliation à l'année j , il faut appliquer les taux de résiliation des années précédentes. Le calcul donne :

$$\mathbb{E} [S_j^{Rsiliation}] = \mathbb{E} [S_j] * \underbrace{\left(1 - \frac{c_j}{2}\right)}_{\text{Rsiliation de l'anne } j} * \underbrace{\prod_{k=1}^{j-1} (1 - c_k)}_{\text{Rsiliation des annees prcdentes}}$$

4.5 Résultats sans résiliation

Une première analyse des résultats est faite sans prendre en compte la résiliation. Cela permettra de voir les différences entre années de projection qui sont uniquement dues à la composition du portefeuille (l'âge des assurés, la baisse des CRD assurés, les fins de prêt...).

4.5.1 Projection décès

Les sinistres décès ne dépendent que de l'année de projection, les résultats montrent une décroissance quasiment constante :

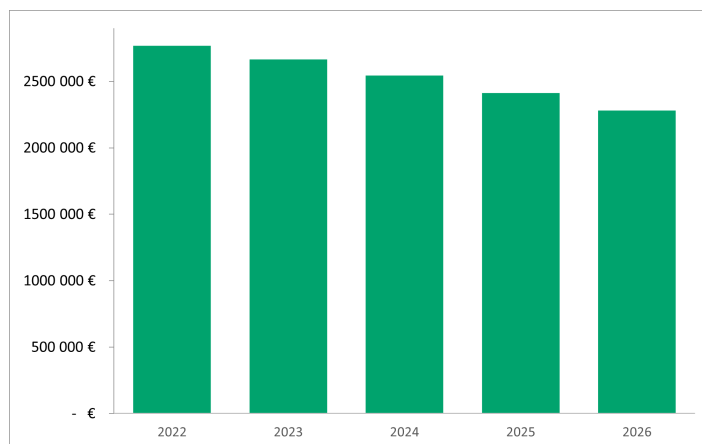


FIGURE 4.1 – Montant des sinistres décès

Pour l'année 2022, le montant total de sinistres décès projeté pour l'ensemble du portefeuille est de 2770000 €. Le montant total des sinistres décès est légèrement décroissant au cours du temps. Pour illustrer cette baisse de montant de sinistres chaque année, le taux de chute entre l'année $j-1$ et j est introduit :

$$Taux = 1 - \frac{C_j}{C_{j-1}}$$

Les baisses des montants de sinistres au cours du temps peuvent être comparées à l'aide de cet indicateur :

Années de comparaison	2022-2023	2023-2024	2024-2025	2025-2026
Taux de chute	3,7 %	4,6 %	5,1 %	5,5 %

TABLE 12 – Taux de chute du montant de sinistres décès de l'année N par rapport à l'année $N-1$

Le comportement de l'évolution des montants de sinistres implique une baisse de plus en plus importante des coûts au fil du temps. Or, les assurés vieillissent, le risque de mortalité augmente, donc les sinistres devraient aussi augmenter. Néanmoins, le CRD assuré à l'année $N+1$ est inférieur au CRD assuré à l'année N car les assurés ont remboursé une partie de leur prêt. Cette baisse du CRD compense l'augmentation du risque des assurés et fait même chuter le montant de sinistralité.

4.5.2 Projection incapacité

Le montant de sinistralité incapacité projeté est légèrement décroissant au cours du temps :

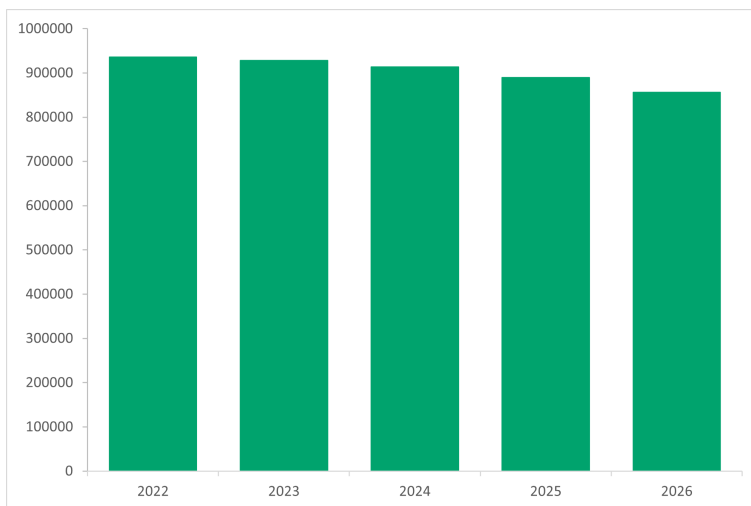


FIGURE 4.2 – Montant des sinistres incapacité par année de projection

Ici, le montant de sinistralité chute moins suivant les années de projection que les sinistres décès, avec une baisse de sinistralité maximum de 3,7 %.

Années de comparaison	2022-2023	2023-2024	2024-2025	2025-2026
Taux de chute	0,8 %	1,6 %	2,7 %	3,7 %

TABLE 13 – Taux de chute du montant de sinistres incapacité de l'année N par rapport à l'année N-1

La baisse du montant des sinistres est moindre en incapacité qu'en décès car le capital assuré n'est pas le même. Les remboursements effectués lors des sinistres en incapacité sont les échéances de prêt, qui restent constantes durant toute la durée du prêt, contrairement au CRD. Les fins de contrat ont donc un impact plus important sur les sinistres incapacité. La forte diminution des sinistres incapacité à partir de 2025 est due à une part des fins de contrats plus importante dans le portefeuille en 2025 et après.

Le sinistre incapacité est répartie sur quatre année, car il dure 33 mois et commence au 6^{me} de la première année. Il peut être décomposé alors en 4 montants de sinistres qui sont payés chaque année. La répartition moyenne est la suivante :

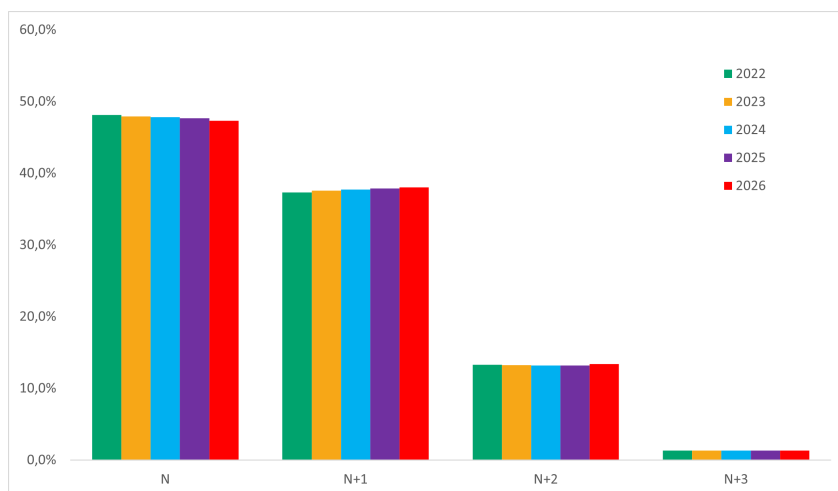


FIGURE 4.3 – Répartition du montant de sinistralité incapacité de chaque année par rapport au montant global, suivant les années de projection

Pour les sinistres incapacité 2022, les montants des sinistres effectivement payés en 2022 ($S_{2022,2022}$), 2023 ($S_{2022,2023}$), 2024 ($S_{2022,2024}$) et 2025 ($S_{2022,2025}$) représentent respectivement 48 %, 37 %, 14 % et 1 % du montant de sinistre incapacité global de 2022. Cette forte sinistralité en début d'incapacité est liée aux tables utilisées. Un assuré a une probabilité plus élevée d'être en incapacité durant les 6 premiers mois, plutôt que d'être en incapacité durant les 30 premiers mois. Par ailleurs, la table incapacité utilisée a la même forme de répartition, presque 50 % des personnes entrées en incapacité (au sens de l'assurance emprunteur, avec 3 mois de franchise) n'y restent au plus que les 6 premiers mois.

4.5.3 Projection invalidité

Les mêmes types de graphique que pour la partie précédente sont présentés ici.

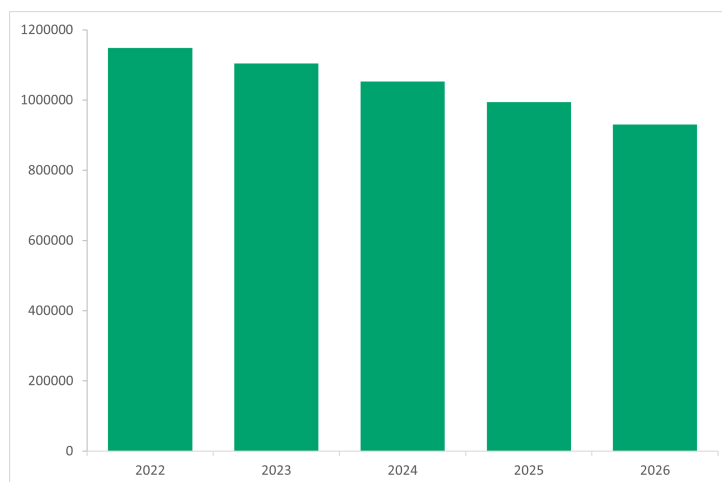


FIGURE 4.4 – Montant des sinistres invalidité par année de projection

L'évolution des sinistres invalidité au cours des années de projection est plus constante que l'incapacité mais moins que le décès. Le constat est le même pour les taux de chute de montant de sinistres qui

sont plus élevés que l'incapacité, mais moins que le décès.

Années de comparaison	2022-2023	2023-2024	2024-2025	2025-2026
Taux de chute	3,9 %	4,7 %	5,5 %	6,4 %

TABLE 14 – Taux de chute du montant de sinistres invalidité de l'année N par rapport à l'année N-1

La baisse du montant de sinistres est due, comme pour le décès, aux fins de prêts et à la baisse du CRD. La baisse est plus importante que pour la sinistralité décès. Cela peut être dû à deux facteurs :

- la population ayant l'option IPT ont souscrit à des prêts moins longs, il y a donc moins d'assurés en IPT dans le portefeuille.
- La probabilité de tomber en invalidité augmente moins avec l'âge que la probabilité de décès.

Le risque lié au vieillissement serait moins important pour l'invalidité que pour le décès.

Concernant la répartition des montants de sinistres, contrairement à l'incapacité, le montant de sinistres les plus élevé pour l'invalidité n'est pas celui lié à l'année N de la projection. Les montants sont répartis plus ou moins équitablement sur les 3 années suivantes.

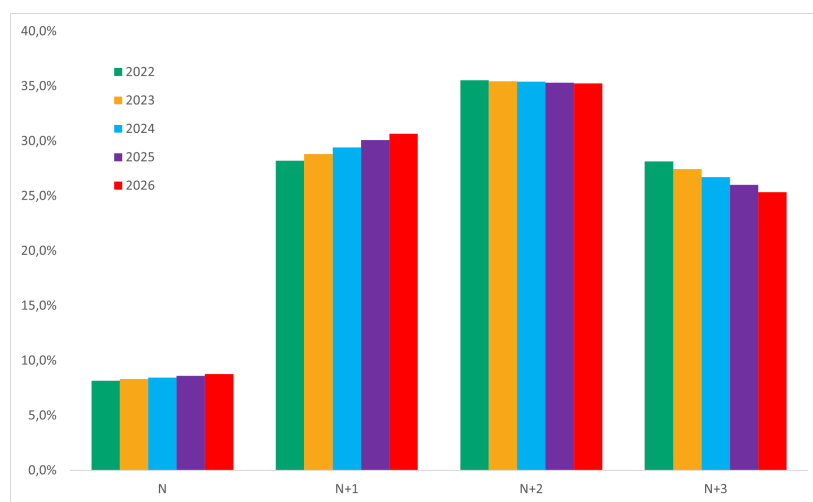


FIGURE 4.5 – Répartition du montant de sinistralité invalidité de chaque année par rapport au montant globale, suivant les années de projection

Cette répartition s'explique par la méthode de découpage de la sinistralité et par la spécificité de la table invalidité pour le dernier mois. Pour rappel, le découpage de la sinistralité est la suivante :

- La sinistralité probable pour les 6 premiers mois est associée à l'année N. Or la probabilité d'entrer en invalidité durant les 6 premiers mois est très faible
- La sinistralité probable pour les 12 mois suivants (de 7 à 18) est associée à l'année N+1. La durée d'exposition est donc 2 fois plus grande, et les probabilités augmentent à cause de l'ancienneté.
- La sinistralité probable pour les 12 mois suivants (de 19 à 30) est associée à l'année N+2. Les probabilités augmentent encore plus à cause de l'ancienneté.
- La sinistralité probable pour les 3 derniers mois (de 31 à 33) est associée à l'année N+2. Malgré une exposition faible, la probabilité d'entrer en invalidité à la fin du 35^{me} mois est très importante, ce qui augmente le coût du sinistre.

4.5.4 Comparaison entre les sinistres incapacité et invalidité

Les montants de sinistres incapacité et invalidité ont des comportements différents dans le temps. Premièrement, les montants en incapacité sont importants sur les premières années de projection,

tandis que les montants en invalidité sont importants sur les dernières années de projection. Ensuite, il est en général fréquent en assurance emprunteur de trouver un montant de sinistres invalidité supérieur à celui de l'incapacité. Néanmoins, cette différence diminue dans le temps à mesure que le CRD assuré diminue (faisant baisser les montants de sinistres invalidité). Les échéances, quant à elle, restent les mêmes tout le long du prêt. La projection montre cette tendance lorsque les coûts globaux par année de projection sont comparés :

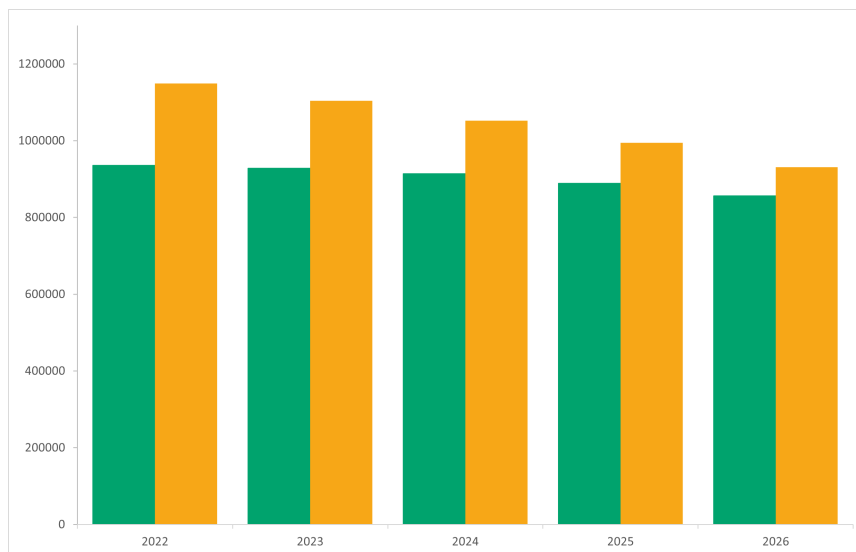


FIGURE 4.6 – Coûts globaux des sinistralités incapacité et invalidité par année de projection

Cette tendance est exacerbée par deux facteurs : le portefeuille vieillit avec des prêts datant de plus de 10 ans, et il n'est pas renouvelé par des affaires nouvelles (la projection ne porte que sur le portefeuille actuel).

4.6 Résultats avec résiliation

Le rajout de la résiliation s'effectue dans le modèle déterministe par l'abattement des résultats d'un coefficient trouvé à l'aide des taux de résiliation. D'après la formule de la partie précédente, les abattements suivants sont gardés pour chaque année :

Année de projection	2022	2023	2024	2025	2026
Abattement a_j	3,9 %	11,6 %	18,7 %	25,1 %	30,8 %

TABLE 15 – Abattements appliqués sur les résultat pour simuler la résiliation

Si R_j est le résultat à abattre (montant de sinistre, émissions, PRC), le résultat résilié de l'année j est donné par :

$$R_j^{Rsiliation} = R_j * (1 - a_j)$$

4.6.1 Sinistres avec résiliation

La résiliation a un impact encore plus important que les effets dus à la nature même du portefeuille. En effet, les taux de chutes des montants de sinistres d'une année à l'autre sont inférieurs aux taux annuels de résiliation.

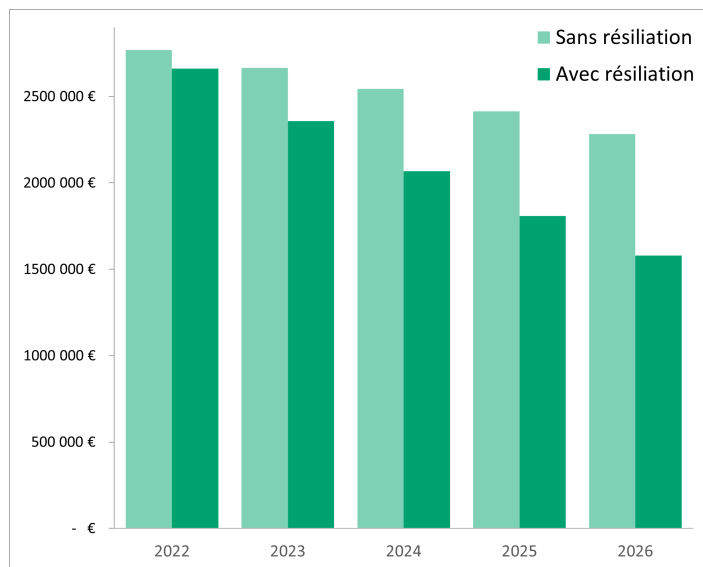


FIGURE 4.7 – Montant des sinistres décès avec et sans résiliation

La résiliation a un effet très important sur les résultats. Ceux-ci sont beaucoup moins stables, surtout les dernières années de projection à cause du cumul des résiliations des années antérieures.

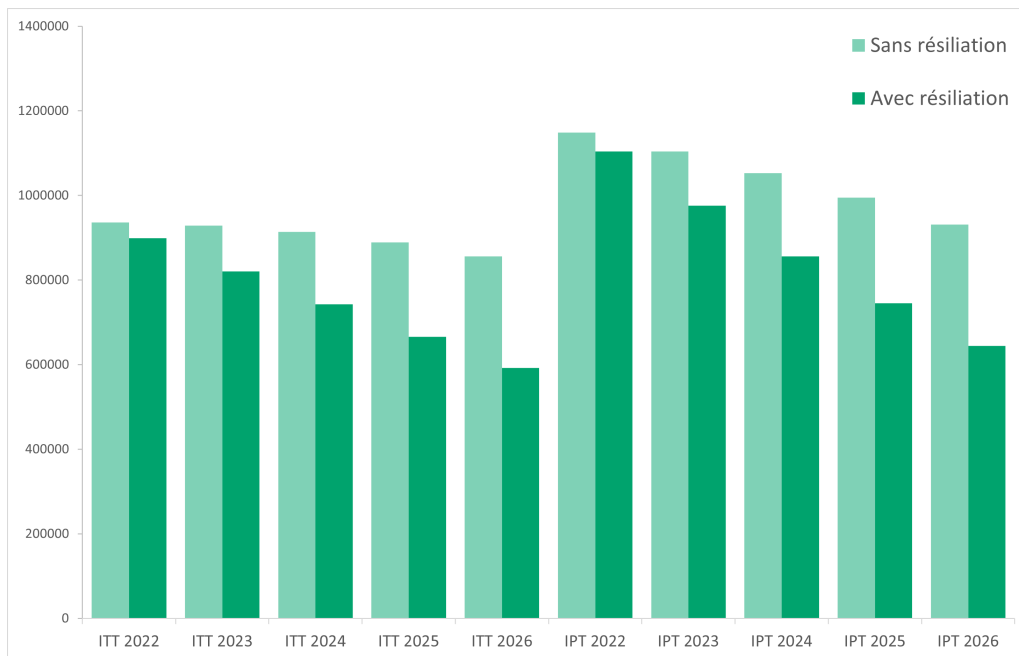


FIGURE 4.8 – Montant des sinistres d’arrêt de travail avec et sans résiliation

La même conclusion est portée pour les sinistres arrêt de travail auxquels la résiliation a une grande influence. Les sinistres incapacités notamment, assez stables sur la durée ont maintenant des montants qui chutent au fil des années.

4.6.2 Projection émissions et PRC

Les émissions suivent le même schéma que les sinistres : l'émission hors résiliation baisse chaque année avec des baisses annuelles allant de 4 % pour 2023 par rapport à 2022, à 11 % pour 2026 par rapport à 2025. Avec l'application de la résiliation, les baisses annuelles vont de 12 % à 18 % pour ces mêmes années. Une baisse moyenne plus importante que les sinistres d'arrêt de travail et de décès. Cela implique des résultats en baisse dans le long terme.

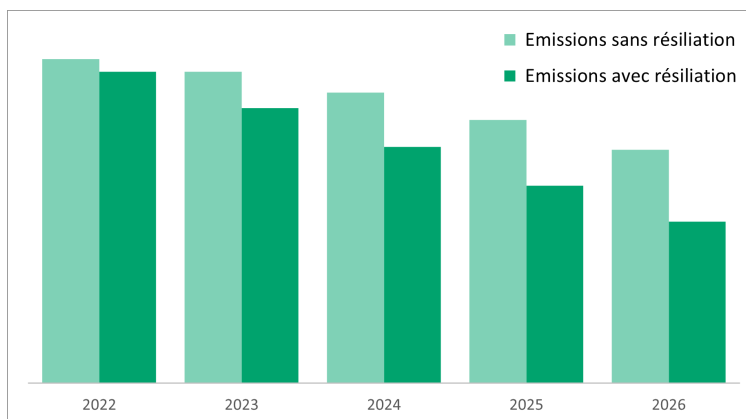


FIGURE 4.9 – Évolution des émissions projetées

La matrice de déformation est la raison de la diminution des émissions, en plus de la résiliation. Elle augmente les émissions des premières années puis les diminuent. Or le portefeuille vieillit, il n'y a pas de nouvelles affaires, donc les émissions vont décroître. De plus, les fins de contrat jouent aussi un rôle dans cette diminution des émissions.

Quant à la PRC, son évolution est encore plus rapide, puisque la dotation devient négative en 2026.

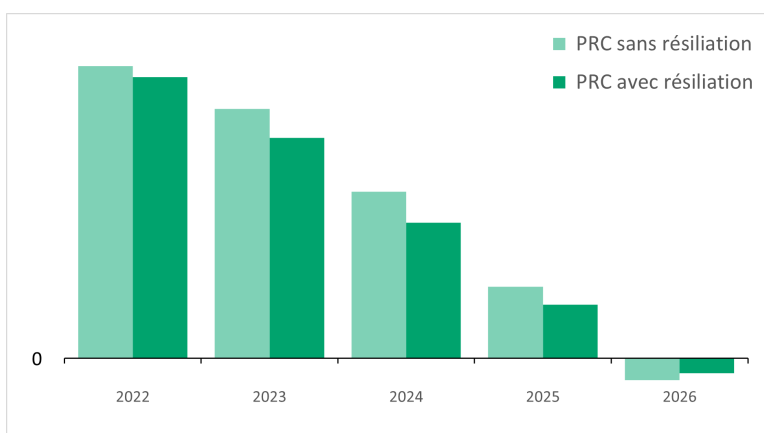


FIGURE 4.10 – Évolution des dotations de PRC projetées

Cette forte diminution des dotations est liée aux émissions, et à la baisse des taux de la matrice de déformation vu précédemment. La dotation devient négative (des parts dans la provision sont récupérées) car la prime réelle devient en moyenne plus importante que la prime déformée.

4.6.3 Solde du compte de résultat

La projection de tous ces éléments permet de calculer le compte de résultat final pour chaque année. Au vu des différences de comportement émissions/sinistres, le solde baisse au cours du temps.

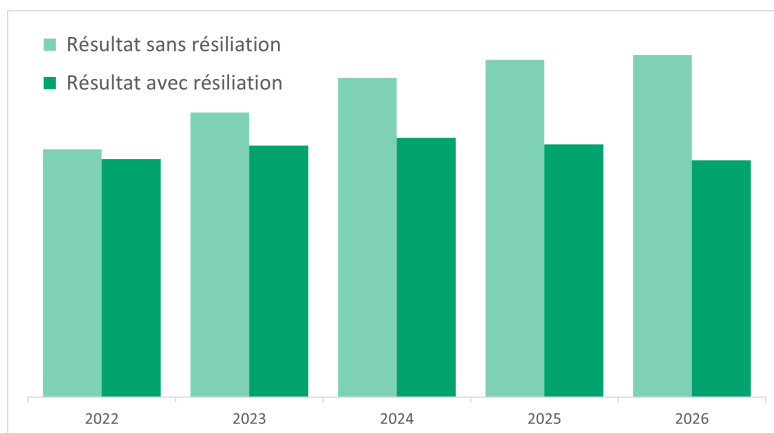


FIGURE 4.11 – Évolution du solde du compte de résultat

Ainsi, le solde décroît légèrement au fil du temps, et cela que ce soit avec ou sans la résiliation. La résiliation entraîne des taux de chutes de résultats différents et plus importants. Ainsi, il est intéressant de comparer ces taux avec et sans résiliation.

Années de comparaison	2022-2023	2023-2024	2024-2025	2025-2026
Taux de chute sans résiliation	0,9 %	4,3 %	9,1 %	12,1 %
Taux de chute avec résiliation	8,9 %	12,0 %	16,2 %	18,8 %

TABLE 16 – Taux de chute du solde du compte de résultat de l'année N par rapport à l'année N-1

La résiliation entraîne une forte baisse du résultat dès les premières années, là où la modélisation sans résiliation décroît moins vite.

5 Modèle stochastique

5.1 Présentation

La construction de ce deuxième modèle a deux buts principaux. Tout d'abord, il permet de vérifier si les résultats du premier modèle sont satisfaisants et de détecter de potentielles erreurs. Ensuite, il permet d'observer différentes évolutions possibles du portefeuille et de calculer la volatilité du compte de résultat.

Le modèle est codé sur R. Cela permet d'avoir plus de puissance de calcul que sur Excel, et de faire plusieurs milliers de simulations en quelques heures. La durée de projection, les types de sinistres, et le portefeuille sont les mêmes que ceux du modèle déterministe. Pour rappel, une personne peut avoir plusieurs prêts, et un prêt peut être assuré par deux personnes. Pour prendre en compte cela, la projection est divisée en deux étapes :

- La projection des sinistres pour chaque assuré à l'aide du portefeuille des assurés.
- Le calcul des coûts de sinistres liés à chaque prêt.

5.1.1 Projection des états des assurés

La modélisation stochastique consiste ici à la simulation des changements d'état pour chaque assuré en fonction du temps et de son état actuel. Il s'agit en fait de simuler le processus de Markov à temps discret présenté dans la première partie, en rajoutant l'état de la résiliation :

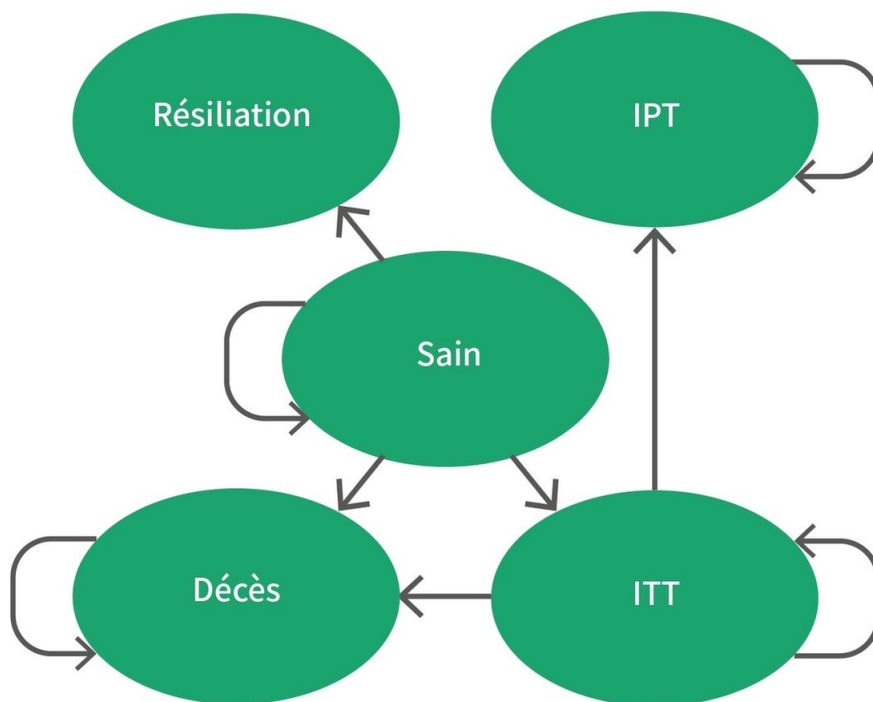


FIGURE 5.1 – Etats possibles d'un assuré à simuler

Les différents états sont résumés de la manière suivante :

État X	1	2	3	4	5
Intitulé	Sain	Résiliation	Décès	Incapacité	Invalidité

TABLE 17 – Différents états possibles simulés

Les états 2, 3, et 5 sont absorbants et signifient une sortie du portefeuille. Ainsi, à chaque transition, seuls les transitions à partir des états 1 (Sain) et 4 (Incapacité) seront à simuler.

Les changements d'état seront simulés chaque mois, ce qui donne pour 5 ans 60 simulations. Un premier modèle avait été construit avec un pas de temps annuel pour les décès, les entrées en ITT et les résiliations, et un pas de temps mensuel pour les maintiens en incapacité et les passages en invalidité. Cependant, les résultats donnaient des sommes de sinistres ITT et IPT entre 20 et 30 % inférieures aux modèles déterministe. Le modèle fut abandonné et il a donc été décidé de passer toutes les simulations en mensuel, en modifiant les probabilités annuelles en probabilités mensuelles.

Le modèle dépend de plusieurs hypothèses permettant de simplifier les simulations :

Hypothèse 1 : L'assuré résilie en début de mois. Ainsi, s'il y a résiliation le mois m , les autres états ne sont pas testés et l'assuré sort du portefeuille. Si l'assuré est en arrêt de travail le mois m , alors il ne résilie pas.

Hypothèse 2 : Les probabilités d'arrêt de travail et de décès sont uniformes sur l'année. La survenance a lieu en début de mois.

Hypothèse 3 : Pour rappel, les sinistres incapacité durent au maximum 33 mois après l'entrée en arrêt de travail. Ils s'étalent donc sur plusieurs années comptables. Dans le cas du modèle déterministe, les provisions permettaient de répartir les coûts de sinistres sur plusieurs années tout en impactant uniquement le résultat de la première année. Pour le modèle stochastique, le choix est fait de ne pas calculer de provisions. Le coût du sinistre, même si le sinistre dure plusieurs années, figure uniquement au compte de résultat de l'année N . De plus, les coûts de sinistres liés aux arrêts de travail en cours fin 2021 ne sont donc pas calculés.

L'algorithme ci-dessous simule pour un mois les transitions d'un assuré :

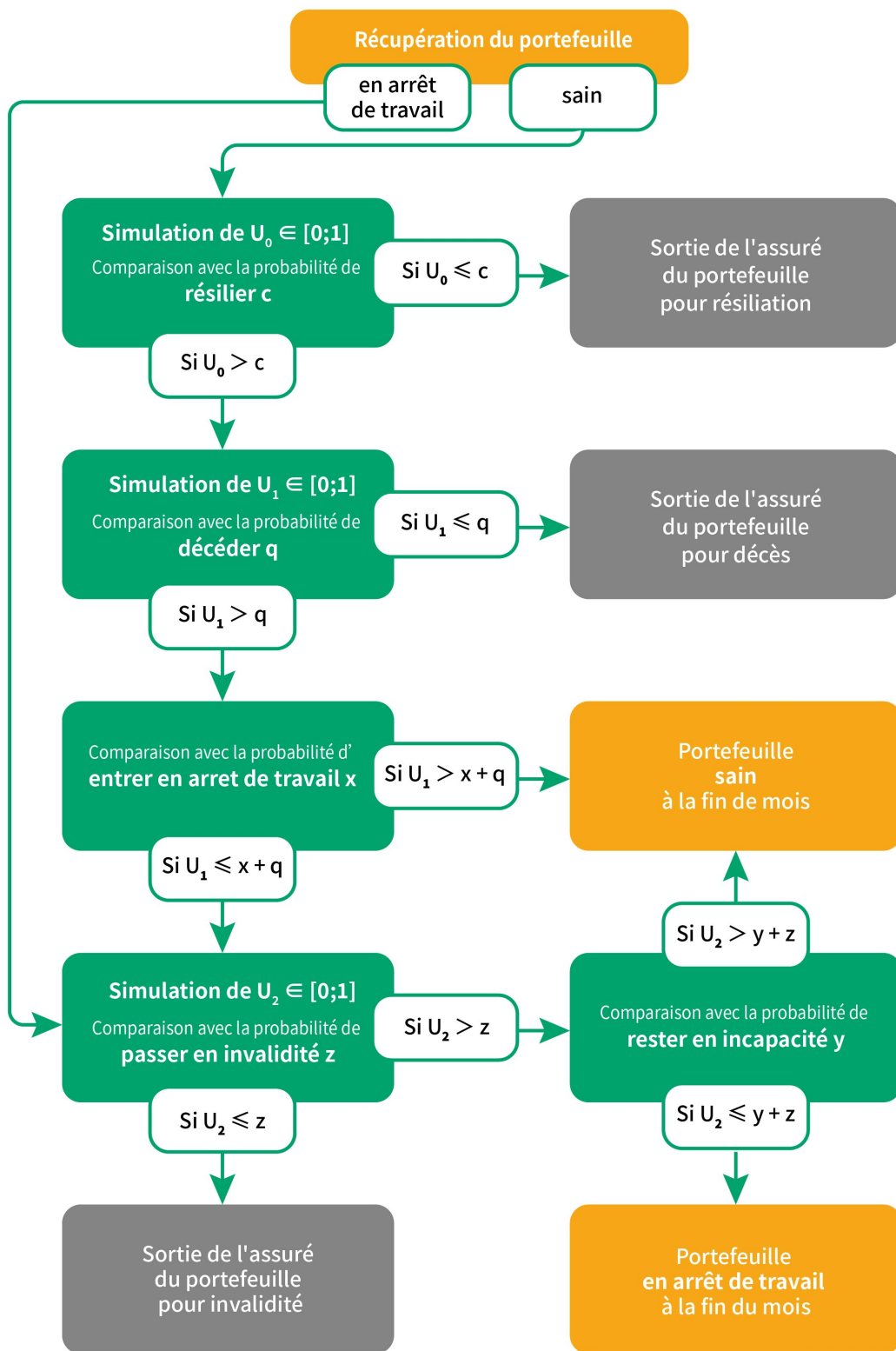


FIGURE 5.2 – Algorithme pour une transition

Une fois que les changements d'état de chaque assuré pour les 60 mois ont été effectués, un tableau récapitulatif de l'évolution des assurés au cours du temps permettra de calculer le coût du sinistre tête par tête.

5.1.2 Calcul du coût de sinistre

Pour se rapprocher au mieux de la réalité, une simulation est faite pour chaque assuré (32000 lignes), et non pour chaque combinaison assuré & prêt (42000 lignes). En effet, si un assuré meurt, tous les prêts liés à l'assuré sont remboursés. Si un conjoint meurt, alors le prêt est remboursé pour l'ensemble du couple. De plus, si les deux conjoints meurent, le coût total du sinistre ne peut pas dépasser le CRD du prêt. Le calcul des coûts des sinistres s'est donc fait prêt par prêt, en fonction de l'évolution dans le temps des assurés, à l'aide du portefeuille des prêts (27000 lignes). Les montants de CRD utilisés pour le calcul des sinistres décès et IPT sont ceux dus à la mi-année pour simplifier le calcul.

5.1.3 Méthode de Monte Carlo

Chaque simulation donnera un scénario possible de l'évolution du portefeuille les 5 prochaines années. Cependant, la sinistralité est très volatile, les résultats pour chaque scénario auront des écarts. La méthode de Monte Carlo permet d'obtenir un résultat moyen et de calculer la marge d'erreur associée. Pour cela, un grand nombre de simulations devront être faites. En effet, plus le nombre de simulations est élevé, plus l'erreur sera faible.

5.2 Présentation des résultats et validation du modèle

Le modèle a permis de simuler 10000 scénarios possibles à partir desquels sont calculés les résultats. Des premiers résultats ont été trouvés en n'appliquant pas les taux de chute du portefeuille. Les résultats sortent sous la forme d'un tableau répertoriant le coût des sinistres suivant le type et l'année.

	Décès 2022	...	Décès 2026	ITT 2022	...	ITT 2026	IPT 2022	...	IPT 2026
1	1936156	...	1393950	843047	...	845861	1144130	...	660993
2	1725010	...	1349912	942079	...	825808	664781	...	1086959
3	2734296	...	3094386	896223	...	798682	1461431	...	815596

TABLE 18 – Tableau de sortie de l'algorithme. Chaque ligne représente un scénario possible

Les résultats diffèrent fortement d'une ligne à l'autre, ce qui conforte l'idée de faire un nombre élevé de simulations pour avoir une idée du coût moyen des sinistres.

Par exemple, les simulations pour les coûts de sinistres décès 2022 donnent des résultats assez volatils avec quelques valeurs extrêmes :

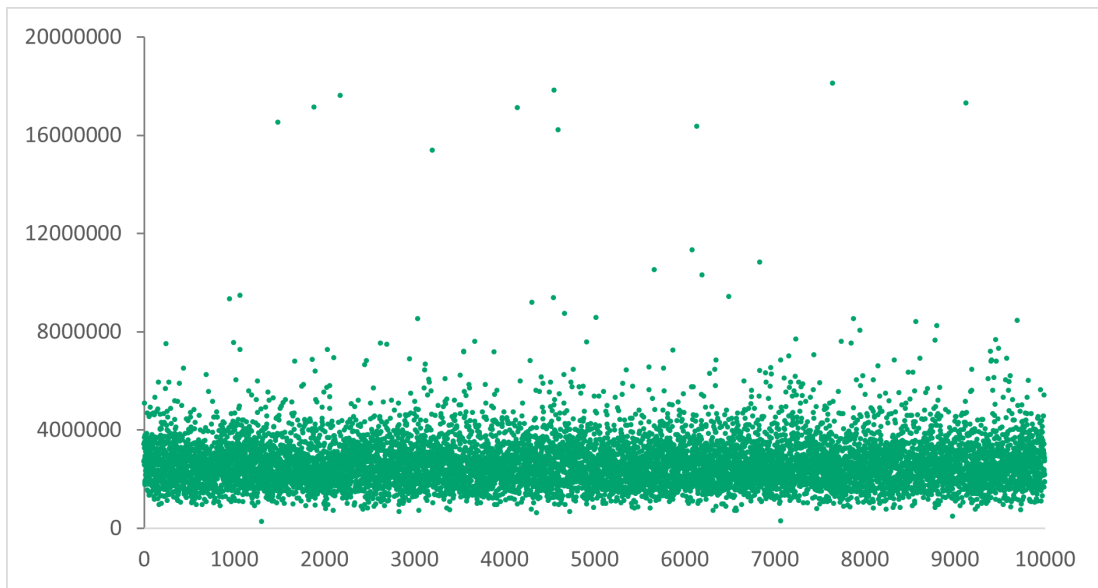


FIGURE 5.3 – Coût total des sinistres décès 2022

La majorité des scénarios donne un coût de sinistre inclu dans un intervalle de 1 à 4 millions d'euros, cependant, le nombre important de simulations a permis de faire sortir quelques valeurs extrêmes pour des cas peu probables mais ayant un coût très important. La même répartition est retrouvée les années précédentes.

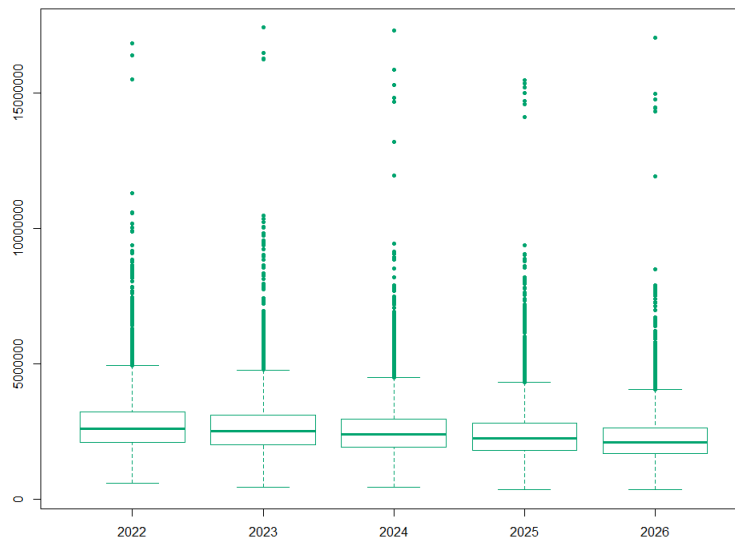


FIGURE 5.4 – Boîte à moustaches du coût des sinistres décès

Il y a une diminution des coûts de sinistres au fil des années, néanmoins, le montant de sinistres reste très volatile même sur les dernières années.

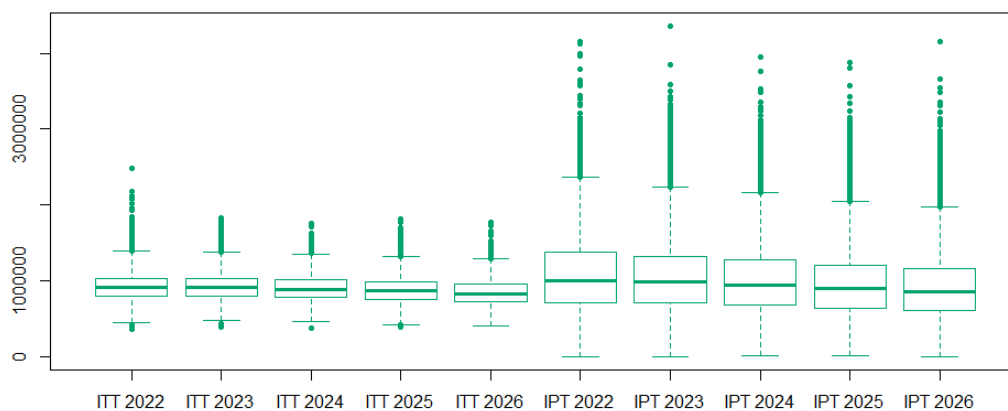


FIGURE 5.5 – Boîte à moustaches du coût des sinistres arrêt de travail

Les montants de sinistres invalidité sont assez dispersés, avec de nombreuses valeurs extrêmes qui font augmenter la moyenne. Les montants d’incapacité sont plus stables, avec quelques valeurs extrêmes mais qui sont plus négligeables que pour les sinistres décès et invalidité.

La convergence est plus rapide et la marge d’erreur plus faible pour les sinistres incapacité qu’elles ne le sont pour les sinistres invalidité et décès.

La méthode de Monte Carlo permet de calculer l’intervalle d’erreur de la moyenne de N simulations. Cela permet aussi d’avoir une meilleure vision de la convergence des résultats.

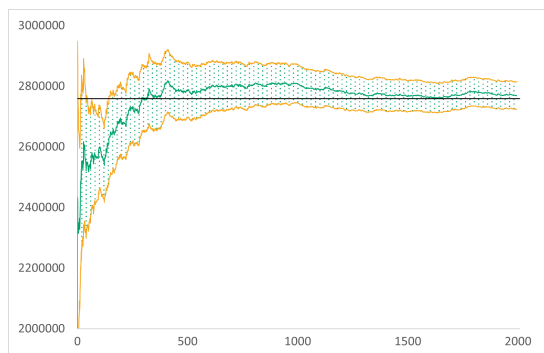


FIGURE 5.6 – Convergence décès 2022

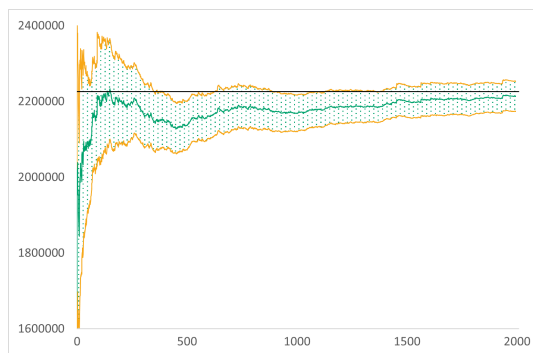


FIGURE 5.7 – Convergence décès 2026

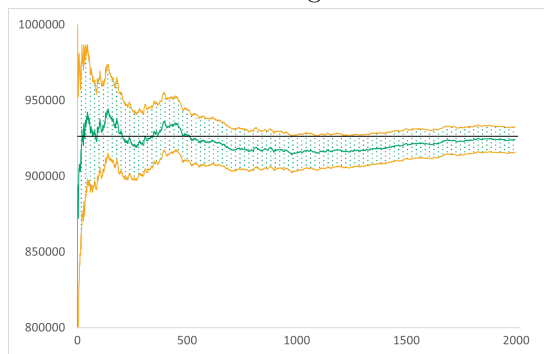


FIGURE 5.8 – Convergence ITT 2022

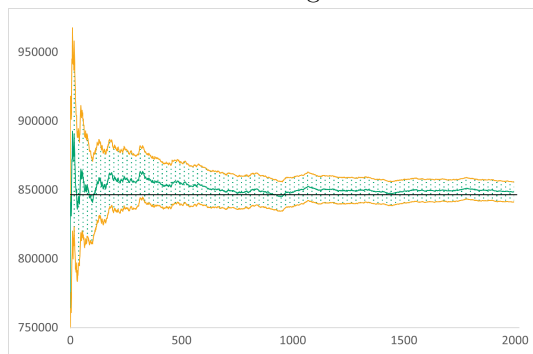


FIGURE 5.9 – Convergence ITT 2026

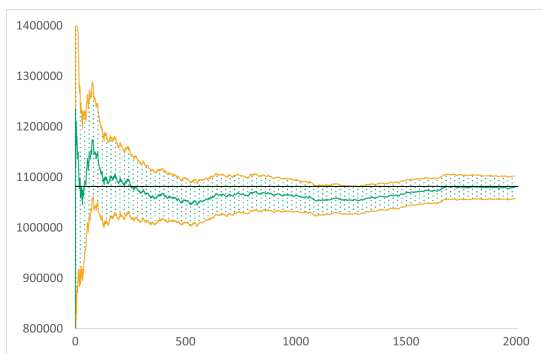


FIGURE 5.10 – Convergence IPT 2022

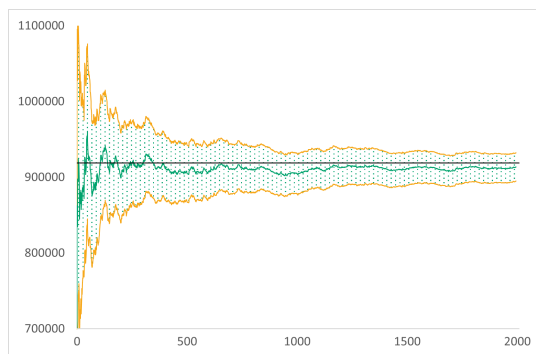


FIGURE 5.11 – Convergence IPT 2026

Les courbes vertes représentent la moyenne des sinistres suivant le type et la date pour x simulations. Elle est encadrée par les deux courbes orange, représentant les bornes de l'intervalle de confiance à 95 % recalculées pour chaque nouvelle simulation :

$$|e_N| = z_{1-\alpha} \frac{\widehat{\sigma}_N}{\sqrt{N}}$$

Comme supposé précédemment, la convergence des sinistres ITT vers la moyenne empirique (courbe noire) se fait plus rapidement que les convergents IPT et décès. Les intervalles de confiance se réduisent plus rapidement à mesure que les années de projection sont éloignées. Les erreurs suivantes sont trouvées en fonction du nombre de simulations :

	Décès			ITT			IPT		
	2022	2024	2026	2022	2024	2026	2022	2024	2026
10	460938	268193	371719	98443	94961	77037	454913	344825	208829
50	222734	257916	198745	46640	45934	44786	142706	107995	113594
100	140278	177363	135969	32508	31378	32305	104592	86031	85115
1000	64009	54385	48408	11937	10821	10611	31561	29069	26834
10000	20167	18456	16884	3721	3452	3329	10049	9203	8644

TABLE 19 – Erreur à 95 % de la moyenne du montant de sinistres en euro pour N simulation

Plus le nombre de simulations augmente, plus l'erreur autour de la moyenne des simulations diminue. Cependant elle ne diminue pas linéairement par rapport au nombre de simulations, à cause de l'utilisation de la racine carrée du nombre de simulations dans le calcul de l'erreur. Cela motive l'utilisation de très nombreuses simulations pour minimiser au plus l'erreur. Ainsi, au bout de 10000 simulations, l'intervalle de confiance à 95 % autour de la moyenne est acceptable.

Avant d'intégrer les taux de résiliation du portefeuille dans le modèle, les résultats trouvés avec le modèle stochastique sont comparés avec le modèle déterministe. Les résultats devraient en théorie être les mêmes. Les résultats moyens du modèle stochastique sont trouvés par :

$$\bar{X}_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

Ici, $N = 10000$. Le grand nombre de simulation permet une comparaison pertinente entre les deux modèles.

Années	2022	2023	2024	2025	2026
Résultats déterministes	2768148	2665667	2543805	2413859	2281373
Résultats stochastiques	2758375	2634523	2508535	2374109	2226099
Rapport stochastique/déterministe	100,0%	99,9%	101,0%	100,5%	98,1%

TABLE 20 – Comparatif des résultats déterministes et stochastiques sans taux de résiliation pour le décès. Les résultats sont en euros.

Les résultats stochastiques et déterministes sont similaires pour toutes les années de projection et permettent de valider le modèle pour les sinistres décès.

Années	2022	2023	2024	2025	2026
Résultats déterministes	935806	928356	913587	889232	856285
Résultats stochastiques	926278	921533	901068	878327	846592
Rapport stochastique/déterministe	98,7 %	99,1 %	99,3 %	98,8 %	98,2 %

TABLE 21 – Comparatif des résultats déterministes et stochastiques sans taux de résiliation pour l'incapacité. Les résultats sont en euros.

Comme pour les sinistres décès, les résultats trouvés sont similaires au modèle déterministe.

Années	2022	2023	2024	2025	2026
Résultats déterministes	1148788	1104089	1052451	994639	930999
Résultats stochastiques	1081542	1054046	1007933	961514	918823
Rapport stochastique/déterministe	94,4 %	95,6 %	97,8 %	97,3 %	98,2 %

TABLE 22 – Comparatif des résultats déterministes et stochastiques sans taux de résiliation pour l'invalidité. Les résultats sont en euros.

Les résultats issus du modèle stochastique sont légèrement inférieurs à ceux du modèle déterministe, notamment sur les premières années. Cependant, les écarts restent satisfaisants, et sont acceptables, le modèle sans résiliation est validé.

5.3 Intégration des taux de résiliation du portefeuille

Le modèle stochastique sans résiliation donne des résultats satisfaisants. Les taux de résiliation du portefeuille sont rajoutés. Cette nouvelle transition fait sortir l'assuré du portefeuille. Une simulation sera effectuée chaque mois pour voir si l'assuré résilie son contrat ou non. Cela va baisser les résultats et aura un impact important essentiellement pour les dernières années de projection. Il est supposé qu'un assuré qui est en arrêt de travail ne résilie pas son contrat. Seuls les assurés dans l'état "sain" peuvent résilier.

Les montants moyens de sinistres sont comparés avec et sans résiliation. Cela permettra de voir si la résiliation est bien prise en compte :

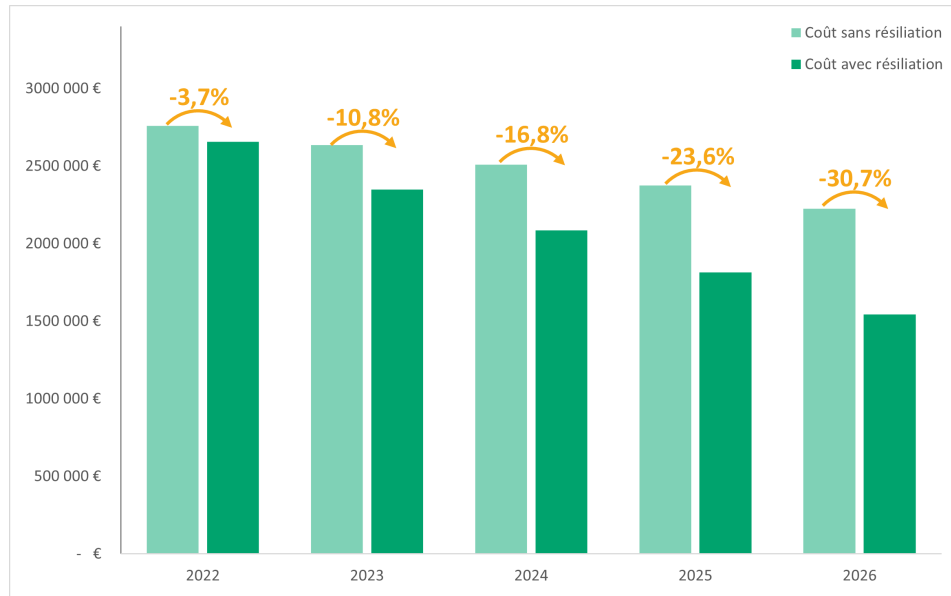


FIGURE 5.12 – Montant des sinistres décès moyen

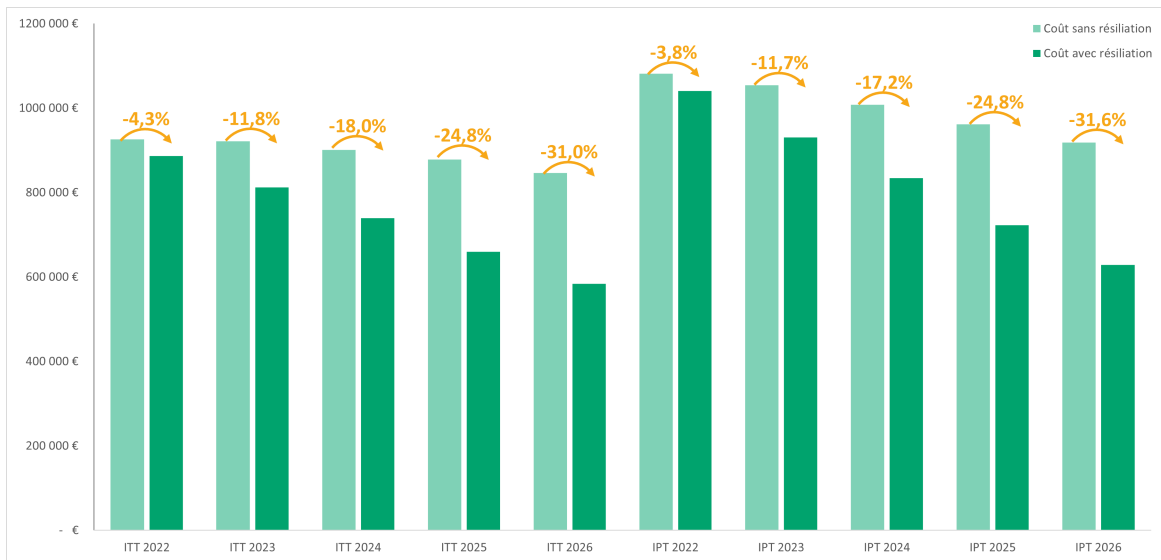


FIGURE 5.13 – Montant des sinistres incapacités et invalidités moyen

Comme prévu, la résiliation entraîne une baisse des résultats qui ne cesse d'augmenter au fil du temps. L'ordre de grandeur de cette baisse est la même suivant les sinistres.

Les taux de résiliation empiriques de portefeuille trouvés par le modèle stochastique vont permettre de vérifier l'hypothèse de résiliation en milieu d'année faite pour le modèle déterministe. Pour rappel, le taux de résiliation cumulé (résiliation de l'année en cours et des précédentes) est donné par :

$$c_j^{cumul} = 1 - \left(1 - \frac{c_j}{2}\right) \prod_{k=1}^{j-1} (1 - c_k)$$

Années	2022	2023	2024	2025	2026
Déterministe	3,9 %	11,6 %	18,7 %	25,1 %	30,8 %
Stochastique décès	3,7 %	10,8 %	16,8 %	23,6 %	30,7 %
Stochastique incapacité	4,3 %	11,8 %	18,0 %	24,8 %	31,0 %
Stochastique invalidité	3,8 %	11,7 %	17,2 %	24,8 %	31,6 %

TABLE 23 – Comparatif des taux de résiliation théoriques et empiriques issus des modèles déterministes et stochastiques.

Les taux de résiliation entre modèle déterministe (taux théoriques) et modèle stochastique sont similaires. La résiliation fonctionne bien dans le modèle, cela va permettre d’analyser les résultats et de les comparer avec le modèle déterministe.

Les taux de résiliation trouvés sont similaires à ceux du modèle déterministe, néanmoins, leurs légères différences méritent d’examiner les différences des montants de sinistres des deux modèles.

Le calcul des émissions et des PRC en fonction de la résiliation donne des résultats très similaires au modèle déterministe. De plus la convergence vers la valeur moyenne se fait très rapidement et les écarts entre projections sont peu élevés. Cela est dû à deux effets :

- Le calcul se base sur les résiliations. Les assurés qui n’ont pas résilié sont gardés, ce qui donne en moyenne 26200 prêts la première année, 24250 prêts la deuxième année... Ainsi, le montant d’émissions total dépend de beaucoup d’assurés, là où les sinistres dépendaient d’une centaine de personnes chaque année.
- Les émissions prises individuellement ne représentent qu’une infime partie du montant total des émissions. Ainsi, l’émission annuelle individuelle de décès la plus importante représente 0,13 % du total des émissions, et l’émission moyenne individuelle représente 0,0025 % de l’émission total.

Ainsi, l’émission totale est composée de nombreux petits montants, au contraire des sinistres, et cela explique la rapidité de convergence et la précision de la moyenne. Le même raisonnement s’applique pour la PRC.

Les éléments projetés permettent de calculer les résultats issus du modèle stochastique. Le résultat final va permettre de visualiser les différences entre le modèle déterministe et stochastique. Les résultats montrés sont ceux avec la résiliation.

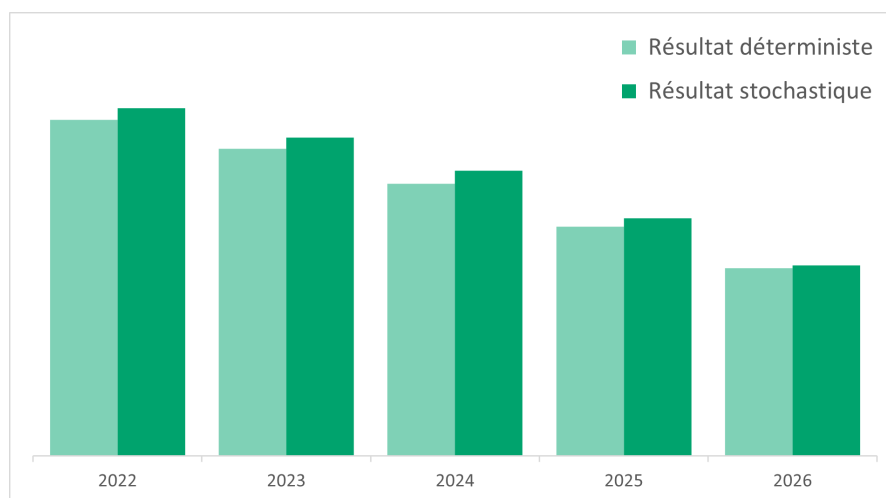


FIGURE 5.14 – Résultats du compte suivant le modèle utilisé

Le modèle stochastique se comporte de la même manière que le modèle déterministe : la nature du portefeuille, l'absence d'affaires nouvelles et la résiliation font baisser les résultats d'année en année. Cependant, le modèle stochastique évalue légèrement à la hausse le résultat par rapport au modèle déterministe. La comparaison des deux résultats donnent des rapports toujours supérieurs à 100 % :

Années	2022	2023	2024	2025	2026
Rapport Stochastique/Déterministe	103,5 %	103,7 %	104,9 %	103,6 %	101,5 %

TABLE 24 – Rapport des résultats stochastiques sur les résultats déterministes. L'écart se réduit au cours du temps.

Cette différence est essentiellement due aux sinistres invalidité qui sont légèrement sous-évalués dans le modèle stochastique par rapport au modèle déterministe sur les trois premières années.

Les résultats moyens du modèle sont similaires aux résultats du modèle déterministe, le modèle est validé. Il est donc possible d'examiner la répartition des 10000 simulations pour chaque type de sinistres. Une observation avec un graphique en boîte à moustaches est d'abord faite suivant le type de sinistre et l'année :

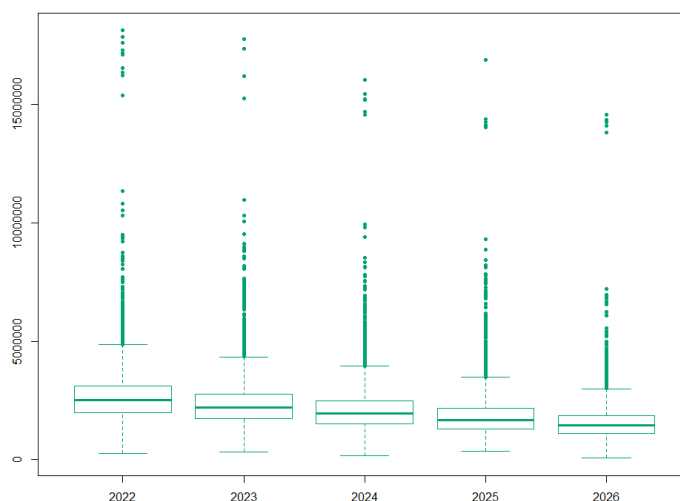


FIGURE 5.15 – Boîte à moustaches du coût des sinistres décès

Les résultats décès restent volatils. Néanmoins, l'effet de la résiliation est visible sur les dernières années de projection avec une diminution des gros sinistres.

L'écart des valeurs entre les sommes à 10 millions et celles à 15 millions est dû à la nature de ces valeurs extrêmes. En effet, celles-ci sont causées par la mortalité d'un assuré dont le CRD est très élevé et représente la quasi-totalité de la somme de sinistre. Les sinistres élevés ne sont pas ici dus à une surmortalité simulée par le modèle, mais à la mort d'un assuré en particulier. Ainsi, l'écart visible sur le graphique est quasiment le même que l'écart entre le premier CRD le plus élevé et le second. Il existerait évidemment des sinistralités plus élevées si le nombre de simulations augmentait. Cela augmenterait les chances d'apparition d'un cas où 2 assurés à CRD très élevé mourraient la même année. Néanmoins il reste intéressant de remarquer que ce genre de scénario à forte sinistralité apparaît environ 200 fois

pour 10000 simulations. C'est aussi pour cette raison que la résiliation n'a que peu d'impact sur ces valeurs extrêmes. Elle limite sa fréquence sur les dernières années, mais leur répartition reste tout de même similaire à celle du modèle sans résiliation.

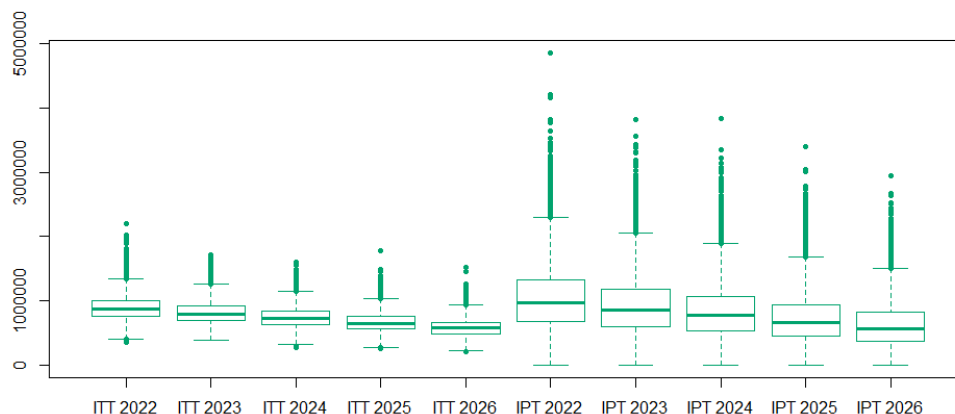


FIGURE 5.16 – Boîte à moustaches du coût des sinistres arrêt de travail

Les valeurs extrêmes sont plus présentes sur les sinistres IPT que pour les sinistres ITT. L'influence des résiliations est ici aussi importante avec une diminution des coûts totaux des sinistres par rapport au modèle sans résiliation.

Les sinistres les plus élevés en invalidité sont moins hauts qu'en décès car les assurés à CRD élevés sont en général pas assurés sur le risque d'arrêt de travail. De plus, les sinistres invalidité restent moins fréquents que les sinistres décès, donc plus de simulations doivent être effectuées pour avoir un scénario d'invalidité pour un assuré à CRD élevé.

Les différences entre modèles avec et sans résiliation se retrouvent essentiellement sur les valeurs medianes, qui sont montrées sur les boîtes à moustache. Ainsi, il y a une plus forte tendance à la baisse au fil des années de projection sur le modèle avec résiliation.

Les 10000 résultats simulés pour chaque type de sinistres chaque année vont permettre d'avoir une approximation de la courbe de répartition des montants de sinistres. Pour cela, un histogramme est tracé regroupant les sinistres par classes suivant le montant total de sinistres pour une année simulé. Pour que le graphique soit lisible, les résultats les plus élevés sont enlevés, soit 0,5 % des simulations. Il reste donc 99,5 % des résultats, ce qui permet d'observer la densité sans valeurs extrêmes. L'axe des abscisses est réduit de moitié.

Le nombre de classe est choisi à l'aide de la règle de Freedman-Diaconis :

$$K = \frac{x_{max} - x_{min}}{2 * (q_3 - q_1) * N^{-\frac{1}{3}}}$$

Avec q_1 et q_3 les quartiles et N le nombre de simulations.

Cette formule permet en théorie à l'histogramme de se rapprocher au mieux de l'aire sous la courbe de densité, en prenant en compte les données simulées avec les quartiles.

Une estimation par noyau de la densité est et tracée avec l'histogramme. Les trois types de sinistres sont présentés, pour l'année 2022. L'échelle des abscisses (montant de sinistres simulés sur une année) est différente : les sinistres incapacités sont en moyenne moins élevés que les sinistres invalidité qui sont en moyenne moins élevés que les sinistres décès.

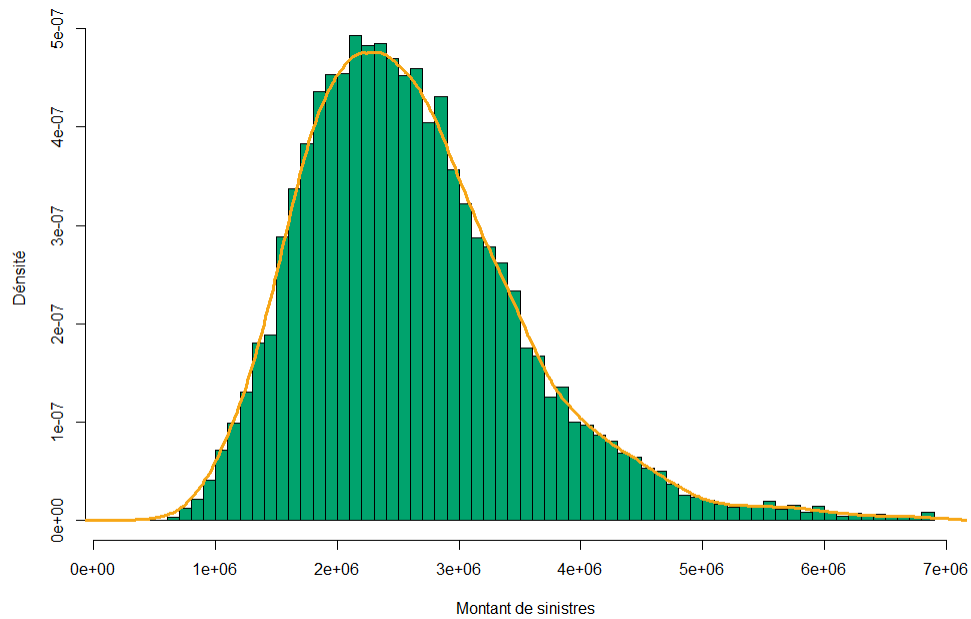


FIGURE 5.17 – Répartition des montants de sinistres décès 2022

La densité estimée (en orange) suit la courbe de l'histogramme. La plupart des sinistres sont répartis autour de la moyenne, mais la queue de distribution reste tout de même importante. Les sinistres élevés ont une densité et donc une probabilité d'apparition non-négligeable, ce qui rejoint les observations faites sur les boîtes à moustaches. La forme de la distribution des sinistres invalidité est similaire.

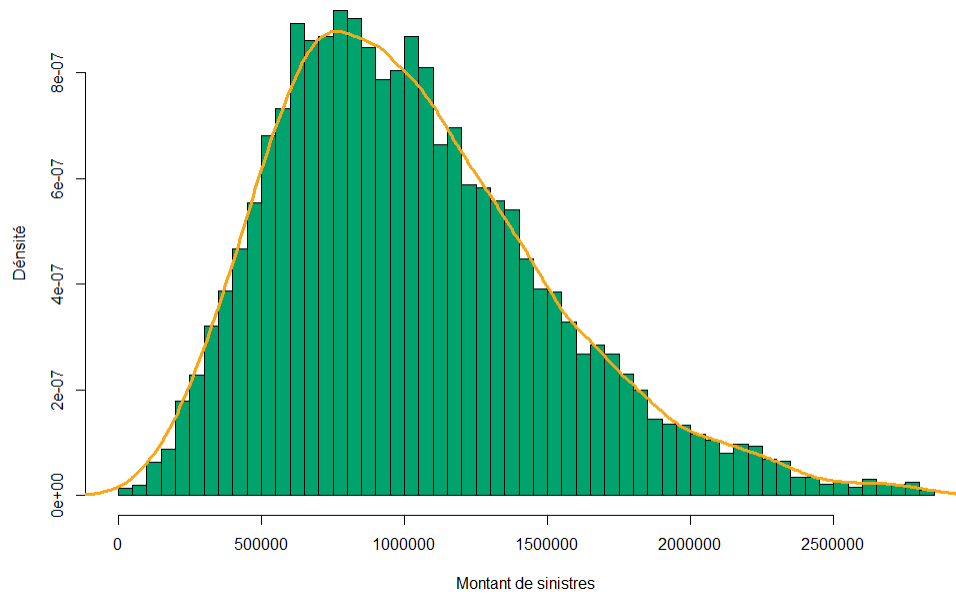


FIGURE 5.18 – Répartition des montants de sinistres invalidité 2022

Ces sinistres impliquent le remboursement du CRD qui peut être très élevé, ce qui explique la volatilité des montants.

Les montants de sinistres incapacité ont une répartition différente des précédentes :

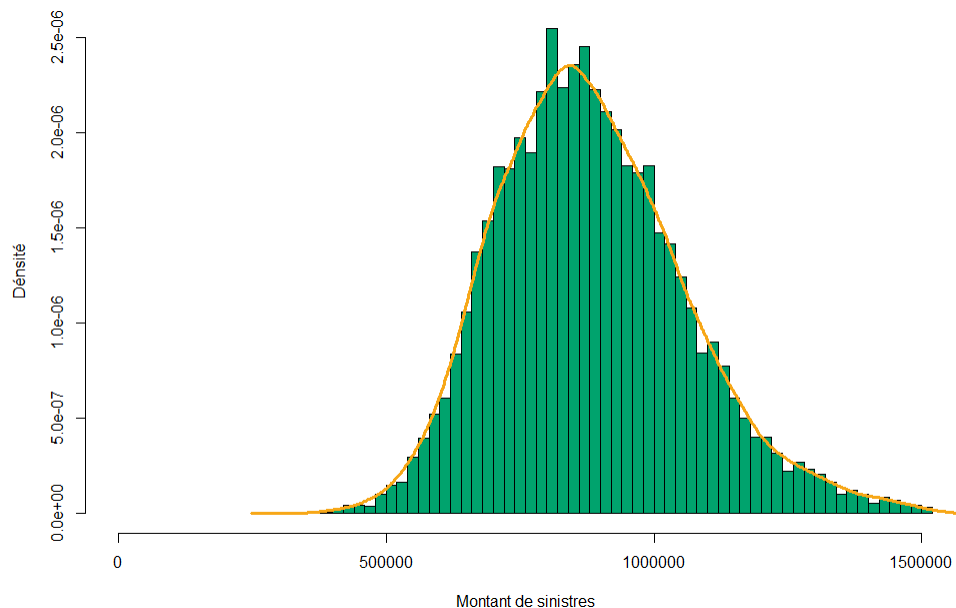


FIGURE 5.19 – Répartition des montants de sinistres incapacité 2022

Ici, la courbe est beaucoup plus centrée autour de la médiane, et les sinistres sont presque également répartis des deux cotés de la courbe en cloche. La queue de distribution est quasiment inexistante, les sinistres sont très peu volatils. Cela est logique car la fréquence est plus élevée mais les prestations sont bien moins élevées.

La courbe de densité n'est pas la même au cours du temps. La résiliation et la baisse générale des montants de sinistres entraînent une baisse de la volatilité et une plus grande concentration des montants autour de la moyenne.

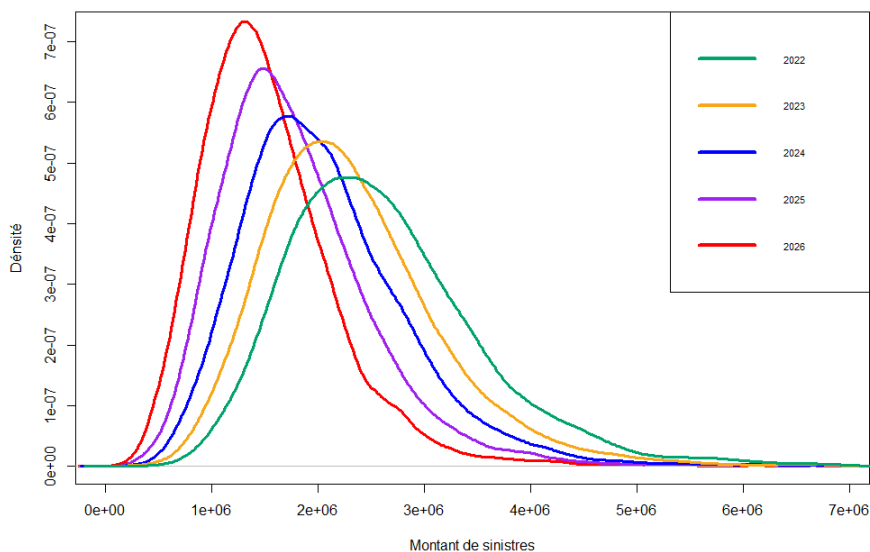


FIGURE 5.20 – Courbes de densité des montants de sinistres décès au cours du temps

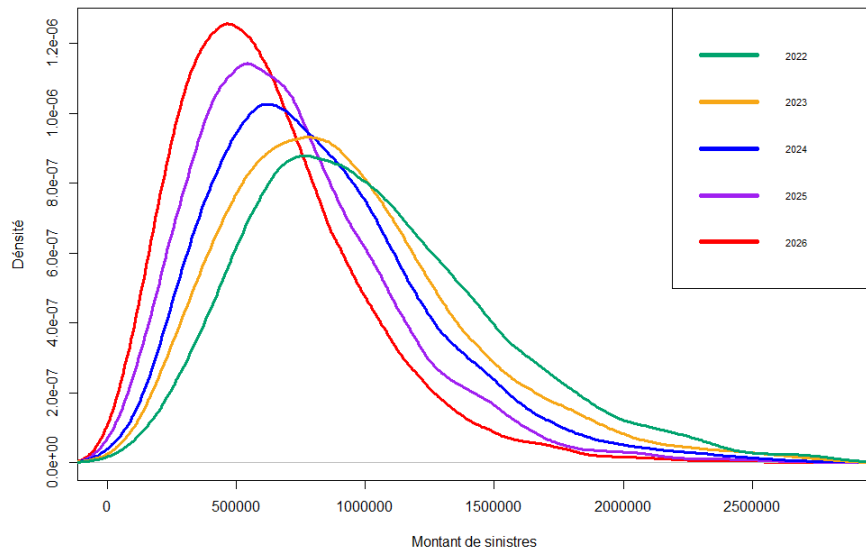


FIGURE 5.21 – Courbes de densité des montants de sinistres invalidité au cours du temps

Les courbes de densité des sinistres décès et incapacité ont des queues de distribution non-négligeables, mais qui diminuent légèrement au fil des années de projection.

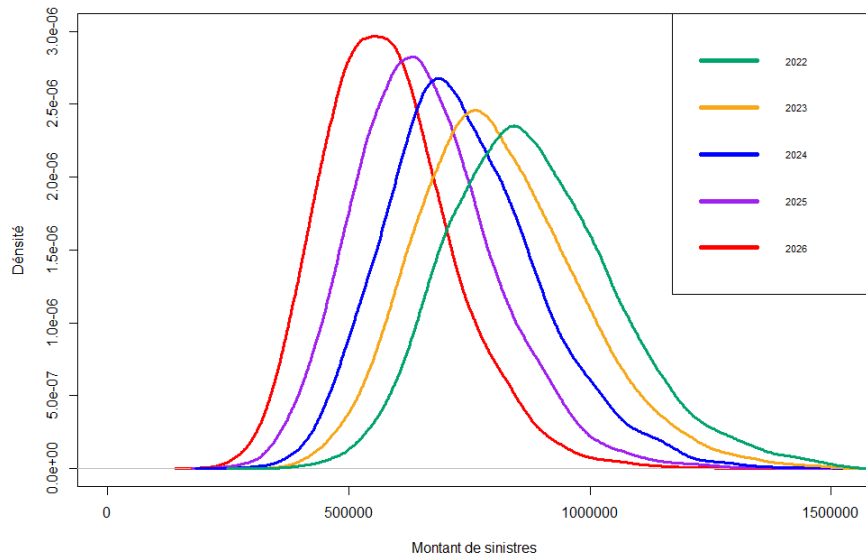


FIGURE 5.22 – Courbes de densité des montants de sinistres incapacité au cours du temps

Les courbes de densité des sinistres incapacité gardent la même forme, la moyenne et la volatilité diminuent au fil du temps.

Le modèle stochastique a permis d'examiner plus en détail le comportement du portefeuille dans le temps et de découvrir les scénarios extrêmes possibles avec une probabilité non-négligeable. La comparaison des résultats avec le modèle déterministe a permis d'affiner et d'améliorer les deux modèles. Grâce à cela, certaines erreurs ont pu être décelées dans les deux modèles lors de la construction de la version stochastique. La similitude des résultats finaux permet de valider le modèle stochastique. Les

simulations permettent d'observer la répartition possible des sinistres et d'avoir une idée des courbes de densité de chaque sinistre pour chaque année de projection. Ce modèle pourra être utilisé pour des tests de sensibilité et des observations de scénarios uniques.

6 Tests de sensibilité

Le résultat du modèle dépend de sa construction et des paramètres pris en entrée. La construction du modèle a été validée lors de la partie précédente, mais les paramètres d'entrée, c'est-à-dire les taux de résiliation, de mortalité, d'incapacité et d'invalidité, ne peuvent pas réellement être vérifiés. Parmi ces paramètres, la mortalité, l'entrée en incapacité et la résiliation ont été trouvées à l'aide des données historiques du portefeuille. Ainsi, il est intéressant de modifier ces paramètres et de les rendre plus prudents, ou de leur appliquer des chocs qui augmenteraient ou diminueraient les survenances de sinistres ou de résiliations.

Les tests utilisés dans cette partie sont inspirés des tests utilisés pour les calculs de SCR de Solvabilité II. Alptis étant une entreprise courtier grossiste, elle ne s'occupe pas des calculs de Solvabilité II qui sont fait par les assureurs prenant en charge le risque. Néanmoins, il a été décidé de s'aligner sur la réglementation car ce sont des tests qui reviennent souvent dans le monde assurantiel. Le calcul de SCR n'étant pas utile dans le cadre de ce mémoire, ce sont les modifications sur les comptes de résultats qui seront observées.

6.1 Choc sur la mortalité

Le test prévoit une augmentation de la mortalité pour l'ensemble de la population du portefeuille. Les probabilités de décès de la table construite sont toutes augmentées de 15 %. Cela permettra de simuler une hausse de mortalité dans la population due à des facteurs extérieurs, mais aussi de tester le risque de sous-estimation des taux de mortalité lors de la construction de la table de mortalité. En effet, même si la table est voulue prudente, le cas d'une sous-estimation des taux doit être analysé.

Le cas d'une augmentation de la longévité est aussi testé avec une diminution de 20 % des taux de mortalité. Ce test permet de voir les résultats dans le cas d'une surestimation des taux de la table de mortalité.

Les résultats obtenus sont les suivants :

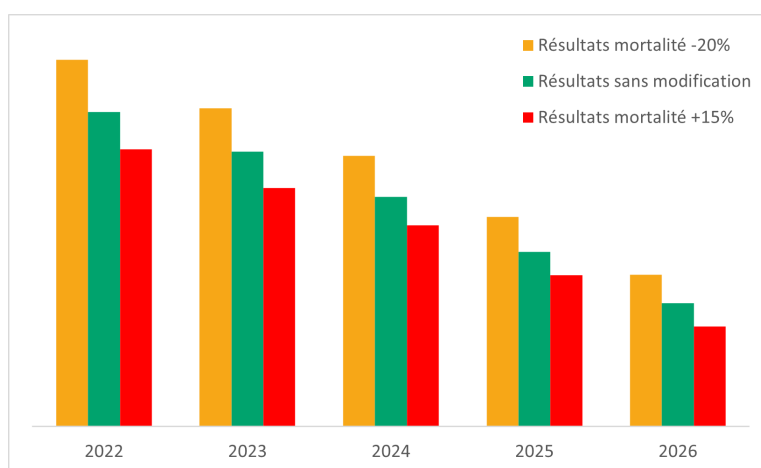


FIGURE 6.1 – Résultats du compte en fonction des chocs

La hausse de la mortalité fait augmenter la fréquence de sinistralité, les résultats sont donc inférieurs au modèle non choqué. De même, la baisse de mortalité entraîne une augmentation du résultat. Les garanties proposées étant exclusivement liées à la mortalité et non à la longévité, il n'y a pas d'augmentation de sinistres liée à l'augmentation de longévité. Les résultats sont cohérents.

La différence de résultat est plus importante pour la hausse de mortalité, le choc étant plus important. Les rapports entre les résultats sont calculés pour examiner la différence relativement au résultat initial (modèle non choqué). Ainsi, par exemple, le résultat avec choc de longévité équivaut à 117 % du résultat initial, et celui avec choc de mortalité équivaut à 88 % du résultat initial en 2022.

Année	2022	2023	2024	2025	2026
Rapport Longévité/Initial	117 %	116 %	118 %	120 %	123 %
Rapport Mortalité/Initial	88 %	87 %	88 %	87 %	81 %

TABLE 25 – Rapport des résultats choqués sur les résultats initiaux

La différence relative des résultats des modèles choqués augmente de plus en plus au fil des années, notamment sur la dernière année projetée. Ainsi, les chocs ont une influence légèrement plus importante sur le long terme, à la hausse et à la baisse.

De la même manière que dans la partie précédente, les courbes de densités des montants de sinistres pour chaque type de sinistre sont construites.

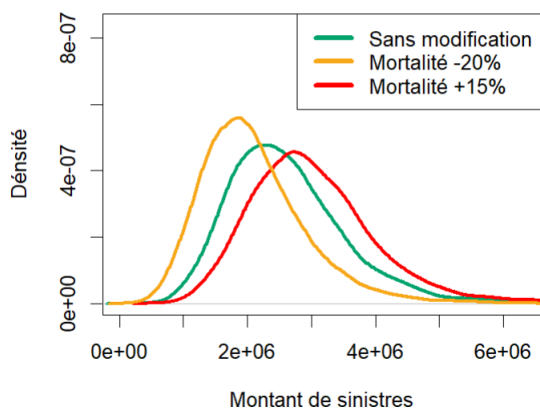


FIGURE 6.2 – Densité des montants de sinistres décès en fonction des chocs 2022

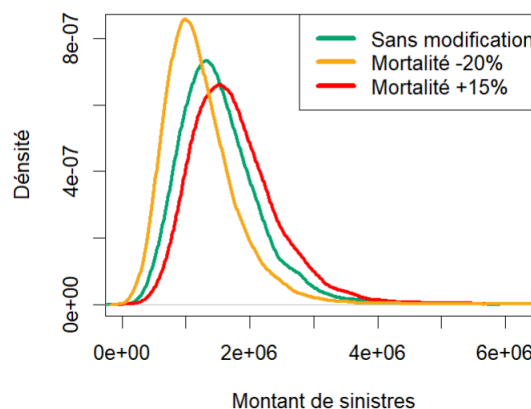


FIGURE 6.3 – Densité des montants de sinistres décès en fonction des chocs 2026

La baisse de mortalité entraîne une répartition des montants de sinistres moins étendue, plus centrée autour de la moyenne que le modèle initial. La hausse de mortalité entraîne une plus grande dispersion des montants de sinistres et des montants globaux plus élevés.

6.2 Choc sur l'arrêt de travail

Deux types de tests vont être fait pour l'arrêt de travail. Dans le premier, seulement l'entrée en ITT sera modifiée pour observer les effets d'un changement sur la table d'entrée en arrêt de travail uniquement. Dans le second, ce sera toutes les tables liées à l'arrêt de travail qui se verront modifiées (entrée en ITT, maintien en ITT et entrée en IPT).

6.2.1 Choc sur l'entrée en ITT

Un choc sur la table d'entrée est testée avec une augmentation des taux de 20 %. Les autres tables sont inchangées. Comme pour la table de mortalité, la table d'entrée en incapacité a été construite avec les données historiques de l'entreprise. Ainsi, les scénarios où les taux ont été sous-estimés sont analysés ici. Ce choc n'est pas un test réglementaire de solvabilité II.

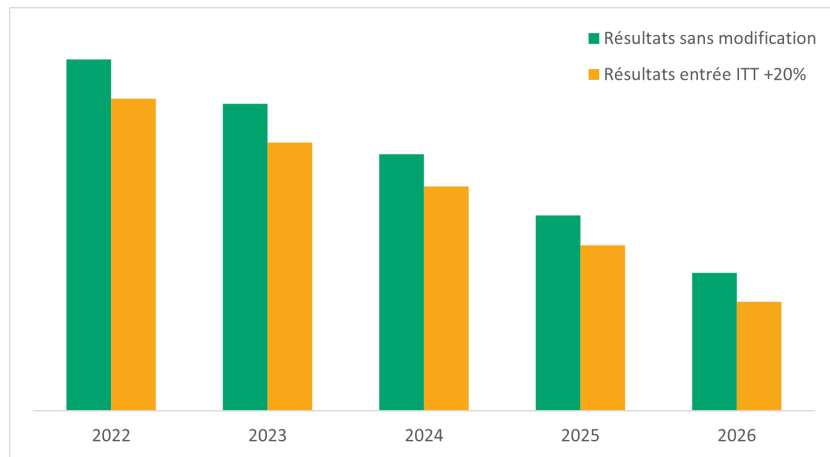


FIGURE 6.4 – Résultats en fonction des modèles

L'augmentation des taux d'entrée entraîne des baisses de résultats conséquentes, mais avec un résultat toujours positif. Les baisses sont de l'ordre de 10 % à 20 % :

Année	2022	2023	2024	2025	2026
Rapport Entrée/Initial	89 %	87 %	87 %	85 %	79 %

TABLE 26 – Rapport des résultats choqués sur les résultats initiaux

Tout comme les chocs sur les taux de mortalité, il y a un "décrochage" sur les dernières années avec une augmentation de l'écart relatif de résultat entre le modèle choqué et le modèle initial.

Les courbes de densité des deux différents sinistres impactés par le choc sur l'entrée sont construites.

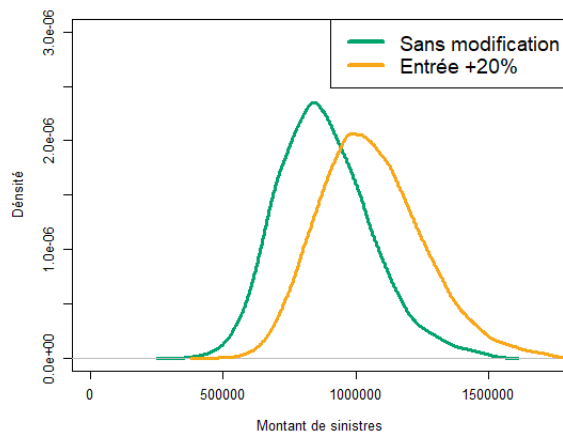


FIGURE 6.5 – Densité des montants de sinistres incapacité en fonction des chocs 2022

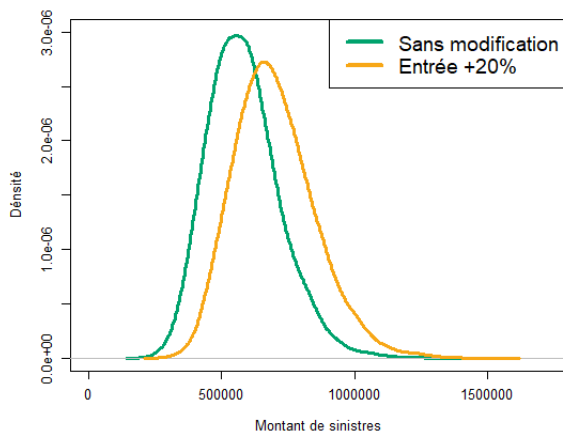


FIGURE 6.6 – Densité des montants de sinistres incapacité en fonction des chocs 2026

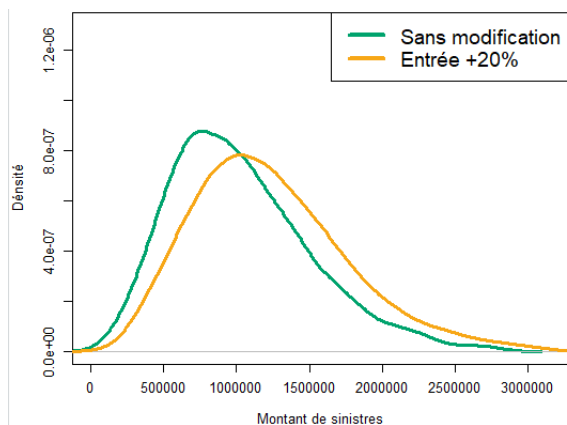


FIGURE 6.7 – Densité des montants de sinistres invalidité en fonction des chocs 2022

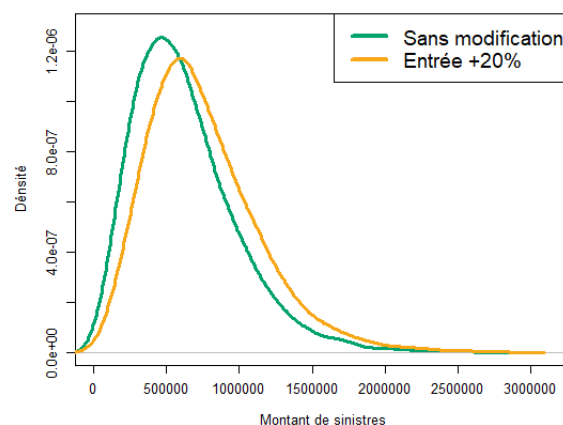


FIGURE 6.8 – Densité des montants de sinistres invalidité en fonction des chocs 2026

Le choc entraîne une augmentation de la fréquence de montants de sinistres élevés. La courbe se translate vers la droite car la moyenne est plus élevée, et la courbe est plus étendue avec une queue de distribution plus importante que celle du modèle initial.

Les résultats de ce modèle sont quasiment similaires au modèle avec un choc de 15 % sur la mortalité. Cela se voit directement sur le graphique en barres des résultats :

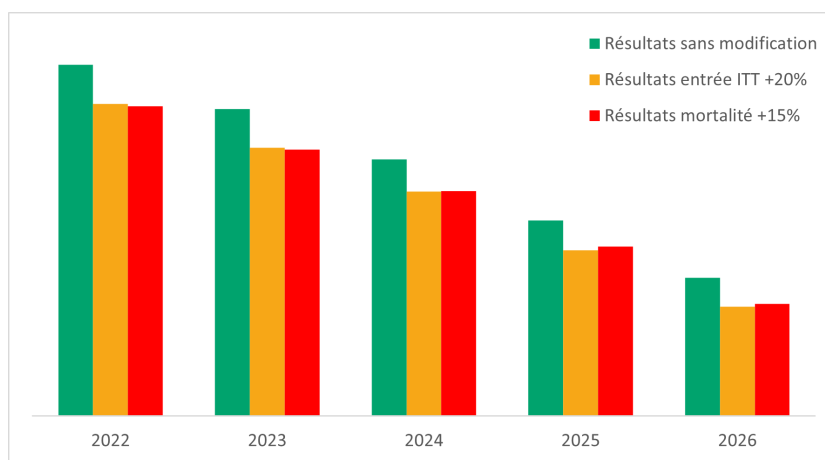


FIGURE 6.9 – Comparaison des résultats des différents modèles

Ainsi, une augmentation de 15 % de la mortalité entraîne un même résultat qu'une augmentation de 20 % de l'entrée en incapacité. Cela paraît cohérent car les sinistres incapacité et invalidité ont des montants de sinistres inférieurs à ceux du décès (moins de personnes souscrivent à cette garantie, les coûts pour un sinistre en incapacité et les fréquences d'apparition en invalidité sont peu élevées).

Le risque de sous-estimation des taux des tables de mortalité et d'entrée en incapacité peut être absorbé dans une certaine mesure par le compte de résultat qui est largement positif.

6.2.2 Choc sur tous les aspects de l'arrêt de travail

Le test du sous module "invalidité - morbidité" de Solvabilité II est ici utilisé. L'ensemble des transitions liées à l'arrêt de travail sont modifiées. Cette modification diffère suivant les transitions et la période de projection :

- Une augmentation de 35 % des taux d'entrée en incapacité et invalidité la première année
- Une augmentation de 25 % des taux d'entrée en incapacité et invalidité à partir de la deuxième année
- Une diminution des taux de recouvrement en incapacité de 20 %

Le taux de recouvrement est le complémentaire du taux de maintien et correspond à la sortie de l'assuré de l'état d'incapacité. Si on note q_x et p_x les probabilités de recouvrement et de maintien, il vient :

$$q_x^{choc} = q_x * (1 - 20 \%) = (1 - p_x) * 80 \%$$

$$p_x^{choc} = 1 - q_x^{choc} = 1 - (1 - p_x) * 0,8 = 0,2 + 0,8p_x$$

Le modèle avec les taux modifiés donne les résultats suivant :

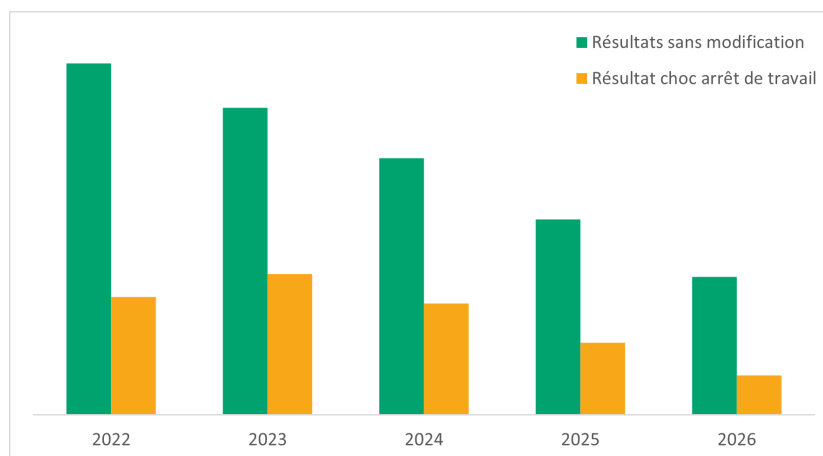


FIGURE 6.10 – Résultats en fonction des chocs

Le choc baisse drastiquement les résultats. La première année est encore plus impactée que les autres. En effet, le choc sur les entrées est de 35 %, soit 10 % de plus que les années suivantes. Le résultat décroît rapidement ensuite, l'écart avec le résultat initial devient de plus en plus important.

Année	2022	2023	2024	2025	2026
Rapport Choqué/Initial	34 %	46 %	43 %	37 %	29 %

TABLE 27 – Rapport des résultats choqués sur les résultats initiaux

Les écarts relatifs entre les résultats divergent au fil du temps, les résultats choqués baissent plus rapidement que les résultats initiaux.

6.3 Choc sur la résiliation

La résiliation a des effets qui s'accroissent dans le temps, ainsi il est important de voir les influences qu'a la résiliation sur le compte de résultats, à la hausse comme à la baisse.

Pour modéliser la hausse de la résiliation, les taux sont augmentés de 50 % de façon permanente.

Pour modéliser la baisse de la résiliation, les taux sont augmentés de 50 % de façon permanente. Les taux de résiliation ont été calculés à travers un historique allant de 2010 à 2020 essentiellement. Or, au cours de ces années, les taux d'intérêt des prêts ont été relativement bas, ce qui a entraîné de nombreuses résiliations. Aujourd'hui, ces taux augmentent de plus en plus, il est donc probable que les résiliations seront moins courantes cette décennie que la décennie précédente. Le choc de baisse de résiliation permet d'avoir un résultat dans le cas d'une surestimation des taux de résiliation.

La résiliation massive représente le cas où à $t = 0$, soit au début de la projection, une importante partie du portefeuille résilie leurs contrats. Les taux de résiliation de base sont ensuite utilisés. La résiliation massive est ici de 40 %.

Il vient les résultats suivant :

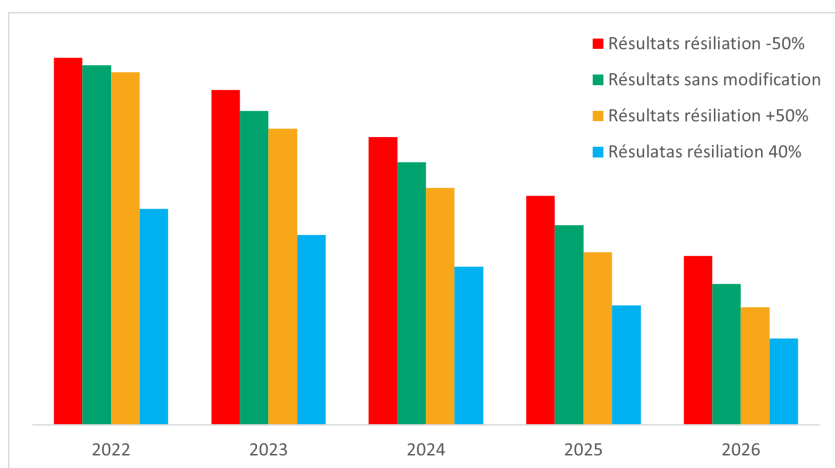


FIGURE 6.11 – Résultats en fonction des chocs

Les deux premiers chocs (baisses et hausses de résiliation) sont cumulatifs. Leur importance augmente dans le temps. Ainsi, lors de la première année de projection, les résultats sont similaires avec le résultat initial, alors que les écarts sont significatifs la dernière année. Le choc de résiliation au départ de la projection a un impact dès la première année, avec des résultats très bas, mais qui diminuent moins que les autres au fil du temps.

Pour pouvoir analyser l'évolution par rapport au résultat initial, le graphique des rapports entre résultats choqués et résultats initiaux est tracé :

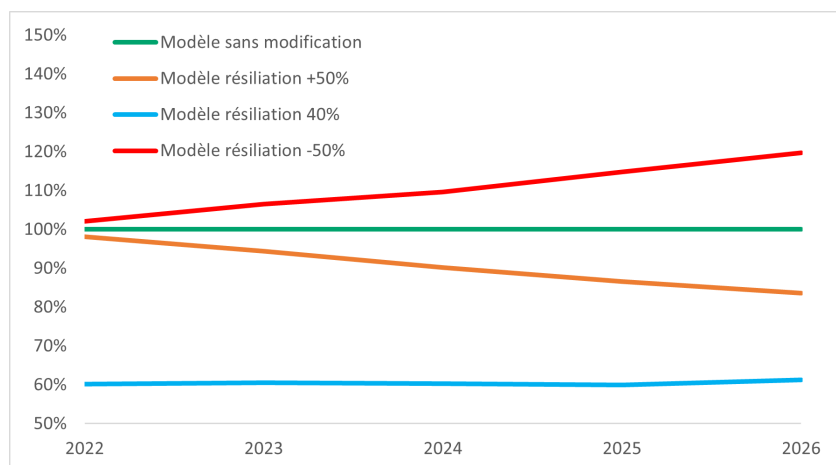


FIGURE 6.12 – Rapport résultats choqués/résultats initiaux

Il y a deux évolutions différentes ici. Tout d'abord, le résultat du choc de 40 % de résilience à $t = 0$ évolue de la même manière que le résultat initial. En effet, les taux de résilience restent les mêmes que ceux du modèle initial, le résultat est simplement 40 % inférieur. Ensuite viennent les résultats choqués avec une augmentation/diminution permanente de 50 %. Les résultats s'éloignent de plus en plus du résultat initial, dû à la baisse de plus en plus/de moins en moins importante du nombre d'assurés du portefeuille. Par ailleurs, la décroissance des résultats avec une augmentation des résiliations de 50 % implique qu'en théorie, à partir d'une certaine année de projection, le résultat de ce modèle sera inférieur à celui avec une résilience massive au départ. Néanmoins, cela ne devrait pas arriver avant la 10^{me} année de projection au moins, les résultats seront très bas, et les différences absolues seront minimes.

Seules les courbes de densité des sinistres décès sont construites.

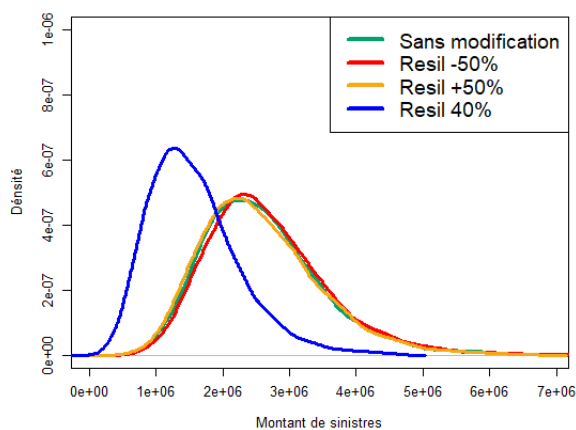


FIGURE 6.13 – Densité des montants de sinistres décès en fonction des chocs 2022

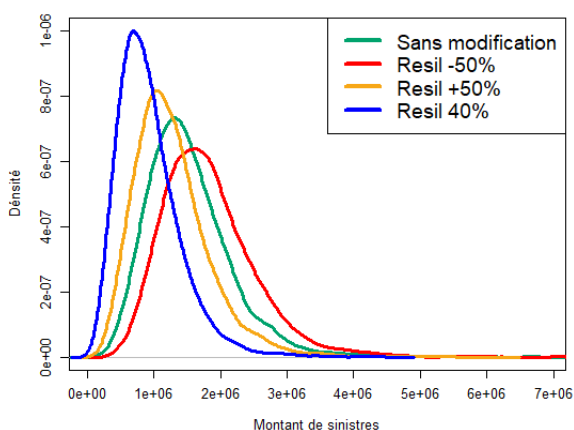


FIGURE 6.14 – Densité des montants de sinistres décès en fonction des chocs 2026

L'augmentation de la résilience entraîne une baisse de la volatilité des résultats avec des courbes de densité beaucoup moins étendue en 2026, lorsque le portefeuille a fortement diminué. Au contraire, la baisse de la résilience, entraînant un portefeuille plus grand que le modèle initial, rend le sinistre plus volatil avec une plus grande queue de distribution.

6.4 Comparaison entre chocs

Les modèles ont des comportements différents suivant les types de chocs utilisés. Il s'agit ici de comparer leur comportement au cours du temps.

6.4.1 Scénario positifs

Les modèles ayant des scénarios positif (résultats supérieurs aux résultats initiaux) sont ici analysés. Deux modèles font partie de cette catégorie :

- Modèle 1, le modèle avec diminution de résilience
- Modèle 2, le modèle avec augmentation de la longévité

Leurs courbes de résultats donnent le graphique suivant :

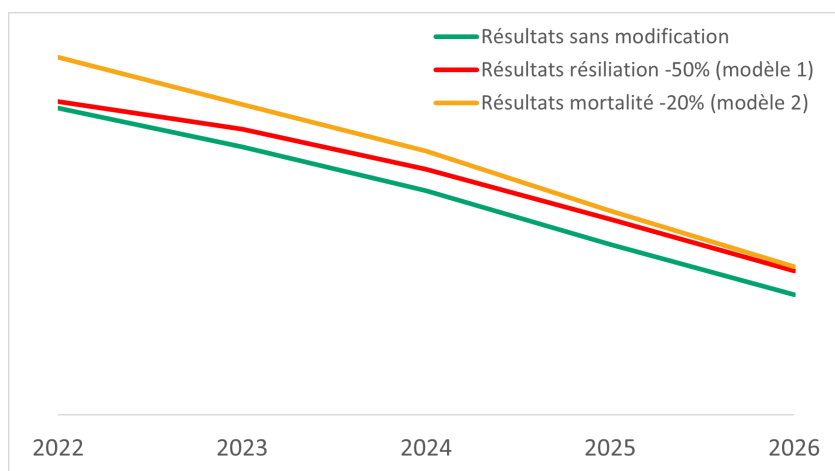


FIGURE 6.15 – Résultats des scénarios positifs

Il a été vu que la courbe du modèle 1 s'éloignait au fil du temps de la courbe du modèle initial à cause de l'effet boule de neige de la résilience, tandis que le modèle 2 suivait plus ou moins la même évolution que le modèle initial. À $t = 0$, le modèle 1 a un meilleur résultat que le modèle 2, et cela jusqu'à la dernière année de projection. Néanmoins, la tendance semble s'inverser pour les années au-delà de la projection. Ainsi, pour l'année 2027 et plus, le modèle 1 aura des résultats meilleurs que le modèle 2.

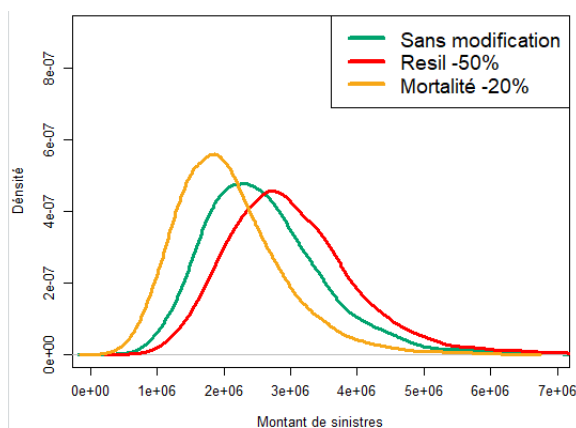


FIGURE 6.16 – Densité des montants de sinistres décès en fonction des chocs 2022

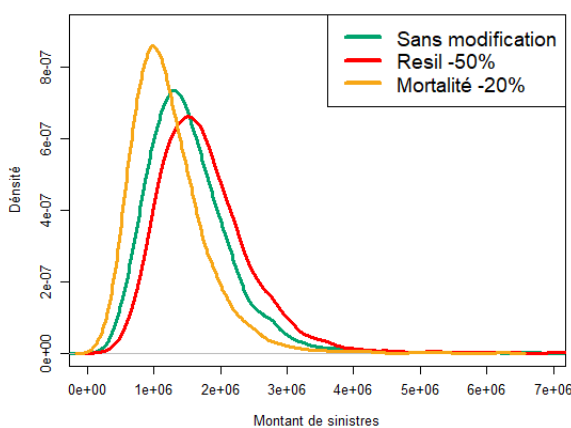


FIGURE 6.17 – Densité des montants de sinistres décès en fonction des chocs 2026

La courbe de densité montre une différence dans la maîtrise du risque de mortalité du portefeuille suivant le choc. La courbe de densité du modèle 1 est plus large que celle du modèle 2, la volatilité est plus importante et le risque est plus élevé, pour un résultat moindre les 5 premières années.

6.4.2 Scénarios négatifs

Les scénarios négatifs sont les scénarios ayant des résultats inférieurs aux résultats initiaux. Les résultats avec choc de résiliation de 40 % et d'arrêt de travail de 35 % puis 25 % ne sont pas analysés, leurs résultats étant bien inférieurs aux autres résultats. Les modèles suivants sont comparés :

- Modèle 1, choc de résiliation de 50 %
- Modèle 2, choc d'entrée en ITT de 20 %
- Modèle 3, choc de mortalité de 15 %

Il a été vu que le modèle 2 et le modèle 3 ont des résultats similaires.

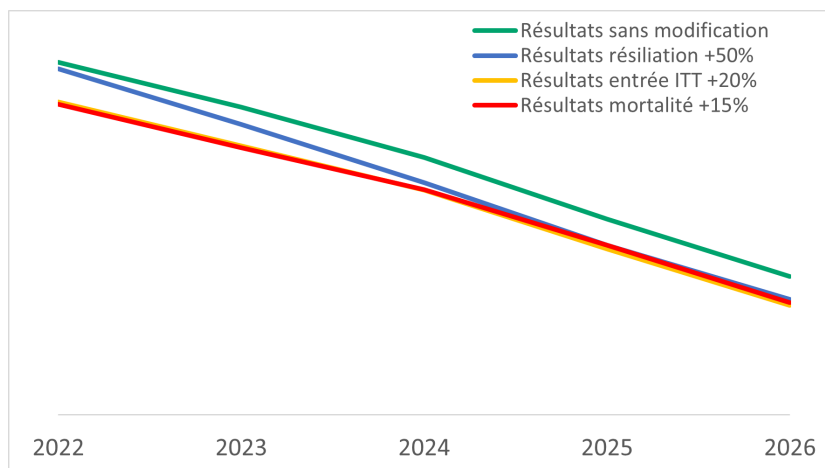


FIGURE 6.18 – Résultats des scénarios négatifs

Les modèles 2 et 3 ont un comportement différent du modèle 1 au cours du temps. Ainsi, alors que les résultats du modèle 1 sont nettement supérieurs aux modèles 2 et 3, la résiliation entraîne une baisse plus rapide. C'est pour cela que les résultats du modèle 1 sont similaires aux modèle 2 et 3 et tendent à devenir inférieures par la suite.

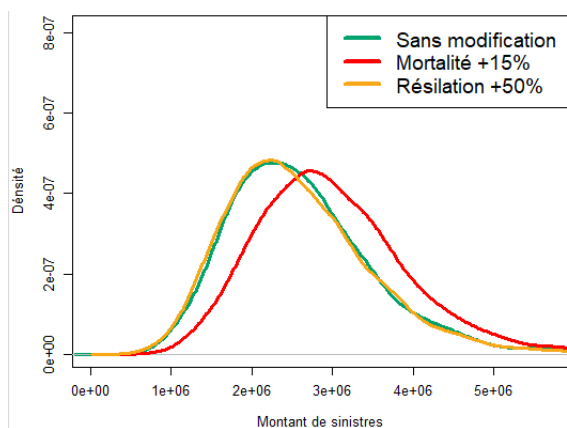


FIGURE 6.19 – Densité des montants de sinistres décès en fonction des chocs 2022

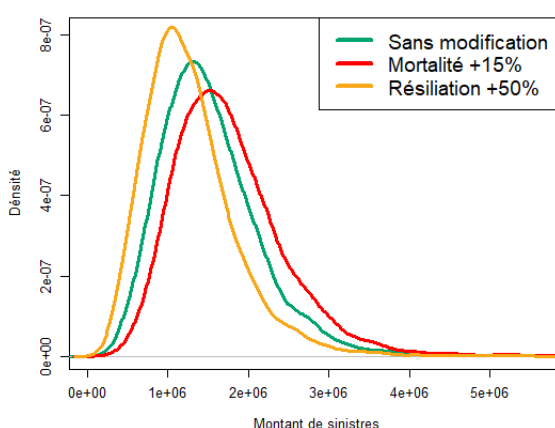


FIGURE 6.20 – Densité des montants de sinistres décès en fonction des chocs 2026

Comme dans la partie précédente, les chocs de résiliations influent différemment sur la répartition des sinistres que les chocs sur les taux de mortalité (et les taux liés à l'arrêt de travail). Ici, la hausse de la mortalité entraîne une hausse de la queue de distribution, tandis que la hausse de la résiliation entraîne une baisse de la queue de distribution.

Conclusion

Le but de ce mémoire était de projeter les comptes de résultats pour les cinq prochaines années du portefeuille d'un produit d'assurance de prêt. Dans un contexte de marché où les prix sont de plus en plus concurrentiels, il est important de connaître les flux futurs du portefeuille assuré.

La projection d'un portefeuille nécessite une bonne compréhension de la population qui est projetée. L'étude du portefeuille a permis de ressortir les caractéristiques des assurés et des contrats, pour pouvoir affiner les paramètres de la projection. De plus, cette étude a permis d'établir certaines hypothèses permettant de simplifier la projection. Les données historiques ont permis la création d'une table de décès et d'une table d'entrée en arrêt de travail. Malgré un manque de données sur certaines tranches d'âge, l'étude du portefeuille a permis de simplifier la méthode en admettant par exemple des taux constants d'entrée en ITT pour la tranche d'âge senior, qui sont peu présents dans le portefeuille.

La construction de deux modèles a permis d'avoir une vision élargie de la projection des comptes de résultats. Le modèle déterministe est facilement interprétable et se calcule rapidement. Sur ce modèle, les erreurs sont trouvées rapidement, que ce soit des erreurs sur le modèle ou sur les données prises en entrée. Le modèle stochastique a la possibilité de simuler une année type aléatoirement, et le grand nombre d'échantillons a permis d'analyser les valeurs extrêmes potentielles, et leurs causes. Enfin, la construction des deux modèles augmente la confiance apportée aux résultats, qui sont similaires sur les deux modèles.

Les projections des modèles ont montré des résultats positifs. Il a été vu que le vieillissement de la population et donc l'augmentation de sinistres était compensé en partie par la baisse des montants assurés et de la population du portefeuille. La résiliation a eu un impact très important sur les résultats, faisant chuter la population et donc les émissions et sinistres au fil des années de projections. Néanmoins, la résiliation s'appliquant à tous les éléments du compte de résultats dans des proportions quasi-équivalentes, la baisse de résultat est proportionnelle au taux de résiliation.

À partir des résultats, des tests de sensibilité ont été simulés, pour deux risques possibles :

- Le risque de modèle, c'est-à-dire le risque d'inexactitude de certains paramètres, en particulier les tables de mortalité et d'entrée en arrêt de travail qui ont été construites à partir de données historiques
- Les risques de mortalité, d'arrêt de travail et de résiliation.

Le risque de mortalité paraît être le risque étant le plus sensible lors d'une augmentation équivalente. Les risques ont été simulés avec de grosses augmentations sur chacune des trois tables, ce qui a entraîné une chute des résultats. Enfin, le risque de résiliation peut avoir de grosses répercussions sur le compte de résultats, son impact étant proportionnel au taux de résiliation.

Pour améliorer les modèles, plusieurs choses peuvent être faites. Tout d'abord, il serait intéressant de trouver plus de données pour améliorer les tables d'expérience, notamment sur les âges aux extrémités de la table. Ensuite, les modèles font l'hypothèse d'un taux technique de 0 %. Ce taux était d'actualité courant 2022, mais tend à remonter. Même s'il respecte le principe de prudence, cette hypothèse ne peut pas être prise dans d'autres travaux comme ceux imposés par Solvabilité II qui demande à calculer les flux de la manière la plus précise possible. Une étude plus approfondie sur les taux de résiliation peut aussi être intéressante sur les années à venir. En effet, la loi Lemoine risque d'augmenter la résiliation en la rendant plus simple, mais d'un autre côté l'augmentation des taux d'intérêt vont figer les prêts et vont faire baisser les rachats qui étaient courants durant les années 2010. Les résiliations réelles risquent d'être différentes de celles trouvées pour la projection.

Bibliographie

AFOUMADO C. [2019] *Rentabilité et solvabilité d'un portefeuille d'assurance emprunteur dans le cadre d'un modèle déterministe*. Mémoire de master, ISFA

BOCCIARELLI M. [2014] *Impacts de la déliaison sur l'équilibre des contrats emprunteurs*. Mémoire de master, ISUP

CCSF, Actélior [2020] *Rapport Bilan de l'assurance emprunteur*

Code des Assurances, Article R343-3

Convention AERAS, site de la convention AERAS : aeras-infos.fr

Eiopa, site de l'Eiopa : www.eiopa.europa.eu

France Assureurs. [2021] *L'assurance française : données clés 2020*

KAMEGA A. et al. [2014] *Présentation et comparaison des nouvelles tables BCAC*

Ministère de l'économie, *Loi Lagarde du 1er juillet 2010 portant réforme du crédit à la consommation*

HYNDMAN R. [1995] *The problem with Sturges' rule for constructing histograms*

STEPHAN L. [2017] *Constitution et évaluation de l'évolution des provisions pour risques croissants et des provisions mathématiques de produits d'assurance emprunteur*. Mémoire de master, ISFA

Vie-publique.fr [2022] *Loi du 28 février 2022 pour un accès plus juste, plus simple et plus transparent au marché de l'assurance emprunteur*

Annexes

Table de mortalité

La table de mortalité construite est donnée ci dessous, avec la table réglementaire TH02 non abbatue et abbatue à 80 %

Age	TH02	TH02 -80%	Table construite	Age	TH02	TH02 -80%	Table construite
18	0,083%	0,017%	0,017%	54	0,767%	0,153%	0,122%
19	0,095%	0,019%	0,019%	55	0,821%	0,164%	0,137%
20	0,102%	0,020%	0,020%	56	0,875%	0,175%	0,156%
21	0,105%	0,021%	0,021%	57	0,932%	0,186%	0,176%
22	0,105%	0,021%	0,021%	58	0,995%	0,199%	0,196%
23	0,104%	0,021%	0,021%	59	1,066%	0,213%	0,216%
24	0,105%	0,021%	0,021%	60	1,146%	0,229%	0,236%
25	0,105%	0,021%	0,021%	61	1,235%	0,247%	0,247%
26	0,107%	0,021%	0,021%	62	1,335%	0,267%	0,267%
27	0,109%	0,022%	0,022%	63	1,448%	0,290%	0,290%
28	0,111%	0,022%	0,022%	64	1,576%	0,315%	0,315%
29	0,114%	0,023%	0,023%	65	1,719%	0,344%	0,344%
30	0,116%	0,023%	0,022%	66	1,876%	0,375%	0,375%
31	0,120%	0,024%	0,018%	67	2,046%	0,409%	0,409%
32	0,125%	0,025%	0,017%	68	2,232%	0,446%	0,446%
33	0,132%	0,026%	0,017%	69	2,434%	0,487%	0,487%
34	0,143%	0,029%	0,019%	70	2,658%	0,532%	0,532%
35	0,153%	0,031%	0,022%	71	2,903%	0,581%	0,581%
36	0,166%	0,033%	0,026%	72	3,167%	0,633%	0,633%
37	0,179%	0,036%	0,029%	73	3,455%	0,691%	0,691%
38	0,195%	0,039%	0,032%	74	3,768%	0,754%	0,754%
39	0,214%	0,043%	0,034%	75	4,117%	0,823%	0,823%
40	0,237%	0,047%	0,037%	76	4,506%	0,901%	0,901%
41	0,264%	0,053%	0,040%	77	4,938%	0,988%	0,988%
42	0,293%	0,059%	0,045%	78	5,426%	1,085%	1,085%
43	0,325%	0,065%	0,050%	79	5,993%	1,199%	1,199%
44	0,360%	0,072%	0,056%	80	6,660%	1,332%	1,332%
45	0,397%	0,079%	0,062%	81	7,433%	1,487%	1,487%
46	0,435%	0,087%	0,069%	82	8,304%	1,661%	1,661%
47	0,472%	0,094%	0,076%	83	9,253%	1,851%	1,851%
48	0,508%	0,102%	0,082%	84	10,264%	2,053%	2,053%
49	0,545%	0,109%	0,087%	85	11,352%	2,270%	2,270%
50	0,582%	0,116%	0,091%	86	12,533%	2,507%	2,507%
51	0,624%	0,125%	0,096%	87	13,802%	2,760%	2,760%
52	0,668%	0,134%	0,102%	88	15,155%	3,031%	3,031%
53	0,715%	0,143%	0,110%	89	16,576%	3,315%	3,315%

TABLE 28 – Tables de mortalité

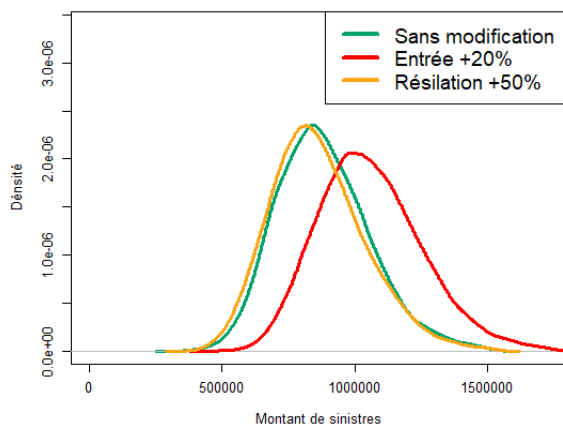
Comparaison des courbes de densité des tests sur le risque d'arrêt de travail avec le modèle initial et le choc de résiliation

Il a été vu que le test consistant à augmenter l'entrée en arrêt de travail de 20 % donnait les mêmes résultats que le test consistant à augmenter la mortalité de 15 %. La répartition des sinistres suit la même logique pour ces deux tests, ainsi seul la comparaison avec le choc de mortalité a été gardé sur le corps du mémoire. Cette partie consiste à analyser cette même comparaison mais avec le choc en arrêt de travail.

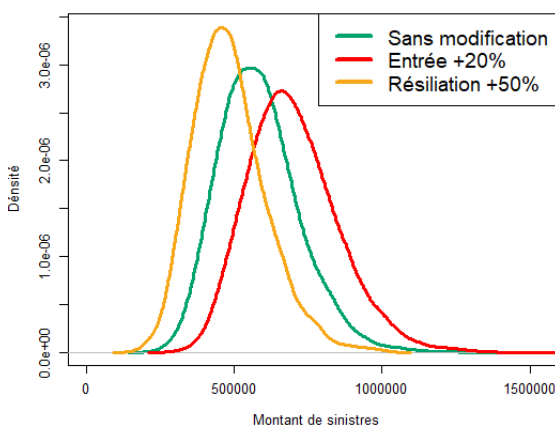
Le choc sur l'entrée en arrêt de travail de 20 % influence deux types de sinistres : les sinistres incapacité et les sinistres invalidité. Trois modèles sont comparés :

- Le modèle initial
- Le modèle avec choc de 50 % de la résiliation
- Le modèle avec choc de 20 % de l'entrée en arrêt de travail

Les courbes de densité des montants de sinistres incapacité sont tracées :



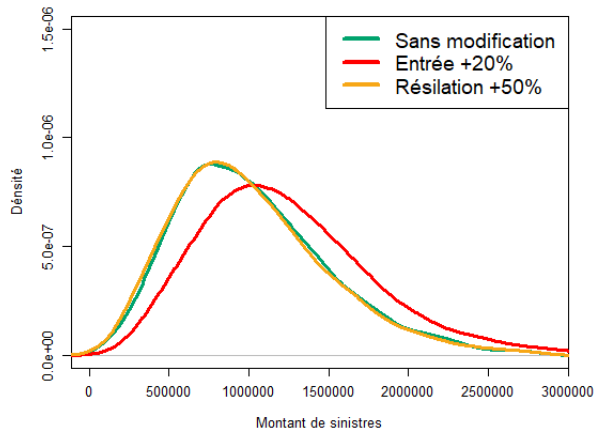
Densité des montants de sinistres incapacité en fonction des chocs 2022



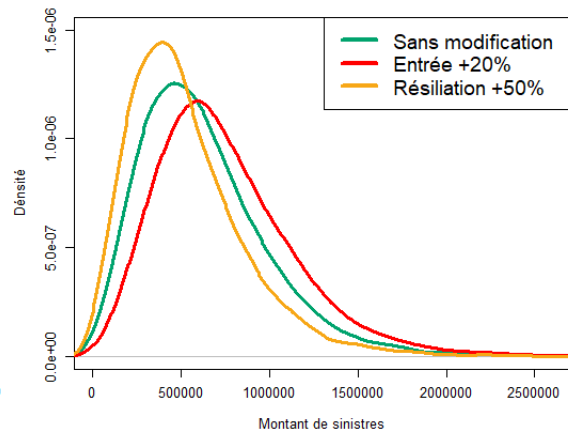
Densité des montants de sinistres incapacité en fonction des chocs 2026

La résiliation entraîne une baisse de la volatilité des montants de sinistres tandis que l'augmentation du taux d'entrée en arrêt de travail entraîne une augmentation des montants de sinistres globaux.

Les courbes de densité des sinistres invalidité sont tracées :



Densité des montants de sinistres invalidité en fonction des chocs 2022



Densité des montants de sinistres invalidité en fonction des chocs 2026

La même conclusion est faite que pour les sinistres incapacité. L'augmentation de la résiliation entraîne donc une diminution du résultat et du risque, tandis que l'augmentation du risque d'arrêt de travail diminue le résultat mais augmente le risque.

Table des figures

1.1	Décomposition de l'échéance au cours du temps	2
1.2	États possibles d'un assurés	5
1.3	Répartition des parts de marchés en nombre de ventes, en fonction du type de contrat. Reproduit à partir du rapport "Bilan de l'assurance emprunteur", par Actélior pour le CCSF, 2020	6
1.4	Évolution des tarifs annuels des contrats externes alternatifs, en fonction de l'âge. Reproduit à partir du rapport "Bilan de l'assurance emprunteur", par Actélior pour le CCSF, 2020	7
1.5	Évolution des tarifs annuels des contrats groupes, en fonction de l'âge. Reproduit à partir du rapport "Bilan de l'assurance emprunteur", par Actélior pour le CCSF, 2020	7
1.6	Répartition de l'utilisation des critères de tarification. Reproduit à partir du rapport "Bilan de l'assurance emprunteur", par Actélior pour le CCSF, 2020.	8
1.7	Tarif en fonction de l'âge. Reproduit à partir du rapport "Bilan de l'assurance emprunteur", par Actélior pour le CCSF, 2020.	9
2.1	Probabilité de sortie du portefeuille en fonction de l'âge du prêt	17
3.1	Répartition des âges et capital assuré moyen	19
3.2	Répartition des durées de prêt initiales par prêts et capital assuré moyen	20
3.3	Nombre de prêt par assuré	20
3.4	Production d'affaires nouvelles par an	21
3.5	Capital et taux moyens des affaires nouvelles	21
3.6	Nombre de fin de contrat par année	22
3.7	Nombre de contrat en cours par année	22
3.8	Part des fins de contrat dans le portefeuille l'année N	23
3.9	Répartition Homme/Femme	23
3.10	Répartition Fumeur/Non fumeur	23
3.11	Répartition des prêts assurés pour l'arrêt de travail et l'invalidité	23
3.12	Répartition option Psy/Dos	24
3.13	Répartition option IPP	24
3.14	Répartition Quote part décès	24
3.15	Répartition Quote part AT	24
3.16	Répartition des différentes gammes	25
3.17	Répartition des CSP	25
3.18	Exposition des assurés par âge	26
3.19	Répartition Homme/Femme	27
3.20	Répartition des différentes gammes	27
3.21	Exposition des assurés par âge	28
3.22	Répartition Homme/Femme	28
3.23	Comparaison CSP prévoyance et emprunteur	29
3.24	Sinistralité historique de décès	30
3.25	Sinistralité prévoyance de décès	30
3.26	Sinistralité historique d'entrée en arrêt de travail	31
3.27	Courbes de mortalité emprunteur	32
3.28	Courbes de mortalité prévoyance	32
3.29	Courbes de mortalité finale	33
3.30	Courbe de mortalité finale	34
3.31	Courbes d'entrée en arrêt de travail	35
3.32	Courbe d'entrée en arrêt de travail finale	36
4.1	Montant des sinistres décès	44
4.2	Montant des sinistres incapacité par année de projection	45

4.3	Répartition du montant de sinistralité incapacité de chaque année par rapport au montant global, suivant les années de projection	46
4.4	Montant des sinistres invalidité par année de projection	46
4.5	Répartition du montant de sinistralité invalidité de chaque année par rapport au montant globale, suivant les années de projection	47
4.6	Coûts globaux des sinistralités incapacité et invalidité par année de projection	48
4.7	Montant des sinistres décès avec et sans résiliation	49
4.8	Montant des sinistres d'arrêt de travail avec et sans résiliation	49
4.9	Évolution des émissions projetées	50
4.10	Évolution des dotations de PRC projetées	50
4.11	Évolution du solde du compte de résultat	51
5.1	Etats possibles d'un assuré à simuler	52
5.2	Algorithme pour une transition	54
5.3	Coût total des sinistres décès 2022	56
5.4	Boîte à moustaches du coût des sinistres décès	56
5.5	Boîte à moustaches du coût des sinistres arrêt de travail	57
5.6	Convergence décès 2022	57
5.7	Convergence décès 2026	57
5.8	Convergence ITT 2022	57
5.9	Convergence ITT 2026	57
5.10	Convergence IPT 2022	58
5.11	Convergence IPT 2026	58
5.12	Montant des sinistres décès moyen	60
5.13	Montant des sinistres incapacités et invalidités moyen	60
5.14	Résultats du compte suivant le modèle utilisé	61
5.15	Boîte à moustaches du coût des sinistres décès	62
5.16	Boîte à moustaches du coût des sinistres arrêt de travail	63
5.17	Répartition des montants de sinistres décès 2022	64
5.18	Répartition des montants de sinistres invalidité 2022	64
5.19	Répartition des montants de sinistres invalidité 2022	65
5.20	Courbes de densité des montants de sinistres décès au cours du temps	65
5.21	Courbes de densité des montants de sinistres invalidité au cours du temps	66
5.22	Courbes de densité des montants de sinistres incapacité au cours du temps	66
6.1	Résultats du compte en fonction des chocs	68
6.2	Densité des montants de sinistres décès en fonction des chocs 2022	69
6.3	Densité des montants de sinistres décès en fonction des chocs 2026	69
6.4	Résultats en fonction des modèles	70
6.5	Densité des montants de sinistres incapacité en fonction des chocs 2022	70
6.6	Densité des montants de sinistres incapacité en fonction des chocs 2026	70
6.7	Densité des montants de sinistres invalidité en fonction des chocs 2022	71
6.8	Densité des montants de sinistres invalidité en fonction des chocs 2026	71
6.9	Comparaison des résultats des différents modèles	71
6.10	Résultats en fonction des chocs	72
6.11	Résultats en fonction des chocs	73
6.12	Rapport résultats choqués/résultats initiaux	74
6.13	Densité des montants de sinistres décès en fonction des chocs 2022	74
6.14	Densité des montants de sinistres décès en fonction des chocs 2026	74
6.15	Résultats des scénarios positifs	75
6.16	Densité des montants de sinistres décès en fonction des chocs 2022	75
6.17	Densité des montants de sinistres décès en fonction des chocs 2026	75
6.18	Résultats des scénarios négatifs	76
6.19	Densité des montants de sinistres décès en fonction des chocs 2022	76

Liste des tableaux

1	Extrait de la grille de référence pour les pathologies sans surprime. Les conditions et spécificités de chaque pathologie n'ont pas été rajoutées.	10
2	Extrait de la grille de référence pour les pathologies avec surprime. Les conditions et spécificités de chaque pathologie n'ont pas été rajoutées.	10
3	Début de la table de mortalité TF02. Un nouveau né a 0,38 % de chance de mourir au cours de sa première année	14
4	Table incapacité pour un individu de 40 ans	15
5	Table invalidité pour un individu de 40 ans	15
6	Exemple pour l'emprunteur, avec $h=30$ pour le lissage	32
7	Exemple d'une partie du calcul pour $x = 40, 41, 42$	33
8	Exemple d'une partie des taux abattus	34
9	Exemple pour $x = 40, 41, 42$; avec $h=30$ pour le lissage	35
10	Répartition dans le compte de résultat des sinistres et provisions projetés	41
11	Taux de résiliation global du portefeuille	43
12	Taux de chute du montant de sinistres décès de l'année N par rapport à l'année N-1	44
13	Taux de chute du montant de sinistres incapacité de l'année N par rapport à l'année N-1	45
14	Taux de chute du montant de sinistres invalidité de l'année N par rapport à l'année N-1	47
15	Abattements appliqués sur les résultat pour simuler la résiliation	48
16	Taux de chute du solde du compte de résultat de l'année N par rapport à l'année N-1	51
17	Différents états possibles simulés	53
18	Tableau de sortie de l'algorithme. Chaque ligne représente un scénario possible	55
19	Erreur à 95 % de la moyenne du montant de sinistres en euro pour N simulation	58
20	Comparatif des résultats déterministes et stochastiques sans taux de résiliation pour le décès. Les résultats sont en euros.	59
21	Comparatif des résultats déterministes et stochastiques sans taux de résiliation pour l'incapacité. Les résultats sont en euros.	59
22	Comparatif des résultats déterministes et stochastiques sans taux de résiliation pour l'invalidité. Les résultats sont en euros.	59
23	Comparatif des taux de résiliation théoriques et empiriques issus des modèles déterministes et stochastiques.	61
24	Rapport des résultats stochastiques sur les résultats déterministes. L'écart se réduit au cours du temps.	62
25	Rapport des résultats choqués sur les résultats initiaux	69
26	Rapport des résultats choqués sur les résultats initiaux	70
27	Rapport des résultats choqués sur les résultats initiaux	72
28	Tables de mortalité	80